This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

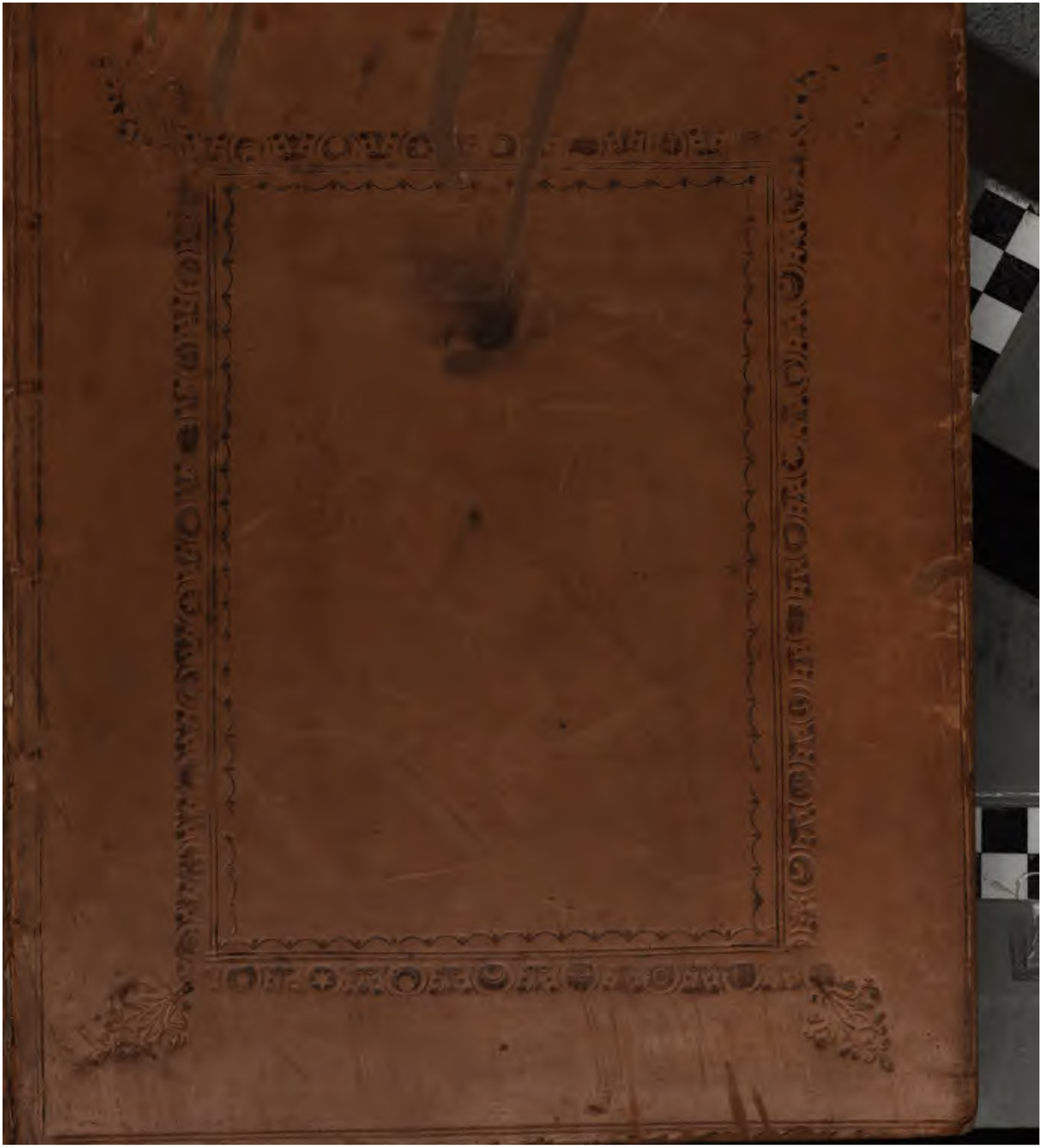
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`



951.

Dec. 974 d. 23
1804.

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES SCIENCES ET BELLES-LETTRES
DEPUIS
L'AVÈNEMENT DE FRÉDERIC GUILLAUME III AU TRÔNE.

M D C C C I V.

AVEC L'HISTOIRE POUR LE MÊME TEMPS.

A B[illegible]L I N.
Imprimé chez GEORGE DECKER, Imprimeur du Roi.

MDCCCVII.

TABLE.

HISTOIRE DE L'ACADÉMIE.
MDCCCIV.

ASSEMBLÉES PUBLIQUES. - - - Page 3

PRIX *proposés par l'Académie Royale des Sciences & Belles-Lettres pour les années 1805 & 1806.* - - - - - - 8

OUVRAGES IMPRIMÉS OU MANUSCRITS, MACHINES ET INVENTIONS, *présentés à l'Académie pendant le cours de l'année 1804.* - 12

ÉLOGE *de M. Gedike.* - - - - - 18

AGRÉGATIONS *d'Académiciens.* - - - - - 31

DISCOURS *de M. Trallès.* - - - - - 32

RÉPONSE *au Discours de M. Trallès.* - - - - - 35

RÉPONSE *au Discours de M. Thaer.* - - - - - 36

DISCOURS *de réception de M. Karſten.* - - - - 37

MÉMOIRES.
CLASSE DE PHILOSOPHIE EXPÉRIMENTALE.

EXTRAIT *d'un mémoire intitulé: Eſſai d'application de la théorie de l'équilibre mobile à divers phénomènes de la nature.* Par M. PREVOST. - - - 3

MÉMOIRE *ſur une méthode particulière de déterminer la dilatation des corps par la chaleur.* Par M. TRALLÈS. - - - - - - 12

DE *quelques nouveaux Palmiers de l'Amérique méridionale.* Par M. WILLDENOW. 26

SUR *les variétés du maïs, par rapport à la grandeur & à la configuration des grappes & des grains.* Par M. BERNOULLI. - - - - 43

SUR *les variétés du maïs, par rapport aux couleurs & à quelques propriétés qui paroiſſent en dépendre.* Par le même. - - - - 62

REMARQUES *ſur l'art des accouchemens.* Par M. WALTER PÈRE. - 73

RECHERCHES *ſur l'acide fluorique contenu dans une dent foſſile d'Éléphant.* Par M. KLAPROTH. - - - - - 136

ANALYSE *chimique de la véritable terre de Lemnos.* Par le même. - 140

ANALYSE *de la Topaſe.* Par le même. - - - 144

ANALYSE *chimique de l'Ochroïte.* Par le même. - - - 155

CLASSE DE MATHÉMATIQUE.

SUR *la réſiſtance de l'air.* Premier Mémoire. Par M. BURJA. - Page 3
OBSERVATION *ſur le grand problème iſopérimètre.* Premier Mémoire. Par M. JEAN TREMBLEY. - - - - - - 25
ÉCLAIRCISSEMENT *relatif au Mémoire ſur la mortalité de la petite vérole, qui ſe trouve dans le Volume de 1796.* Par le même. - - - 80
RECHERCHES *ſur la ſommation des ſéries, dont chaque terme procède ſelon une loi connue.* Par M. GRUSON. - - - - - 83
SUR *la transformation des ſéries.* Par le même. - - - 121
OBSERVATIONS *aſtronomiques, faites à l'Obſervatoire royal dans le cours de l'année 1804.* Par M. BODE. - - - - 137

CLASSE DE PHILOSOPHIE SPÉCULATIVE.

RECHERCHES *ſur le Principe du Beau & ſur ſon application à la Muſique.* Par M. DE CASTILLON. - - - - - - 3
RÉFLEXIONS *ſur le Déterminisme & ſes deux extrêmes.* Par M. ANCILLON PÈRE. 20
CONSIDÉRATIONS *ſur l'idée & le ſentiment de l'Infini.* Par M. ANCILLON FILS. - - - - - - - 53

CLASSE DE BELLES-LETTRES.

OBSERVATIONS *ſur quelques points de la Chronologie Grecque.* Par M. JEAN TREMBLEY. - - - - - - 3
MÉMOIRE *hiſtorique ſur la ville & le château de Coepenick.* Par M. ERMAN. 33
EXAMEN *de cette queſtion: Y a-t-il des triphthongues dans la langue françoiſe?* Par M. BASTIDE. - - - - - - - 50
L'ART *de ſe vêtir, & les Vêtemens conſidérés ſous les rapports ſociaux.* Quatrième Mémoire. Par M. DE GOYON. - - - - 65

HISTOIRE

DE

L'ACADÉMIE ROYALE

DES

SCIENCES

ET

BELLES-LETTRES.

HISTOIRE
DE L'ACADÉMIE.

POUR L'ANNÉE MDCCCIV.

ASSEMBLÉES PUBLIQUES.

L'Académie royale des Sciences & Belles-Lettres s'eſt aſſemblée publiquement, le 26 janvier, pour célébrer la mémoire de ſon fondateur.

Le Secrétaire a ouvert la ſéance par quelques mots relatifs à la circonſtance.

Il a publié l'élection, confirmée par le Roi, de M. *Trallès*, profeſſeur à Berne, agrégé à la Claſſe de Mathématique.

Il a lu enſuite l'éloge de M. *Gedike* (v. ci-après).

M. *Lombard* a lu: Ode patriotique à S. A. R. Madame la princeſſe, épouſe du prince Guillaume frère du Roi, née princeſſe de Heſſe-Hombourg.

M. *Erman* a lu: Mémoire hiſtorique ſur *Fréderic* II à la jambe d'argent, Landgrave de Heſſe-Hombourg.

M. *Karſten: Phyſicaliſch-ſtatiſtiſche Darſtellung der ergiebigen unterirdiſchen Hülfsquellen des preuſsiſchen Staats gegen Mangel an Heitz-*

material. (Tableau phyſico-ſtatiſtique des reſſources ſouterraines que les états Pruſſiens nous offrent en abondance contre la diſette du combuſtible).

L'aſſemblée publique deſtinée à célébrer l'anniverſaire de la naiſſance du Roi, a eu lieu le 9 août.

Le Secrétaire a prononcé le petit discours d'uſage.

Ce discours a été ſuivi d'une ode latine de M. *Spalding:*

Ad Boruſſiam de regis die natali, Ode.

Fallitur egregio quisquis ſub principe credit
Servitium, nusquam libertas gratior extat
Quam ſub rege pio.
CLAUDIANUS.

Virtute partam ſume ſuperbiam,
Boruſſa tellus, vertice et arduo
Curſum remetire hinc peractum, et
Carpe novos animoſa calles!

Te namque ſecli gloria priſtini
Claris honorat frondibus, integros
Spondens futuri aevi triumphos
Invidia procul ac timore.

Jungi ſibi aegram ſegnitiem vetat
Vultu ſereno pulchra modeſtia,
Excelſa nec virtus alumnum
Fert animos gerere imminutos.

Hic unus error te premit (excute!)
Germana gens, facto acrior et manu,
Non in tuas clamoſa laudes,
Sueta aliis properare honores.

At ſunt beatis jamjam animae locis
Fortes receptae, quae decus exigunt
Suumque claratosque pridem
Altius ire jubent nepotes.

Quo te minorem, patria, geſſeris?
Mavortis, an tu praemia Pallados
Abjecta desperes timore?
Quin rape fortis utramque laurum!

Poſtquam Fridrici te manus ardui
Martis decoram conſtituit ſacro,
Nec Fama Romanos Boruſſis
Scipiadas ſinit anteferri;

Domi paravit victor adoreas
Idem benignas, non melior truces
Ducare turmas, quam latentem
Pectoris elicuiſſe flammam.

Collucet, en, quo lumine! quo nite
Nunc flore grati fertilitas ſoli!
Hoc dignum erat quod tu teneres,
Noſter amor, bone dux tuorum!

Nam te ſalutat, te, (tua quo die
Primum refulſit vita) piae nitor
Telluris, arridensque lauru
Tuta ſacra tibi pandit arva.

Tellus neque ullo germine laetior,
Quam te, ſuperbit, cui vigor inſitus
Partasque virtutis Boruſſae
Firmat opes animique robur.

Diffidere ipſam tu ſibi patriam,
Quidquam negatum credere tu vetas,
Laudator exortique pridem
Ingenii atque orientis auſpex.

Germana cordi nam tibi gloria;
Non tu peregre laureolam petis
Quernam domi aſpernans coronam,
Hoc Friderico alienus uno.

Te Muſa geſtit mascula Teutonum
Claris merentem tollere honoribus,
Lectos ſibi et florere alumnos
Vult aquilae placidos ſub alis.

O par ſeveris orte parentibus,
Qui fers Guilelmos, qui Fridericiam
Vim, ſanguis illibate regum,
Fers animo geminumque fulmen,

Salve beatis, optime! civibus,
Regi parentem qui pius applicas,
Terras avitas quo tenente
Mite, quies, fovet arva numen.

Te freta motus patria civicos
(Quales colubris foeta nigris eiet
Mentita jus aequum tyrannis)
Et juga mox peregrina neſcit.

Quo non tuus te civis amet ducem
Sequi? Quis hoſtis territet, improbo
Faſtu, Boruſſo Marte doctas
Imperitare aquilas catervis?

Noſtrum fideles novimus: haud avos
Germana ſanctos degenerat fides,
Per tela per caedes parata
Expediiſſe ducem periclis.

Seu laeta praeſtas tu bonus otia,
Sive arma dictas et patrium decus,
Nos impigro aſlamus vigore
Libera gens tua, rege tali.

Ici le Secrétaire a repris la parole: „Je ne rapporterai qu'en gros les ſujets des queſtions propoſées tant pour le prix de cette année que pour ceux des années ſuivantes; à quoi je puis d'autant mieux me borner, que ces queſtions ſont toutes amplement détaillées & expliquées dans notre dernier programme, & le ſeront encore dans celui que nous allons publier au premier jour.

Le ſeul à diſtribuer aujourd'hui ſeroit le double prix de la Claſſe des Belles-Lettres ſur la queſtion concernant les *Goths & le Gothicisme*, ſous la nouvelle forme, plus propre à l'exprimer avec juſteſſe, qu'on lui a donnée, & qui tend principalement à faire déterminer l'état où ſe trouvoient les arts de la Parole & les arts du Deſſin parmi les peuples du moyen âge.

Il n'eſt, ainſi que la dernière fois, entré pour le concours que deux pièces, l'une en allemand avec l'épigraphe: *Veſtaque Gothorum ut niteat velata recenti Flore,* l'autre en françois avec celle-ci: *Imitamini certe Gothos noſtros* &c. qui étoit auſſi ſur la françoiſe de 1802, mais cette fois-ci ſans billet cacheté, dont cependant nos lois prescrivent l'addition à toutes les pièces concourantes. (On avoit brûlé le billet cacheté de la première, comme c'eſt l'uſage).

Ni l'une ni l'autre des deux n'ayant ſatisfait la Claſſe des Belles-Lettres, elle renouvelle la même queſtion pour l'année 1806, encore avec un double prix. Elle oſe eſpérer qu'un ſujet ſi intéreſſant produira enfin une ſolution qui ne laiſſera plus rien à déſirer, ſoit de la part des mêmes auteurs en complétant ce qu'ils ſentiront manquer à la leur, ſoit de la part d'autres ſavans qui voudront s'en occuper.

La Claſſe de Mathématique, dont le tour revient aujourd'hui, l'a déjà prévenu; en continuant pour 1806, avec un prix triple, à demander: qu'on éclairciſſe pluſieurs points relatifs à la variation de l'obliquité de l'écliptique, qui malgré les travaux des plus habiles aſtronomes, ne ſont pas encore tirés au clair.

Pour 1805 la Claſſe de Phyſique a déjà dicté & dicte encore la queſtion: ſi la loi aéroſtatique de Mariotte eſt une loi univerſelle pour tous les fluides élaſtiques, ou ſi elle ſe borne ſeulement à l'air atmosphérique.

A préſent voici les prix provenus de trois legs, lesquels prix on diſtribue au bout d'un certain nombre d'années, quand les intérêts échus de ces legs ont produit pour cela une ſomme ſuffiſante; ce qui a lieu à l'égard de tous les trois pour l'année prochaine 1805, comme on le ſait déjà par le programme de l'an paſſé.

Le premier de ces legs eſt celui de M. Eller; il fournira cette fois-ci 50 ducats à qui expliquera le mieux la nature, l'origine, les ſignes & la guériſon de cette maladie des bêtes à cornes appelée en françois mal au butin, charbon blanc & noir, en allemand Miltzbrand, Sommerſeuche &c., en latin Anticardium &c.

Le ſecond legs eſt celui de M. Cothenius. Ici le problème à réſoudre regarde la ſtructure des poumons, tel qu'il eſt très-clairement expoſé dans le programme. Le prix eſt de la valeur de 80 ducats.

Le troiſième legs de M. Milozewski, ancien officier d'infanterie à Cöpenick, eſt deſtiné à la ſolution d'un problème philoſophique. Il s'agit de *déterminer avec préciſion la nature de l'Analyſe & de la méthode*

analytique en philoſophie: rechercher s'il eſt des moyens d'en aſſurer & d'en faciliter l'uſage, & les détailler s'il y en a. Le prix eſt de 50 ducats.

Tous ces prix peuvent être retirés ſoit en médaille ſoit en eſpèces.

Enfin, un étranger de diſtinction, mais qui ne veut point être nommé, a requis l'Académie de faire réſoudre, pour un prix de 50 louis d'or de France, qu'il a immédiatement dépoſés chez nous, la queſtion ſuivante: „Quelle eſt la cauſe que nous ne trouvons la ci-„viliſation du genre humain que dans l'Orient, & que dans toutes les „découvertes qu'on a faites dans l'Occident, & dans les nombreux „groupes d'îles de la mer du Sud, on ne trouve presqu'aucune mar-„que de civiliſation?" Cette queſtion nous ayant paru intéreſſante, nous la propoſons avec l'agrément du Roi, encore pour le même terme de 1805, ſauf à le prolonger, ſi alors nous ne recevons rien qui nous ſemble mériter le prix conſidérable qui y eſt attaché. Les pièces pour le concours pourront être écrites ſoit en françois, ſoit en latin, ſoit en allemand.

Je finis par annoncer l'élection de deux ſavans en qualité de membres étrangers de notre Académie, élection gracieuſement confirmée par Sa Majeſté: l'un eſt M. Haüy, profeſſeur en minéralogie dans l'Inſtitut de France; l'autre, M. Alexandre Monro, préſident du collége de médecine à Edinbourg en Écoſſe."

M. *Bode* a lu: *Von dem wahren und ſcheinbaren Lauf der beyden neuen Planeten, Ceres und Pallas, und deren Verbindung mit einander, durch Zeichnungen und durch ein Modell erläutert.* (De l'orbite vraie & apparente des deux planètes nouvelles, Cérès & Pallas, & de leur liaiſon entr'elles; avec des deſſins & un modèle ſervant d'explication).

M. *Erman* a lu: Mémoire hiſtorique ſur la ville & le château de Cöpenick.

M. *Hufeland: Ueber den Einfluſs der Atmosphäre und der Ortsbeſchaffenheit auf Leben, Geſundheit und phyſiſchen Charakter der Einwohner.* (Sur l'influence de l'atmosphère & du climat ſur la vie, la ſanté & le caractère phyſique des habitans).

PRIX PROPOSÉS
par l'Académie Royale des Sciences & Belles-Lettres de Pruſſe pour les années 1805 & 1806.

L'Académie Royale des Sciences & Belles-Lettres a tenu, le jeudi 9 août 1804, ſon aſſemblée publique, deſtinée à célébrer l'anniverſaire de la naiſſance du Roi.

La Claſſe de Phyſique continue à propoſer pour l'année 1805 la queſtion ſuivante:

„*Si la loi de Mariotte eſt une loi univerſelle pour toutes les fluidités*
„*élaſtiques, ou ſi elle ſe borne ſeulement à l'air atmosphérique.*"

Problème pour le prix du legs de M. *Eller*, (pour la même année 1805).

Quelle eſt cette maladie ſi fréquente parmi les bêtes à cornes, qui, en allemand, eſt appelée Miltz-Brand, Sommer-Seuche & Knoten-Krankheit; *en françois*, mal au butin, charbon blanc & noir, & avant-coeur; *en latin*, anticardium, & lienitis phlegmonoides *ou* phlegmonodes? *D'où prend-elle ſon origine? Par quels ſignes ſe fait-elle connoître? Et quels ſont les moyens de la guérir?*

Le prix pour chacune de ces deux queſtions eſt une médaille d'or du poids de 50 ducats, ou ces 50 ducats en eſpèces.

Queſtion pour le prix à diſtribuer du legs de M. *Cothenius* en 1805.

„Comme les poumons conſiſtent dans une trachée-artère cartilagineuſe, & dans un tiſſu cellulaire, auxquels conduiſent & aboutiſſent

des

des vaiſſeaux lymphatiques, des artères bronchiales, des veines & des nerfs; & comme, outre cela, l'artère & les veines pulmonaires font paſſer par le poumon toute la maſſe ſanguine; on demande:"

1) „Comment & où finit la trachée-artère cartilagineuſe? Eſt-ce qu'elle paſſe dans le tiſſu cellulaire même des poumons, & ſe transforme ainſi en ce tiſſu? Ou bien, la trachée-artère cartilagineuſe a-t-elle des bornes fixes? & demeure-t-elle toujours, jusque dans ſa plus petite diviſion, un être cartilagineux, & ſe termine-t-elle, comme tel, dans le tiſſu cellulaire qui l'enveloppe?"

2) „Les vaiſſeaux bronchiaux appartiennent-ils uniquement à la trachée-artère cartilagineuſe, ou tout à la fois auſſi au tiſſu cellulaire des poumons? C'eſt demander en d'autres termes, ſi ces vaiſſeaux bronchiaux alimentent la trachée-artère toute ſeule, ou s'ils alimentent en même temps le tiſſu cellulaire."

3) „Comment ſe termine l'artère pulmonaire dans les poumons? Ne fait-elle que conduire le ſang, avec l'aide du tiſſu celſulaire, à travers le poumon entier, pour le transmettre auſſitôt dans les veines des poumons? Ou bien, exhale-t-elle ſur ce chemin, dans le tiſſu cellulaire des poumons, un fluide qui pendant l'expiration s'écoule par la trachée-artère; ou diſtille-t-elle dans le même temps un fluide ſur la face extérieure des poumons?"

4) „Comment naiſſent les veines pulmonaires? Sortent-elles des artères mêmes, ou prennent-elles, en partie, en qualité de vaiſſeaux abſorbans, leur origine de la trachée-artère & du tiſſu cellulaire ou de la face extérieure des poumons?"

5) „Comment finiſſent les nerfs de la huitième paire, & ceux du nerf intercoſtal? Ceux de la huitième paire (*plexus bronchialis*) aboutiſſent-ils ſeulement à la trachée-artère, ou entrent-ils auſſi dans le tiſſu cellulaire des poumons? La huitième paire (*plexus bronchialis*) ſe lie-t-elle auſſi avec les branches que le nerf intercoſtal (*nervi cardiaci*) envoie dans les plus fins des poumons?"

„L'Académie, intimement convaincue de la haute importance de cette queſtion pour la médecine tant théorique que pratique, ſouhaite fort d'en recevoir une ſolution ſatisfaiſante à tous ces égards. C'eſt pourquoi elle fixe encore le terme d'un an à ceux qui voudront concourir pour ce prix, lequel conſiſtera en une médaille d'or du poids de 80 ducats, ou bien en ces 80 ducats en eſpèce. Elle s'attend, de plus, que cette ſolution ſera fondée ſur des expériences, & confirmée par le microscope."

Feu M. *de Milozewski*, ancien officier d'infanterie, à Cöpenick, après s'être retiré du ſervice, a légué à l'Académie un fonds inaliénable de mille écus, dont les revenus ſont deſtinés à un prix extraordinaire de philoſophie ſpéculative, que cette donation met l'Académie en état de propoſer tous les quatre ans, & qui le ſera conſtamment à deux ans d'intervalle du prix ordinaire. La Claſſe de Philoſophie ſpéculative propoſera donc dorénavant un prix tous les deux ans, ſon prix ordinaire au terme accoutumé, & deux ans après, le prix extraordinaire provenant des revenus du legs de feu M. *de Milozewski.*

Plus il eſt rare que dans un ſiècle où l'on affecte peut-être un peu trop de déprimer la Philoſophie ſpéculative, quelqu'un, & ſurtout un ancien militaire, faſſe un établiſſement pour en favoriſer l'avancement; plus l'Académie doit de reconnoiſſance à M. de Milozewski, & plus elle doit être jalouſe dè remplir de ſon mieux les intentions du teſtateur, qui paroît avoir ſurtout eu en vue les progrès de cette partie de la Philoſophie ſpéculative qui s'occupe des premiers principes des connoiſſances humaines.

En conſéquence, la Claſſe de Philoſophie propoſe pour premier ſujet du prix extraordinaire qu'elle décernera en 1805, la queſtion ſuivante:

Déterminer avec préciſion la nature de l'Analyſe, & de la méthode analytique, en philoſophie; rechercher s'il eſt des moyens d'en aſſurer & d'en faciliter l'uſage, & détailler ces moyens, s'il y en a.

Le prix eſt comme à l'ordinaire une médaille d'or du poids de 50 ducats; le terme de rigueur eſt le 1 mai 1805.

La Claſſe de Mathématique continue à propoſer avec *un prix triple*, pour l'année 1806, la queſtion ſuivante:

Comme, malgré les travaux des plus habiles aſtronomes, il reſte encore pluſieurs points à éclaircir relativement à la variation de l'obliquité de l'Écliptique, l'Académie invite les ſavans à s'occuper de nouveau de cet objet, & couronnera le mémoire qui contiendra les recherches les plus intéreſſantes & les éclairciſſemens les plus importans ſur cette matière.

La Claſſe des Belles-Lettres renouvelle pour l'année 1806, encore avec un *double* prix, la queſtion ſuivante:

„Déterminer l'état où ſe trouvoient les Arts de la Parole & les Arts du Deſſin parmi les peuples du moyen-âge."

Enfin, un étranger de diſtinction, mais qui ne veut pas être nommé, a requis l'Académie, de faire réſoudre pour un prix de cinquante louis-d'or de France, qu'il a immédiatement dépoſés chez nous, la queſtion ſuivante: „Quelle eſt la cauſe, que nous ne trou„vons la civiliſation du genre humain que dans l'Orient, & que dans „toutes les découvertes qu'on a faites dans l'Occident & dans les nom„breux groupes d'îles de la mer du Sud, on ne trouve presqu'aucune „marque de civiliſation?"

Cette queſtion nous ayant paru intéreſſante, nous la propoſons, pour le terme de 1805, ſauf à la prolonger, ſi nous ne recevons rien qui nous ſemble mériter le prix conſidérable qui y eſt attaché. Les pièces pour le concours pourront être écrites ſoit en françois, ſoit en latin, ſoit en allemand.

On invite les Savans de tout pays, excepté les membres ordinaires de l'Académie, à travailler ſur ces queſtions. Les prix ſeront donnés à ceux qui, au jugement de l'Académie, auront le mieux réuſſi.

Les pièces écrites d'un caractère liſible, ſeront adreſſées franches de port, *au Secrétaire perpétuel de l'Académie.* Celles qui n'auront point mérité le prix au jugement de l'Académie, ne pouvant être rendues aux auteurs, mais devant être dépoſées en original dans les archives de l'Académie, tous ceux qui enverront des mémoires au concours, ſont invités à en tirer copie avant de les remettre. Ceux qui, malgré cette déclaration ſi ſouvent répétée, perſiſteront à les redemander, ne trouveront pas mauvais qu'on ne leur réponde plus.

Le terme pour les recevoir eſt fixé au 1 mai des années indiquées ci-deſſus; après quoi on n'en recevra abſolument aucun, quelque raiſon de retardement qui puiſſe être alléguée en ſa faveur.

OUVRAGES IMPRIMÉS
OU MANUSCRITS, MACHINES ET INVENTIONS, PRÉSENTÉS A L'ACADÉMIE PENDANT LE COURS DE L'ANNÉE 1804.

(*Extrait des regiſtres de l'Académie.*)

Le 19 janvier. On a préſenté un mémoire manuſcrit de M. Trallès, profeſſeur à Berne, intitulé: Sur une méthode particulière de déterminer la dilatation des corps par la chaleur.

Le 26 janvier. Aſſemblée publique.

Le 2 février. M. Deſtutt-Tracy, membre du Sénat conſervateur, & correſpondant de l'Inſtitut de France, a envoyé ſes Élémens d'Idéologie, ſeconde partie: Grammaire.

Le 9 février. M. Eytelwein a produit la machine ou le belier hydraulique qu'il a reçu de Paris, de M. Montgolfier, & a déduit les

avantages que cette machine peut procurer à notre architecture hydraulique.

Le 8 mars. M. Bernoulli a préſenté de la part de M. Roi, capitaine-ingénieur, un mémoire ſur un paſſage des ouvrages de Newton, Dan. Bernoulli & d'Alembert.

Le 15 mars. On a préſenté une lettre de M. Lor. Luigi Linuſſio de Tolmezzo en Frioul, ſur les pierres météoriques, auxquelles il aſſigne une nouvelle cauſe, en ſe fondant ſur un phénomène dans les montagnes de la Carinthie, le 5 & 6 mars 1803.

Le 22 mars. Le Roi a envoyé pour le Cabinet des Curioſités 1) deux médailles de plâtre repréſentant Fréderic II. 2) une antique trouvée ſur le bord de la mer en Pruſſe.

Le 19 avril. On a envoyé de Prague, l'hiſtoire de la vaccination en Bohème, publiée par ordre ſupérieur, par la Commiſſion de vaccination; Prague 1804, (en allemand) avec une lettre latine de cette Commiſſion à l'Académie.

Le 3 mai. M. l'Abbé Denina a préſenté: Tableau démontrant les avantages de l'Inoculation de la vaccine, par Jean Ring, en 1803, envoyé de Vienne par le Dr. Caréno.

— M. Bode a produit le nouveau réglement & le nouvel état de l'Académie de St Pétersbourg.

— L'horloger Möllinger de Berlin, a produit un modèle d'horloge propre à régler toutes les horloges de cette ville.

Le 31 mai. On a remis de la part de M. Cuvier, ſecrétaire de l'Inſtitut de France, la ſuite de ſon Hiſtoire naturelle des animaux.

— La Flora Batava, cahiers 9-12, a été envoyée par le Conſeil intérieur de la République Batave.

— On a envoyé à l'Académie le Volume X. des Memorie fiſiche e matematiche della Societa Italiana (autrefois établie à Vérone, aujourd'hui à Modène).

Le 31 mai. On a communiqué deux lettres de M. Prevoſt de Genève, avec un mémoire ſur l'équilibre des mobiles & ſon application aux phénomènes.

— M. Bernoulli a lu une lettre de M. de Melanderhielm ſur la meſure d'un degré du méridien en Laponie.

Le 7 juin. On a communiqué une lettre de M. Degerando, où il annonce l'arrivée prochaine de ſon Hiſtoire des ſyſtèmes dédiée à l'Académie.

— M. le colonel de Knobelsdorf a fait préſent à l'Académie de pluſieurs manuſcrits perſans.

— M. Hirt a montré des monumens ou figures trouvées en Sardaigne, de divinités crues Vandales.

Le 21 juin. M. Karſten a préſenté ſa traduction du Traité de Minéralogie de M. Haüy.

— M. Thiebault a envoyé, avec une lettre, ſes Souvenirs de ſon ſéjour de 20 ans à Berlin, en 5 volumes.

— M. Cuvier a envoyé ſes Diſſertations ſur les animaux dont on trouve les débris dans les couches extérieures de notre globe, & qui n'ont pas encore été découverts vivans à ſa ſurface.

Le 5 juillet. On a préſenté, de la part de M. Delalande, la Connoiſſance des temps pour l'an XIV. Item Mémoires de l'Académie des Sciences de Turin, ſciences phyſiques & mathématiques, I^re^ partie, pour les années X & XI. Item, de la même, Littérature & Beaux-Arts pour les mêmes années.

— M. l'Abbé Denina a préſenté une ſeconde lettre de M. Lor. Linuſſio de Tolmezzo en Frioul, relative aux pierres météoriques.

Le 12 juillet. M. Bode a fait un rapport ſur la carte du Duché d'Oldenbourg par M. Mentz, envoyée par M. le général de Lecoq.

Le 19 juillet. M. de Caſtillon a lu l'extrait d'une diſſertation italienne Della perfettibilità dei ſenſi, dont l'auteur veut reſter inconnu.

Le

Le 13 ſeptembre. On a reçu une lettre eſpagnole, ſignée Antonio de Borice, apprenant que le correſpondant a vu M. de Humboldt en février à la Vera Cruz, & qu'il eſt parti de la Havane en mars.

— On a produit une autre lettre eſpagnole, du 5 août, ſignée Thomas Sorrequieta, avec un livre intitulé: Semana Hispano-Bascongada, la unica de la Europa, y la mas antiqua del orbe. La ſeconde partie de cet ouvrage contient des monumens de la langue basque.

— M. Bitaubé de Paris, a annoncé à l'Académie l'envoi de ſes oeuvres complètes.

— Une lettre datée de Reichenbach en Siléſie, & ſignée Auguſte Rudebode, nommé Siniſia, eſt arrivée accompagnée de trois exemplaires de ſa Caractériſtique complète des oeillets de jardin (en all.) première partie, & d'échantillons de toile & fil de coton rouge, haut en couleur, *item* vert & jaune, qu'il a perfectionné.

— On a annoncé l'envoi d'un ouvrage de M. Tiſſier contre la chimie moderne.

— M. G. Fiſcher a envoyé à l'Académie l'Anatomie des maki & des animaux qui ont de l'affinité avec cette eſpèce (en all.).

Le 20 ſeptembre. M. Bernoulli a préſenté de la part de M. Rohde, capitaine du génie, un mémoire contenant la valeur rigoureuſe & finie du rayon de courbure pour tous les azimuths ſur la ſurface d'un ellipſoïde à trois axes, préſenté à la Société royale de Londres. Potsdam 1804.

Le 27 ſeptembre. Il eſt arrivé une lettre de M. de Humboldt, datée de Paris, du 5 ſeptembre, dans laquelle il remercie de ſa réception dans l'Académie (le 7 août 1800) qu'il n'a appriſe qu'à ſon retour d'Amérique.

— M. Tiſſier, maître en pharmacie à Lyon, de pluſieurs académies, a envoyé à la nôtre ſon Eſſai ſur la théorie des trois élémens comparée aux élémens de la chimie pneumatique.

Le 27 ſeptembre. On a reçu le Proſpectus des Oeuvres d'Archimède traduites littéralement avec un Commentaire, par F. Peyraud, bibliothécaire de l'École polytechnique.

— Item, un Mémoire qui a remporté le prix, ſur l'Inoculation de la petite vérole des brebis par M. Kalmuth, Conſeiller des domaines & Phyſicien du pays d'Anhalt-Cöthen (en all.).

Le 4 octobre. L'Académie a reçu Transactions of the American philoſophical Society, held at Philadelphia. Vol. VI. P. I.

— Item: Mémoire ſur les eaux minérales de Naples & ſur les bains de vapeurs, par Attumonelli, de la Société de Médecine de Paris.

Le 25 octobre. M. Bode a communiqué l'annonce d'un prix de 20 fréderics pour la meilleure ſolution d'un problème aſtronomique à ſon choix.

Le 1 novembre. On a préſenté l'ouvrage ſuivant: Nouveau forceps non croiſé du célébre Levret, perfectionné en 1801 par J. Sim. Thenanie, médecin du ci-devant collége de chirurgie de Lyon.

Le 8 novembre. M. le général de Knobelsdorf a envoyé Deſcrizione delle medaglie rare del Muſeo Knobelsdorfiano.

— Les Eſſais hiſtoriques ſur l'état de l'agriculture en Europe au XVI^me^ ſiècle, par Grégoire, ont été envoyés par l'auteur.

— Il eſt arrivé de Paris:

Mémoires ſur la chaleur par le comte de Rumford. Traité élémentaire de phyſique par M. Haüy 2 V.

Le 15 novembre. M. de Caſtillon a fait un rapport ſur des Tableaux de Myſticisme, envoyés par l'auteur, M. Allain la Courbière, membre de la Société académique des Sciences à Paris.

Le 22 novembre. Monſeigneur le Duc de Brunswick-Oels a envoyé Eſſai ſur le précis des principes d'une théorie pratique des Mines, à l'uſage des princes & des officiers qui cherchent à ſe diſtinguer; par le baron d'Arletan, L. Colonel des Mineurs au ſervice du Roi de Pruſſe à Potsdam 1767, ſuivi d'un rapport des expériences faites

à

à Brunswick en 1778, avec 4 planches, imprimé à Berlin chez Quien 1804.

Le 29 novembre. Il a été préſenté de la part de M. Laur. Luigi Linaſſio de Tolmezzo en Frioul, un Traité ſur les montagnes de ce pays.

Le 20 décembre. On a produit une brochure, intitulée: Eſſai dont mention honorable a été faite au procès-verbal de l'Académie de Berlin, ſur la queſtion: L'appréciation morale &c. &c. par J. D. Meyer, Dr en Droit à Amſterdam. (C'étoit le mémoire avec la deviſe: *In magnis voluiſſe ſat eſt*, arrivé trop tard pour être admis au concours. V. le Programme de l'année 1803).

ÉLOGE
DE
MONSIEUR GEDIKE *).

La mémoire de M. Gedike a été ſi bien célébrée & dans les gazettes littéraires de l'Allemagne, & dans une biographie intéreſſante compoſée par un de ſes meilleurs amis M. le prof. Schmidt, & enfin tout récemment dans ce journal d'un autre de ſes amis qui paroît chaque mois à Berlin, qu'il ſeroit ſuperflu de la retracer ici dans de longues répétitions. Ainſi je me borne à recueillir de là, auſſi bien que des notices que notre confrère M. Spalding a eu la complaiſance de me fournir, les traits les plus marquans de la vie du défunt, les plus propres à le caractériſer en gros ſous tous les aſpects, à peindre en lui le fonctionnaire, le ſavant, l'écrivain, l'académicien, & l'homme.

Fréderic Gedike vit le jour le 15 janvier 1754, à Boberow, village de la Priegnitz, voiſin de Lenzen, dont ſon père étoit le paſteur peu favoriſé des biens de la fortune, ou plutôt aſſez pauvre. Ce père, tenant à ce principe au fond très-juſte, qu'il ne faut point forcer l'eſprit des enfans par des travaux précoces avant que leur corps ait acquis la conſiſtance & la vigueur néceſſaire pour en ſupporter la fatigue, abandonna ſon fils entièrement à lui-même & à la ſociété des petits garçons villageois; & à peine ce fils avoit-il atteint ſa neuvième année que le père l'abandonna tout-à-fait en mourant.

*) Prononcez *Guedike*.

**) Lu dans l'aſſemblée publique du 26 janvier 1804.

Plongé dans les maux de l'indigence, ce pauvre enfant paſſa à Seehauſen, ville de la Vieille-Marche, dont l'école eſt encore fameuſe pour avoir été autrefois régentée par le grand antiquaire Winkelmann. Le jeune Gedike n'y reſta que peu de temps, & ſans y faire le moindre progrès; il en fit moins eſpérer encore pour la ſuite, tant ſon entendement paroiſſoit endormi, & toutes ſes facultés engourdies.

De Seehauſen notre jeune homme fut transféré à Zullichau, dans la Nouvelle-Marche, pour y être éduqué parmi les orphelins. Et d'abord ſon eſprit y perſévéra dans le même ſommeil léthargique, dont il ne s'éveilla qu'en 1766, à l'âge de onze à douze ans, dans l'inſtitut de Pédagogie qui venoit d'être fondé par Steinbart, alors préfet des orphelins de Zullichau, depuis recteur & profeſſeur dans l'univerſité de Francfort ſur l'Oder. C'eſt vers ce temps & dans ce lieu que ſe développa le germe des talens de Gedike, que nous avons vu produire des fruits en ſi grande abondance. Le premier qui s'en aperçut, fut un précepteur de cette maiſon (nommé Lange); le ſecond, Steinbart lui-même, qui dès lors fit tout ſon poſſible pour alimenter ces talens & les féconder par la culture.

En 1775, il ſe rendit à l'univerſité de Francfort pour y continuer ſes études; ce qu'il fit avec ſuccès ſous deux profeſſeurs habiles, ſous le théologien-philoſophe Toellner, & ſous le philoſophe Zobel, lequel, témoin de ſon application aſſidue, & de ſon zèle ſtudieux, l'admit, avec quelques autres étudians, parmi les collaborateurs à un journal dont il ſoignoit la publication. Les langues grecque & hébraïque lui furent enſeignées dans des leçons privées par Heſſe & Deutſch.

C'eſt auſſi à Francfort qu'il fit la connoiſſance de notre confrère Zoellner, & ſe lia avec lui d'une amitié qui s'eſt réchauffée depuis à Berlin, où ils ont été collégues dans plus d'un département, & qui n'a jamais ſouffert la moindre interruption. Mais déjà à Francfort ils formèrent, avec quelques-uns de leurs camarades, une façon de ſociété lettrée, pour s'y communiquer des pièces élaborées chez eux, & leurs obſervations mutuelles ſur ces pièces; ce qui contribua beaucoup

aux progrès de leurs lumières. M. Gedike y étoit déjà ſi avancé que ſon maître Toellner crut devoir ſe le ſubſtituer pour achever un cours de Métaphyſique, que ſa dernière maladie, qui le mena au tombeau, l'avoit obligé de ſuspendre. Il lui perſuada en outre de ſe vouer déſormais uniquement à la vie ſcolaſtique.

M. Steinbart ayant ſuccédé dans la chaire vacante par la mort de Toellner, cet ancien protecteur de Gedike lui accorda une protection encore bien plus efficace, en le logeant & l'entretenant dans ſa propre maiſon; ce qui allégea ſa ſituation étroite en le mettant plus à ſon aiſe.

Elle s'améliora bien davantage, & à tous égards, à Berlin où il fut appelé, en 1775, par M. Spalding, ce reſpectable doyen de nos égliſes proteſtantes, pour concourir à l'inſtruction de ſes deux fils. C'eſt ici l'époque d'où l'on peut dater, à juſte titre, tout le bonheur de la vie future de M. Gedike. Dans ce ſiége des vertus morales & chrétiennes, des plus belles connoiſſances, du goût le plus pur, & de l'aménité des mœurs, ſes heureuſes diſpoſitions prirent un nouvel eſſor, & ſe perfectionnèrent avec celles de ſes diſciples, qui l'un & l'autre ſont ſi avantageuſement & ſi honorablement connus dans la République des Lettres.

C'eſt ici encore qu'il pouvoit ſe livrer pleinement à ſon amour paſſionné pour la littérature claſſique, ſurtout pour la littérature grecque; & de plus approfondir la théorie de l'éducation & du préceptorat, dont la pratique l'occupoit déjà, & que ſa deſtination l'appelleroit bientôt à mettre en oeuvre dans un champ plus ſpacieux.

L'occaſion ne tarda pas à s'en préſenter. Déjà en 1776 il fut élu ſous-recteur ou ſecond recteur au collége du Werder (nom d'un quartier de Berlin qui forme une île) aujourd'hui le collége ou le gymnaſe Frédéricien. Deux années après, il en devint pro-recteur, ou recteur vicaire, chargé des fonctions que l'état maladif du recteur Heinius ne lui permettoit plus de remplir; & enfin, dans l'année 1779, quand ce dernier eut reçu ſa démiſſion pour paſſer le reſte de ſes jours

en repos, M. Gedike fut mis à la tête du collége avec le titre de directeur.

Les qualités par où il se distingua dans ce poste le conduisirent à un autre plus important, quoique de même nature, & l'y conduisirent par les mêmes voies. En 1791 il fut choisi pour assister le célébre Busching comme directeur adjoint des deux colléges de Berlin & de Cologne, noms qui désignent encore deux quartiers de la grande ville de Berlin. Il conserva néanmoins la régie de son école du Werder jusqu'à la mort de Busching, que M. Gedike remplaça dans l'automne de 1793 en qualité de directeur en chef. Il éprouva en même temps la fortune propice par une addition considérable à ses rentes, provenant d'un riche capital légué à cet institut par Streit, un de ses anciens élèves mort à Venise, capital dont les intérêts commençoient à écheoir.

Il fut revêtu d'autres dignités ou lucratives ou purement honoraires, mais toujours fort honorables. En 1784 on le créa membre du Consistoire ecclésiastique supérieur, en 1787 du Directoire suprême des Écoles qui venoit d'être érigé par le ministre de Zedlitz, en 1790 de notre Académie dans la classe des Belles-Lettres, où il fut introduit le 4 février, & vers le même temps de l'Académie des Arts & Sciences mécaniques comme assesseur. En 1791 il obtint de la faculté théologique de Halle le diplôme du Doctorat qui lui étoit nécessaire en vertu du legs de Streit, où il est stipulé que le président de cet institut enrichi de ses dons, doit toujours être un docteur théologien.

Il jouissoit d'une constitution forte & robuste: sa santé ne fut que très-rarement & pour l'ordinaire que très-légérement altérée. Il la devoit, en grande partie aussi, à une vie frugale & bien réglée dans le moral comme dans le physique. En 1788, il essuya à la vérité une maladie assez sérieuse, mais dont il se rétablit complétement & sans qu'il en restât le moindre vestige.

Sa santé paroît n'avoir souffert un affoiblissement réel que par son voyage d'Italie en 1797, ou plutôt par la promptitude excessive, &

trop précipitée de ſon retour de Veniſe. Ce qui l'obligea de le tant hâter, ce fut la mort du profeſſeur Michelſen, à qui il avoit confié ſes fonctions rectorales durant ſon abſence, comme je l'ai auſſi remarqué dans l'éloge de M. Michelſen.

Depuis lors, il ſe plaignit de douleurs de rhumatisme au bras, qui ne le détournèrent pourtant point d'un nouveau voyage en Siléſie ordonné en 1801 pour viſiter les écoles de cette province, ni d'un ſecond en 1802 qui avoit un but ſemblable.

Revenu de celui-ci, il en reſſentit des ſuites très-fâcheuſes, & vers la fin de la même année 1802 fut attaqué d'un mal de nerfs violent, qui dès lors faiſoit craindre pour ſa vie. Il ſembloit néanmoins reprendre ſes forces, & il continua à les employer ſans relâche. Encore le 12 avril 1803 on le vit préſider à l'examen annuel de ſon collége, interroger la première claſſe, y diſtribuer les prix, auſſi bien que des témoignages à ceux qui en ſortoient pour aller aux univerſités, & qu'il congédia par une allocation touchante. Il ſe douta ſi peu que ce ſeroit-là ſon dernier acte ſolennel, que l'eſpoir d'une parfaite convalescence ne le quitta qu'avec ſon dernier ſoupir.

Il avoit même, pour réparer entièrement ſa vigueur corporelle, réſolu un ſecond voyage dans les doux climats de l'Europe méridionale. Ce qui l'y encouragea davantage, en lui cauſant une joie inexprimable, c'eſt que le Roi l'ayant appris, l'invita, par une lettre du cabinet infiniment gracieuſe, à paſſer par la Suiſſe pour y examiner à fond l'inſtitut de Peſtalozzi, & en faire une deſcription exacte & fidèle à Sa Majeſté, qui ſe chargeoit de le dédommager de tous les frais que cela exigeroit. Cet examen de la méthode Peſtalozzienne devoit d'ailleurs intéreſſer M. Gedike par une autre raiſon: il lui importoit de la comparer avec celle d'Olivier, & avec la ſienne propre; car il avoit imaginé quelque choſe d'analogue pour ce qui concerne l'art d'apprendre à lire aux enfans ſans épellation alphabétique. Il reçut la lettre royale une huitaine ou une dixaine de jours avant ſa mort, qui ſurvint fort à ſon imprévu le deuxième mai après dix heures du ſoir. Il

s'y étoit ſi peu attendu, que le jour précédent il avoit encore conféré avec ſes collégues ſur le nouveau cours de leçons, & s'étoit entretenu avec pluſieurs de ſes écoliers.

Il fut enterré le 5 mai à 5 heures du matin, ſans vaine cérémonie & ſans pompe funèbre. Ses collégues le regrettèrent; la Muſe élégante de M. Spalding conſacra ſon ſouvenir dans un beau poëme latin; ſes disciples, par deux poëmes allemans; & de plus, ils firent graver ſon portrait.

Après ce récit ſommaire de ſa vie, conſidérons un peu les mérites par où il s'eſt ſignalé & dans l'adminiſtration de ſes emplois & dans le monde ſavant.

Et d'abord, il dévouoit aux écoles qui lui étoient ſoumiſes, toute l'activité de ſon âme, & tout le zèle dont elle étoit embraſée. Il examina leur conſtitution pour en découvrir les parties foibles ou défectueuſes, afin d'en remplir les lacunes, ou de les réformer d'après de nouveaux plans. Il ſurveilloit attentivement les heures de leçons, tâchoit des les rendre inſtructives & plus profitables pour l'eſprit de la jeuneſſe par des méthodes de ſon invention, & par des livres élémentaires de ſa compoſition en pluſieurs, & peut-être en trop de genres.

A peine entré dans ſa carrière doctrinale au collége du Werder, il y déploya les reſſources de ſon génie, mais plus encore depuis l'an 1787, lorsqu'on lui confia la direction d'un ſéminaire inſtitué tout exprès pour y préparer des maîtres aux écoles ſavantes, pour leſquelles ſa prédilection ne s'eſt jamais démentie. Il réuſſit à y raſſembler une bibliothèque, des cartes, des itinéraires, des eſtampes, des minéraux, des inſtrumens de Phyſique & de Mathématique, en un mot, tout ce qui étoit le plus propre à piquer la curioſité, & à exciter l'attention & l'émulation de ſes ſéminariſtes. Malheureuſement, presque tout cela a péri dans le grand incendie qui a conſumé la maiſon du magiſtrat du Werder, où le collége étoit placé.

Pour apprécier le bien que M. Gedike lui a procuré, il ſuffit de comparer l'état où il le trouva en 1776, avec celui où il le laiſſa en le quittant en 1793. Dans la première de ces époques, la plus haute claſſe ne poſſédoit qu'un ſeul écolier, la ſeconde trois, la troiſième huit. En 1780, leur nombre total étoit déjà monté à 94, mais (en 1793) au départ de M. Gedike, on y en comptoit 310. Les maîtres ſe reſſentirent également de ſes ſoins officieux par l'augmentation de leur ſalaire qu'il s'empreſſa de leur faire accorder.

Tout ce qu'il avoit fait pour le collége Werdérien, tous les arrangemens qu'il y avoit introduits, il les transporta dans celui de Berlin & de Cologne, quand il y fut transporté lui-même, je veux dire qu'il y fonda également une bibliothèque, une collection d'inſtrumens, mais ſurtout un ſéminaire en y liant une ſociété pédagogique; & une ſomme annuelle de 1000 écus fut aſſignée pour leur entretien. Toutes ces choſes y gagnèrent en étendue, en nombre, en ordre, & par conſéquent en influence. M. Buſching, durant tout le reſte de ſa vie, approuva fort ces changemens qu'il voyoit faire à M. Gedike, & approuva d'avance ceux qu'il préſumoit devoir ſe faire encore après ſa mort. (Il le déclara publiquement dans un écrit imprimé).

Ce qui facilita ces opérations, c'eſt ſans contredit l'héritage Streitien, dont les intérêts commençoient à être perçus. M. Gedike en fit l'uſage le plus judicieux, tant pour augmenter le nombre des heures inſtructives, comme par exemple par des leçons dans les langues modernes, que pour améliorer le ſort des profeſſeurs & des régens, afin de les faire travailler avec aiſance & avec ſérénité; ce qui n'eſt rien moins qu'indifférent pour l'effet que doit produire leur travail.

C'eſt de quoi il leur donna l'exemple tout le premier, en enſeignant chaque ſemaine pendant huit heures, dans les hautes claſſes, ſur des objets ſi multiples qu'on en eſt véritablement étonné. Il interprétoit les poëtes grecs, & parmi les latins Horace ſon auteur chéri. Il expliquoit la rhétorique, l'art poétique, l'encyclopédie univerſelle, y comprenant l'hiſtoire de la Littérature, des Arts, des Sciences mathé-

thématiques, phyſiques, philoſophiques; & préſentoit de plus une idée générale des langues de tous les temps & de tous les pays, comme dans un tableau bien deſſiné.

Depuis ſon agrégation au département ſcolaſtique, dont le plan, ſur lequel il fut conſulté par le miniſtre de Zedlitz, eſt en bonne partie ſon propre ouvrage, ſes vues & ſes travaux s'élargirent dans un eſpace bien plus vaſte, & embraſſèrent toutes les provinces du royaume pour lesquelles il s'agiſſoit de former, de loin, des inſtructeurs habiles dans chaque branche de doctrine. Quelques années avant ſa mort, amateur comme il l'étoit des ſéminaires, il eut la ſatisfaction d'en voir créer un troiſième pour les écoles ſavantes à établir dans la Pruſſe méridionale & dans la nouvelle Pruſſe orientale.

En 1800, après le retour de Meierotto de ſa miſſion, ſuivi bientôt de ſa mort, Mr. Gedike fut chargé de la même tâche, c'eſt-à-dire de viſiter les écoles provinciales. Il alla pour cet effet à Poſen, à Varſovie, en d'autres endroits, y conféra avec les régences & avec les chapitres eccléſiaſtiques, prit d'exactes informations ſur tout avec un extrait des actes qui y ſont relatifs, pour en faire rapport au département dont il étoit membre. Mais ce voyage lui attira le même deſtin qu'à ſon prédéceſſeur, le voyage dans l'autre monde. Il eſt réellement triſte de voir deux de nos confrères, victimes des fatigues que leur causèrent ces courſes ſcolaſtiques, et un troiſième en revenir avec une ſanté dérangée.

Parmi les ouvrages écrits de Mr. Gedike, ſes programmes pour inviter aux examens, aux ſolennités ou aux fêtes de ſes colléges, & les diſcours qu'il y prononça, ſont en ſi grand nombre qu'on nous diſpenſera d'en faire l'énumération. Ils roulent ſur des ſujets pédagogiques, mêlés par fois & ſavamment liés avec des ſujets littéraires. Ce mélange a également lieu dans une brochure publiée ſéparément en 1778, ſous le titre *Ariſtote & Baſedow*, où il montre la préférence qu'il donnoit aux anciens en fait de Pédagogie, en traduiſant des mor-

ceaux de Platon, d'Ariſtote, de Quintilien & d'autres refondus d'après ſes idées, & enrichis de ſes réflexions.

On a de lui pluſieurs livres élémentaires. Celui de la langue latine a eu 12 éditions, celui de la grecque 7, et celui de la françoiſe 8, quoique ce ne ſoit pas le meilleur, & que les puriſtes y ayent trouvé beaucoup à redire.

Un de ſes livres les plus utiles, qui a paru en 1782, c'eſt *Ciceronis hiſtoria philoſophiae antiquae*, où cette hiſtoire n'eſt tracée que par des paſſages des oeuvres de Cicéron rangés en ordre méthodique, & qui ſert de plus à affermir les jeunes gens dans la bonne latinité, choſe qui lui tenoit fort au coeur.

Au milieu de tant d'occupations officielles qui paroiſſoient devoir l'abſorber tout entier, il eſt preſque inconcevable comment il pouvoit ſe livrer encore, non ſeulement à des recherches ſavantes & laborieuſes, mais auſſi à des productions, qui quoique de moindre importance, demandent au moins des heures de repos & de loiſir. La poéſie avoit pour lui de puiſſans attraits; & il exiſte de lui pluſieurs poëmes occaſionels. Il s'exerça dans le ſtyle lapidaire, & fournit des inſcriptions à des monumens & pour des médailles. Il avoit conçu même le projet aſſez ſingulier de convertir nos monnoies courantes en médailles hiſtoriques. Ce projet fut goûté & prôné dans une brochure de notre habile artiſte Abramſon.

Il travailla avec ſon ami Mr. Bieſter aux treize premiers volumes du journal de Berlin, qui paroît régulièrement mois par mois, & jouit d'une juſte réputation. Vers la fin de ſes jours, ou vers la St. Jean de 1802, il ne dédaigna pas de prendre part très-vivement à une de nos deux gazettes hebdomadaires, & ſans diſſimuler que le motif qui l'y engageoit, étoit le profit qu'il pouvoit en retirer.

Malgré tout cela, le grand objet qu'il ne perdoit jamais de vue, & vers lequel un penchant invincible l'entraînoit ſans ceſſe, c'étoient les humanités, les langues, la littérature, les antiquités grecques & romaines. Cet enthouſiaſme fut plus fortement enflammé par cet

ordre connu du Roi Fréderic aux grands colléges de Berlin, de cultiver ces belles études, dans toutes leurs parties, avec zèle & avec ardeur. Auſſi Mr. Gedike, déjà tout brûlant & échauffé de ce zèle, ne voulut-il jamais faire deſcendre ſon collége du rang d'école ſavante, ni ſurtout en preſcrire l'uſage du latin, & loin de ſe prêter à des changemens à cet égard, s'y oppoſa par une déclaration publique dans un de ſes programmes, & ſe maintint conſtamment dans ſa vieille routine.

Ses écrits ſur la littérature des anciens, & particulièrement ſur celle des Grecs, ont eu un grand ſuccès; & ſi je ne me trompe, ils ſont la baſe eſſentielle de ſa renommée. En 1777, il mit au jour la traduction allemande des hymnes Pythiques de Pindare; il promit encore celle des odes Néméennes & Iſthmiques: mais ſa vie ſi occupée & la trop courte durée de cette vie l'empêchèrent de tenir ſa promeſſe. Ces traductions en proſe poétique ne défigurent certainement pas le texte original, ou plutôt luttent avec lui jusqu'à un certain degré. Mr. Gedike avoit une doſe de génie lyrique; auſſi la plupart de ſes propres poéſies ſont de ce genre & des imitations de ſon Pindare: ſi ſon ſtyle, ce qui eſt difficile à éviter, tombe quelquefois au-delà du ſublime dans un peu d'enflure ou de bourſouflure, on ne ſauroit au moins le taxer de ſuivre le vol du cygne Thébain ſur des ailes de cire, quoiqu'aſſurément il ſoit impoſſible de l'atteindre dans les nues ſans l'impulſion du même ſouffle céleſte. Tant il eſt vrai que

Multa Dircaeum levat aura cycnum,
Tendit, Antoni, quoties in altos
Nubium tractus.

Le commentaire ajouté à ces hymnes par leur traducteur a fait admirer ſon érudition dans un âge encore ſi jeune, & ſes conjectures ingénieuſes pour débrouiller le ſens des paſſages les plus obſcurs et qui ont fait ſuer tant de commentateurs. J'en dis autant de ſa préface qu'on relit toujours avec plaiſir. Enfin on lui doit encore un choix qu'il a fait dans les odes de Pindare, pour initier ſes auditeurs dans leur intelligence & les familiariſer peu-à-peu avec ce chantre ſublime.

Son édition de Philoctète, une des plus belles tragédies de Sophocle, & par la ſimplicité de l'action, & par la peinture exquiſe des trois caractères qui y contraſtent, mérite les mêmes éloges, & peut-être de plus grands. Elle eſt le réſultat des leçons particulières données ſur cette pièce en 1780, fréquentées par pluſieurs perſonnes de diſtinction, auxquelles il avoit ſu inſpirer l'amour du grec, & entre autres par le miniſtre de Zedlitz, qui l'engagea à la faire imprimer avec ſes remarques. Elles ont été goûtées en grande partie, & hautement approuvées par Brunk, cet illuſtre reſtaurateur du Sophocle entier, dont il a ſupérieurement émendé & émondé le texte.

On ſait que Mr. Gedike participa auſſi à l'édition des 4 dialogues de Platon publiés de nouveau par Mr. Bieſter, & qu'il contribua avec lui à relever par ſes obſervations le prix de ces pièces ſi intéreſſantes du philoſophe d'Athènes. Il fit plus, il les traduiſit toutes quatre en ſa langue maternelle. Un bien plus grand deſſein qu'il ſe propoſoit, c'étoit de traduire & de commenter la REPUBLIQUE de ce philoſophe. C'eſt bien dommage que ſes forces défaillantes & bientôt leur extinction finale ayent mis un obſtacle inſurmontable à ſon exécution.

Je touche à préſent à un article qui me fait de la peine, mais que je ne puis paſſer ſous ſilence.

Je ne parlerai donc que briévement de ſes mémoires lus dans nos aſſemblées, parce qu'ils ont tous été perdus pour l'Académie, à qui ils appartenoient de plein droit, & à qu'ils auroient fait honneur, & je ſuis fâché de le dire, perdus par la faute de Mr. Gedike, qui ne les a jamais remis dans nos actes immédiatement après leur lecture, comme nos réglemens & ſon devoir le lui preſcrivoient, mais les a gardés de ſa propre autorité pour en diſpoſer uniquement ſelon ſon bon plaiſir. Il n'eſt pas à la vérité le ſeul coupable de cet abus qui s'eſt inſenſiblement gliſſé chez nous; mais ſi malgré les meſures priſes depuis pour y remédier, il continuoit à prévaloir, quel détriment n'en réſulteroit-il pas? & que deviendroient nos recueils académiques?

La ſimple indication des ſujets maniés par Mr. Gedike dans ces mémoires avec ſa ſagacité ordinaire fait voir combien nous avons à les regretter. Il y en a un ſur les divers ſyſtèmes employés pour l'explication de la mythologie; un autre ſur le reſpect religieux des peuples anciens & modernes pour le nombre ſepténaire; pluſieurs ſur la langue allemande, ſes dialectes, ſes verbes auxiliaires, ſa prononciation & l'esquiſſe d'un vocabulaire philoſophique adapté à cette langue. Celui qui m'a paru le plus attrayant, & que je relis le plus volontiers, eſt inſcrit ſur le *toi* & le *vous*, dont le ſecond s'exprime en allemand par la troiſième perſonne du pluriel. Il contient des remarques très-fines ſur le ſtyle & le ton de la converſation, la légéreté aiſée & la flexibilité qu'il demande, & ſur les cauſes de la roideur ou de la peſanteur qu'il contracte en certaines rencontres.

Dans ſon dernier mémoire, lu le 25 février 1802, l'eſprit & le coeur encore tout pleins des exploits de ſa miſſion ſcolaſtique, il expoſe les moyens qu'il jugeoit les plus convenables pour cultiver & faire proſpérer les études dans nos provinces polonoiſes devenues pruſſiennes.

Le 2 décembre de cette même année 1802 il comparut pour la dernière fois dans ce lieu de nos ſéances.

Le fond de ſon caractère étoit honnête, intègre, ſans diſſimulation & ſans fard, mais plein d'un feu qui l'emportoit trop loin dans ſes premiers accès, dont cependant il revenoit toujours dans le calme de la réflexion. C'eſt par où il ſe faiſoit moins aimer que craindre de ſes inférieurs, & trouver ſon commerce un peu dur & repouſſant au premier abord, excepté à ceux qui le connoiſſant de près, ſavoient rendre juſtice à ſon coeur franc & loyal.

On l'a accuſé d'un trop fort attachement à ſes intérêts pécuniaires. Rien ne prouve mieux que cette accuſation eſt au moins très-exagérée, que ſon déſiſtement volontaire de la place de directeur de l'école du Werder, que le magiſtrat vouloit lui conſerver conjointement avec celle de Berlin & de Cologne: par où il perdoit alors la bonne moitié de ſes revenus. Et d'ailleurs, ne ſeroit-il pas injuſte de blâmer un

homme de lettres tel que Mr. Gedike, s'il veille à ſes intérêts domeſtiques & économiques ſans faire tort à qui que ce ſoit? Accablé d'un fardeau d'affaires, de tant de travaux qui le laiſſoient à peine reſpirer, il eut beſoin de ſe débarraſſer des pénibles ſoucis qui pouvoient l'y troubler davantage, afin de goûter au moins une jouiſſance aiſée de la vie dans le peu d'heures de délaſſement qui lui étoient réſervées. Il avoit de plus à pourvoir à la ſubſiſtance & à l'éducation de ſa famille. En 1784, il s'étoit marié avec une demoiſelle Thym, qui par ſes charmes perſonnels & par l'amabilité de ſon caractère lui avoit inſpiré la plus tendre inclination. Elle régiſſoit ſon ménage, & en commun avec lui l'éducation de leurs cinq enfans, laquelle a parfaitement réuſſi, grâce à la ſageſſe de leurs parens, à leur union & à leur conduite exemplaire. Si donc Mr. Gedike a pris ſoin d'augmenter ſon patrimoine par des moyens licites & honnêtes, je croirois qu'il faudroit plutôt l'en louer, puiſque par là il a pourvu, même après ſa mort, au bonheur des perſonnes qui lui étoient & devoient lui être ſi chères.

Agrégations d'Académiciens.

Le 26 Janvier, Mr. *Thaer*, ci-devant conſeiller-privé & médecin du Roi de la Grande-Bretagne à Hanovre, a été agrégé à la Claſſe de Phyſique comme membre ordinaire; il a fait ſon diſcours d'entrée le 8 novembre.

Le 22 mars, Mr. *Trallès*, Profeſſeur à Berne, a été agrégé à la Claſſe de mathématique comme membre ordinaire. Il a fait ſon diſcours de réception le 26 juillet.

Mr. le Genéral de *Knobelsdorf*, ci-devant envoyé du Roi à Conſtantinople, a été élu membre extraordinaire. Il a fait ſon diſcours le 7 juin.

Le 2 août, on a reçu un ordre du Roi, en vertu duquel Mr. de *Müller*, hiſtorien de la Suiſſe, nommé Conſeiller-privé du Roi & hiſtoriographe de Brandebourg, d'académicien étranger qu'il étoit depuis 1788, eſt agrégé comme académicien ordinaire à la Claſſe de Belles-Lettres.

Mr. *Haüy*, membre de l'inſtitut de France & profeſſeur de minéralogie à Paris, &

Mr. *Alexandre Monro*, préſident du collége de médecine à Edinbourg, ont été élus le 26 juillet, comme membres étrangers, & proclamés dans la ſéance publique du 9 août.

DISCOURS

DE

M. TRALLÈS *).

Meſſieurs.

J'ai le bonheur de me trouver à préſent dans l'enceinte de l'Inſtitution conſacrée ſous la protection grâcieuſe de Sa Majeſté au progrès des ſciences où Votre bienveillance m'a honoré d'entrer. En préſence des membres diſtingués de cette académie, il me ſeroit bien difficile d'expoſer mes ſentimens; le grand reſpect ne permet guères d'en parler à celui à qui il eſt dû. Ayant déjà eu l'honneur d'aſſurer par écrit à l'académie ma reconnoiſſance & ma profonde vénération, il paroîtroit peut-être peu convenable à ſa dignité de l'atteſter encore dans ce moment. Mais ce qui me ſera permis de répéter, Meſſieurs, c'eſt de Vous demander la grâce de me favoriſer auſſi dorénavant de Votre bienveillance & de Vos ſecours. Je n'ai pas le moindre doute que Vous ne ſoyez prêts à me les accorder, puiſqu'en m'agrégant, Meſſieurs, Vous étiez certainement déjà diſpoſés à m'aider de Vos conſeils & de Vos lumières ſans leſquels mes peu de moyens n'auroient pas la force ſuffiſante pour coopérer avec quelque utilité au but de l'académie.

Il ſemble d'abord qu'à meſure des progrès dans les ſciences, ſe préſentent les moyens pour les faire avancer davantage. Mais alors, d'un autre côté, les difficultés augmentent encore plus & les obſtacles ſe multiplient. C'eſt ſurtout le cas dans les ſciences exactes que l'académie a la

*) Lu le 26 juillet 1804.

a la gloire d'avoir fait faire tant de progrès par les travaux qu'elle a fait naître & par une ſucceſſion de membres d'un mérite à jamais remarquable dans l'hiſtoire des ſciences.

Ce n'eſt pas tout que d'acquérir des connoiſſances nouvelles, il faut encore frayer des routes de communication entre les vérités appartenantes au même corps de doctrine. Cela eſt auſſi néceſſaire pour marcher en avant d'un pas aſſuré, qu'utile pour réunir & pour faire valoir des vérités qui, plus iſolées, paroîtroient avoir moins d'influence. Il importe de connoître ces routes, afin de dominer ſur toute la partie ſcientifique où il y a quelque point de conquis. Cette connoiſſance des différentes connexions entre les vérités, particulièrement néceſſaire dans les mathématiques, eſt d'ailleurs une partie eſſentielle du ſavoir philoſophique dans les ſciences en général. Il ne faut pas les enviſager comme ſi elles n'avoient qu'une étendue linéaire; de toute part, dans toutes les directions, il s'y trouve des liaiſons plus ou moins immédiates de telle vérité ou de telle autre. Ce ſeroit être ſyſtématique, ce ſeroit vouloir n'enviſager les ſciences que d'un côté, ſi l'on vouloit n'admettre qu'un enchaînement unique de toutes les connoiſſances qu'elles renferment.

Il n'eſt pas moins vrai que toute vérité a ſa place préciſe dans un ſyſtème de connoiſſances, mais l'aſſigner au juſte eſt bien difficile & un objet digne des recherches de celui qui travaille au progrès des ſciences; recherches qui le conduiront ſouvent à s'occuper de réduire à leur plus grande ſimplicité des vérités qui doivent ſervir de points de départ pour arriver à ceux dont il s'agit de déterminer la poſition. Car ſouvent une vérité à laquelle le génie eſt parvenu, n'eſt pas propre dans cet état primitif à former une ſource pure pour d'autres.

L'art de faire des obſervations & des expériences n'eſt pas tout uniment le moyen de paſſer de la ſpéculation à l'application & d'en faire un objet d'utilité générale. Auſſi cet art, comme un moyen d'étendre nos connoiſſances, eſt devenu une ſcience & ne ſauroit être exercé ſans une grande habileté avec le talent de ſe créer des moyens & les con-

noiſſances approfondies des obſtacles qui tendent à diminuer l'exactitude à laquelle on aſpire aujourd'hui. Elle exige même du génie, pour ne pas être aſtreinte de ſe contenter à multiplier ou à répéter ſeulement des obſervations d'après des méthodes connues.

Mais vous ſavez, Meſſieurs, au mieux apprécier les difficultés dans la marche progreſſive des ſciences. Vous connoiſſez par Vous-mêmes & par Votre propre expérience, ce qu'il faut pour en reculer les bornes, pour rendre plus fertiles les vérités connues, & pour les appliquer. Je n'ai réclamé Votre attention un moment ſur ce ſujet, que pour Vous aſſurer qu'en prévoyant les difficultés de mon devoir, je ſaurai, en tâchant de le remplir de mon mieux, que je trouverai en Vous des juges équitables, des renſeignemens précieux, & que je ne manquerai pas d'en profiter avec gratitude.

RÉPONSE

au Discours de Monſieur Trallès.

Monſieur.

J'avois, il y a environ ſix mois, répondu en quelque façon d'avance au diſcours que vous venez de prononcer, en vous notifiant votre aſſociation à cette Académie. Ce ſont vos mérites reconnus par un Roi protecteur & rémunérateur généreux des talens de tous genres, & nos ſuffrages unanimes, qui vous en ont ouvert l'entrée, dont nous pouvons à juſte titre nous promettre des avantages précieux. Comme vos travaux qui vous ont déjà acquis une ſi juſte réputation, continueront à être conſacrés aux mathématiques tant pures qu'appliquées, vous contribuerez ſans doute à ſoutenir & à propager les ſuccès dans cette grande & belle ſcience, dûs aux célébres géomètres que nous avons encore le bonheur de poſſéder. Votre commerce fraternel avec ces derniers, & la communication mutuelle de vos idées ne manqueront point d'enfanter de nouvelles découvertes, & de répandre dans votre Claſſe de nouveaux rayons de lumière, qui de là rejailliront ſur ce Corps académique tout entier pour en rehauſſer la gloire & la ſplendeur.

RÉPONSE
au Discours de Monſieur Thaer.

Monſieur.

On peut, à juſte titre, regarder votre tranſmigration dans nos contrées, comme très-avantageuſe, non ſeulement à cette Académie que vous enrichirez du tréſor de vos connoiſſances, mais à ce pays tout entier. Ce qui ſuffiroit pour le prouver, c'eſt le choix qu'a fait de vous le Prince le plus éclairé, le plus juſte appréciateur du mérite en tout genre, & dont toutes les démarches ſe dirigent vers l'utilité publique & le bonheur de ſes états. Or quel homme plus propre que vous, Monſieur, à y contribuer! Vous avez paſſé vos jours à approfondir le ſujet le plus intéreſſant pour tous les peuples de la terre. Vos travaux ſur la culture de cette terre & ſur l'économie rurale tendent tous à perfectionner cet art, ou plutôt à l'ériger en ſcience, en le fondant ſur des maximes ſolides, puiſées dans une longue expérience, & appuyées de tous les principes de la phyſique qui y ont du rapport. Vous trouverez ici, & parmi vos confrères mêmes, dont la ſuavité de vos moeurs vous conciliera l'eſtime & l'amitié, des hommes prêts à vous applaudir & à vous ſeconder dans vos nobles deſſeins. Quel doux ſpectacle, de les voir proſpérer entre vos mains, de voir tous les élémens de la nature, excités par vos ſoins, concourir à féconder nos champs & nos pâturages, & remplir ainſi les voeux de tous les amis de l'humanité!

Fertilis frugum pecoriſque Tellus
Spicea donet Cererem corona:
Nutriant foetus et aquae ſalubres,
Et Jovis aurae.

DISCOURS
de réception de Monſieur Karſten *).

Si notre première entrée dans une nouvelle aſſociation littéraire eſt d'un côté accompagnée de perſpectives riantes, d'un autre côté, elle n'eſt pas toujours exempte de juſtes allarmes.

Nous nous ſentons d'abord animés de l'eſpoir encourageant que cette aſſociation étroite avec les principaux ſavans du ſiècle nous conduira vers la ſource abondante de toutes les ſciences, dont peut-être nous ne cultivions qu'une ſeule partie, mais dont nous déſirions d'acquérir une connoiſſance générale, ſoit pour compléter le cercle de notre culture intellectuelle, ſoit pour perfectionner la partie de la ſcience à laquelle nous nous ſommes particulièrement appliqués. Le lien des ſciences embraſſe à la vérité tous ceux qui les cultivent; mais qu'il eſt ſouvent difficile pour celui que ſa deſtinée a placé dans une ſphère iſolée, de chercher & d'employer les moyens propres à l'étendre, & à augmenter ſes lumières! De plus, une foule de connoiſſances, ſurtout dans les doctrines exactes, s'acquiert bien plus difficilement dans les livres que de bouche; ſouvent un ſeul entretien, une ſeule expérience conduit plus loin que l'étude la plus longue & la plus approfondie d'un gros ouvrage. Il eſt vrai que la ſociété civile, ſurtout dans une grande ville, nous procure l'avantage de ces communications immédiates; mais nous acquérons aux yeux de la plùpart des hommes, des titres bien plus ſolides à la confiance & à l'autorité, lorsque dans un cercle plus étroit,

*) Ce Discours prononcé, en allemand, le 8 ſept. 1803, n'ayant pu entrer dans le volume précédent, a dû trouver ici ſa place.

nous pouvons faire valoir, pour notre inſtruction, des droits ſur nos confrères, que lorsque, dans une ſphère plus étendue, nous ne pouvons réclamer leurs ſecours & leurs lumières qu'à titre de complaiſance & de bienfait.

Il ne peut, en ſecond lieu, y avoir rien de plus déſirable aux yeux de l'ami des ſciences, que d'entrer, par ſon agrégation à une ſociété littéraire, au nombre de ceux qui forment, en quelque ſorte, un tribunal ſupérieur de la ſcience, auquel en appelle le public dans le doute, & que l'État même conſulte ſouvent. Ce ſeroit faire preuve d'une indifférence peu louable, que de ne voir dans ce choix qu'une diſtinction inſignifiante.

Sans toucher ici à d'autres avantages réels, à d'éminens priviléges qui tiennent encore à l'agrégation à l'Académie, je me trouve auſſi reconnoiſſant qu'honoré de la place que vous avez daigné, Meſſieurs, m'accorder dans cette illuſtre aſſemblée. Mes ſentimens ſont d'autant plus prononcés, ma gratitude eſt d'autant plus vive, que dans cette diſtinction flatteuſe, vous venez de m'aſſocier à deux Savans *) de cette ville, au choix duquel le public applaudira ſans partage. Je n'en ſuis que plus inquiet ſur mon compte, & ſur la manière dont je pourrai juſtifier votre troiſième élection.

Depuis le premier moment de ſon exiſtence plus que ſéculaire jusqu'à ce jour, ſous les différentes formes que les conjonctures lui ont données, l'Académie royale des Sciences de Berlin a conſtamment eu le bonheur de voir à ſa tête & dans ſon ſein des hommes qui ont répandu ſur elle un brillant éclat. Et quoiqu'elle ait dû ſa première renommée moins à la Claſſe de Phyſique, à laquelle votre choix me deſtine, qu'aux autres, cette claſſe a inconteſtablement contribué à la ſoutenir & à la propager ſur la génération actuelle. Pour s'en convaincre, il ne faut que jeter un coup-d'oeil ſur ſon hiſtoire. Même à l'époque où les *Miscellanea Berolinenſia* ne pouvoient plus ſe glorifier des mémoires d'un *Leibnitz*, d'un *Euler*, d'un *Jean Bernoulli*, & long-

*) Meſſieurs Ancillon fils & Spalding.

temps avant celle où le fauteuil du préſident, vacant par le décès du célébre Leibnitz, fut rempli par le célébre *Maupertuis*, ces recueils ſavans furent ſurtout enrichis par les travaux des *Pott*, des *Euler*, des *Margraff* & des *Lieberkühn*. Ce furent principalement ces hommes, qui dans un temps où la Société royale des ſciences étoit menacée de ſuccomber ſous un deſtin contraire, en ſoutinrent le nom & la renommée, ſurtout dans l'étranger.

Je crains trop de bleſſer la modeſtie des membres actuels de cette Claſſe diſtinguée, pour oſer toucher à leurs mérites & à tout ce qu'ils ont fait pour rectifier & étendre le domaine des ſciences naturelles. Depuis une ſuite non interrompue d'années, il eſt ſorti du ſein de cet Inſtitut académique une foule de découvertes importantes. Mais pourquoi les citer? Ne ſont-elles pas univerſellement connues? J'aime mieux avouer qu'elles ajoutent beaucoup à la juſte crainte que j'éprouve en voyant mon nom inſcrit au rôle de cette Claſſe illuſtre.

La Minéralogie à laquelle je me ſuis particulièrement voué & par vocation & par goût, n'a cherché que dans les derniers temps à s'élever au niveau de ſes ſœurs aînées. Quand M. de Maupertuis dreſſa pour l'Académie le Réglement ſanctionné par Fréderic l'unique, le nom de cette ſcience ne ſe trouvoit pas même au nombre de celles qui devoient être l'objet des travaux de la Claſſe de Phyſique. Ce ne fut que dans la ſeconde moitié du ſiècle paſſé, que l'étude de la Minéralogie excita un plus vif intérêt, & qu'éclairée du flambeau de la Chimie, cette ſcience a fait depuis les dernières décuries, des progrès étonnans. Cependant cette troiſième doctrine principale de l'hiſtoire naturelle eſt à la veille d'éprouver une grande criſe. Le principe de la *claſſification minéralogique* eſt encore aujourd'hui extrêmement vague; la Philoſophie ſpéculative commence, à l'exemple des Mathématiques, à faire valoir ſes droits ſur l'empire des corps non-organiſés; tandis qu'un empirisme ſuranné refuſe à celle-là, comme un myſticisme minéralogique à celles-ci, toute eſpèce de compétence en ces matières.

Ce ſeroit donc une entrepriſe vraiment académique, que celle de chercher paiſiblement, au milieu du conflit de ces puiſſances en litige, une iſſue heureuſe, & de pratiquer un nouveau ſentier, également éloigné des rochers ſtériles de la ſpéculation & de l'édredon du pareſſeux empirisme. Une tentative de cette nature, ſi elle me réuſſiſſoit, pourroit être, de ma part, un premier à compte de la dette que j'ai contractée vis-à-vis de mes honorés Collégues. Mais cette tentative exige l'examen le plus ſoutenu & le plus calme, & des obſervations multipliées & non-interrompues. Si je pouvois me conſacrer ſans partage aux ſciences, je ne redouterois pas les efforts que demanderoit l'exécution d'un plan qui depuis pluſieurs années s'eſt préſenté à mon eſprit; mais mes relations m'impoſent impérieuſement des devoirs qui trop ſouvent peut-être me détournent des recherches que la ſcience néceſſite. C'eſt pourquoi je dois me borner à parler ici du déſir intime & ſincère que j'éprouve de m'occuper de ce genre d'études, autant que me le permet la nature de mes travaux publics, comme d'un ferme garant des efforts que je tâcherai toujours de faire pour me rendre digne de la place honorable que m'aſſigne l'Académie en m'agrégeant au nombre de ſes membres.

MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE ROYALE

DES

SCIENCES

ET

BELLES-LETTRES.

CLASSE

DE PHILOSOPHIE EXPÉRIMENTALE.

EXTRAIT

d'un mémoire intitulé

Eſſai d'application de la théorie de l'équilibre mobile à divers phénomènes de la nature.

PAR M. PREVOST *).

§. 1.

Expoſition de la théorie de l'équilibre mobile.

L'équilibre mobile eſt celui qui a lieu par voie d'échanges égaux dans un fluide agité. Ce fluide eſt discret. Ses particules ſont en mouvement. Chacune d'elles ſe meut en ligne droite d'une manière conſtante, tant qu'aucun obſtacle ne l'arrête. Mais les particules étant très-nombreuſes, il n'y a point de direction, dans un petit eſpace ſenſible, qui ne ſoit parcourue par un filet de particules. D'un lieu à un autre, il ſe fait donc de continuels échanges. Si ces échanges ſont égaux, ſi chaque lieu envoie à l'autre en temps donné même nombre de particules, il y a équilibre. Sinon l'équilibre eſt rompu, & tend à ſe rétablir par l'inégalité des échanges. Telle doit être conçue la conſtitution du feu ou calorique (voy. Journ. de Phyſique, avril 1791. Rech. ſur la chaleur §§. 1-11. Trans. phil. pour 1802. p. 443 §. 35. Bibl. brit. Vol. 22. p. 48). Je prie de remarquer que cette théorie

*) Lu le 25 octobre 1804.

eſt la conſéquence néceſſaire de la théorie des fluides discrets que j'admettois long-temps avant l'expérience de la réflexion du froid. Cette théorie des fluides discrets eſt celle de Dan. Bernoulli (Hydrodyn. ſect. 10.), & de G. L. Le Sage qui en étoit co-inventeur (voyez Rech. &c. §. 1. Trans. &c. p. 442. Bibl. br. &c. p. 47 & 48, note 3). Rien ne reſſemble moins à une hypothèſe faite exprès pour expliquer un ſeul phénomène.

§. 2.

Phénomènes que j'ai expliqués ailleurs par cette théorie.

1°. La loi des échauffemens & refroidiſſemens en temps donnés: loi admiſe par Newton, trouvée expérimentalement par Richmann, & tout récemment reconnue par le comte Rumford (qui l'exprime par l'emblème commode d'une logarithmique, & qui ſemble néanmoins dans le cours de ſon mémoire, oublier plus d'une fois cette même loi qui a dirigé ſes premières interpolations) (voy. Rech. &c. §. 19. Trans. &c. p. 443. §. 36. Bibl. br. &c. p. 49). 2°. La réflexion du froid (voy. Journ. de Ph. &c. Rech. &c. §. 3. Trans. &c. p. 445 §. 38. Bibl. br. &c. p. 50). Quoique je n'allègue que ces deux phénomènes, je ne veux pas dire que j'abandonne l'explication que j'ai donnée de quelques autres faits. Je cite ſeulement ceux-ci comme aſſez remarquables.

§. 3.

Nouveau phénomène.

Expérience. Dans un lieu de température d'ailleurs uniforme, on place un corps plus froid, (un petit matras plein de glace). On lui préſente un thermoſcope. Il en réſulte un léger refroidiſſement. Bientôt l'inſtrument devient ſtationnaire. Alors on place entre le corps froid & le thermoſcope un cornet conique, poli intérieurement, par conſéquent réflecteur. Ce cornet qui eſt un cone tronqué, préſente au thermoſcope ſa petite baſe (ou ſa pointe), & ſa grande baſe (ou ſa trompe) au matras.

Réſultat. L'appareil étant ainſi diſpoſé, le thermoscope indique auſſitôt du refroidiſſement. (Cette expérience eſt du comte de Rumford, elle a été vue & répétée par M. Pictet. Je l'ai vue & répétée avec ce dernier phyſicien, avec un appareil commode de ſon invention placé dans ſon cabinet de phyſique).

Explication. L'explication de ce réſultat n'eſt qu'un cas particulier d'une propoſition très-générale. Je crois donc qu'il ſera plus clair & plus ſimple de placer ici de ſuite deux propoſitions rigoureuſement démontrées, dont il ſuffira de faire l'application au cas préſent.

1ère *Prop.* Dans la théorie de l'équilibre mobile, ſi dans un lieu de température uniforme, on place un réflecteur, il ne produit en aucun point aucun changement de température.

Remarque. Je parle de réflecteurs parfaits de figure quelconque. Si l'on y ſubſtitue un réflecteur imparfait, il faudra concevoir ſa ſurface diviſée en deux parties, l'une réflecteur parfait, l'autre non réflecteur.

Démonſtration. Soit un point dans l'eſpace en queſtion duquel on prétende que le réflecteur haiſſe ou baiſſe la température. C'eſt-à-dire qu'on ſuppoſe qu'il arrive à ce point par voie de réflexion un (ou pluſieurs) rayon de plus ou de moins qu'avant l'interpoſition du réflecteur. Diſons, par exemple, qu'il y a un rayon de plus. Menez ce rayon réfléchi. Et au point d'incidence ſur le réflecteur, menez le rayon incident duquel le rayon réfléchi réſulte. Et il eſt clair que la ligne que ſuit ce rayon incident, eſt donnée de poſition & unique. Maintenant prolongez le rayon réfléchi au-delà de la ſurface réfléchiſſante. Et ſi vous ſupprimiez celle-ci, ce prolongement ſeroit la route d'un rayon calorifique égal à celui qui ſuit actuellement la ligne du rayon réfléchi. Donc pour un rayon réfléchi, on trouve toujours un rayon ſupprimé égal. Donc ce rayon qu'on ſuppoſoit additionnel, n'eſt qu'un rayon en remplacement. Suppoſons à préſent qu'il y ait par l'interpoſition du réflecteur, un rayon de moins. Concevez le rayon ſupprimé. Et au point d'interception ſur la ſurface réfléchiſ-

ſante, menez la droite qui eſt la route que devoit ſuivre un rayon incident pour remplacer par un rayon réfléchi le rayon direct ſupprimé. Et vous êtes aſſuré qu'un rayon ſuit cette route: donc il y a remplacement. Donc enfin, il n'y a ni plus ni moins de rayon après qu'avant l'interpoſition du réflecteur. Donc aucun point n'éprouve un changement de température.

Remarque. Ceci ſuppoſe qu'on ſe rappelle l'hypothèſe de l'équilibre mobile qui ſe réduit à affirmer que tout point de l'eſpace chaud eſt un centre, duquel & auquel tendent en tout ſens des filets de particules calorifiques.

2^de *Prop.* Dans un lieu de température d'ailleurs uniforme, ſi l'on place un (petit) corps froid, & ſi on lui préſente un thermoſcope, & ſi (quand l'inſtrument ſera devenu ſtationnaire) on place un réflecteur qui renvoie ſur ce thermoſcope quelques rayons émanés du corps froid: je dis qu'il y aura refroidiſſement, & que le thermoſcope l'indiquera.

Démonſtration. Par tout ce qui précède, chaque rayon réfléchi remplace un rayon direct. Mais le filet des rayons réfléchis (qui émanoient du corps froid) eſt moins abondant en particules calorifiques, que n'eſt le filet direct ſupprimé (qui émanoit de quelque point de l'eſpace plus chaud). Donc il ne peut manquer d'y avoir refroidiſſement: & le thermoſcope l'indiquera.

L'*application* au cornet conique n'exige aucun détail. Et il me ſemble que ce n'eſt pas la peine de la déduire ici. Du reſte, il eſt clair que pour que le refroidiſſement ſoit bien ſenſible, il faut approcher le thermoſcope de la pointe ſur l'axe, & éloigner un peu le matras de la trompe.

Peut-être cependant ſera-t-il bien d'ajouter les remarques ſuivantes, pour faciliter l'application au cornet conique.

1. Si le thermoſcope & le matras étoient l'un & l'autre un point, tous deux ſur l'axe du cone tronqué: lorsque le thermoſcope ſeroit placé plus loin du cone que le ſommet, (ou même ſeulement auſſi loin que le ſommet), il ne recevroit aucun rayon réfléchi.

2. Même lorsque le thermoscope réduit à un point ſur l'axe, ſeroit plus près du cone tronqué que le ſommet du coné, il ne recevroit les rayons émanés du matras (auſſi réduit à un point ſur l'axe) qu'autant que le permettroit la loi. Et en conſéquence, lorsque le matras eſt plus éloigné, on verra qu'il y a plus de facilité pour cela.

3. Mais le thermoscope, ni le matras n'étant des points, il arrive que le thermoscope, même au ſommet, ou plus loin que le ſommet, reçoit cependant quelques rayons réfléchis émanés du matras.

§. 4.

Des réflecteurs.

On a coutume, en parlant de la lumière, d'appeler réflecteurs les corps polis dont la ſurface réfléchit régulièrement. On peut cependant (même quant à la lumière) étendre ce mot aux corps non-polis, qui réfléchiſſent irrégulièrement (tels que les corps blancs mats), par oppoſition à ceux qui l'abſorbent. L'analogie peut faire appliquer au feu ou calorique rayonnant toute la théorie de la lumière réfractée & réfléchie, ſurtout après les belles expériences du Dr. Herſchell. Je dirai donc en particulier, que lorsque le calorique paſſe d'un milieu ou corps plus réfringent (ou plus denſe, p. ex.) dans un autre qui l'eſt moins, il y a réflexion partielle, & que cette réflexion s'opère dans le milieu le moins réfringent, à une petite diſtance de la ſurface dirimante (Princip. I. 96. ſchol. Haüy §. 653. R. Smith's Opt. §. 191.) Il faut concevoir que le calorique, gêné dans le corps, arrive à la ſurface & commence à rayonner. Selon les circonſtances, le rayonnement s'achève, & la particule s'échappe, ou bien elle eſt réfléchie intérieurement. Il eſt probable que les miroirs ſont meilleurs réflecteurs que les corps mats, même blancs. J'omets ce détail.

§. 5.

Expériences nouvelles avec les réflecteurs.

Par une ſuite de belles expériences, le comte Rumfort a fait voir que de deux corps à même température, l'un réflecteur, l'autre non-

réflecteur (ou moindre réflecteur), 1°. le premier, dès le premier inſtant, rayonne moins, ſoit de chaleur, ſoit de froid, que le ſecond. 2°. Plongés dans des milieux de température différente de la leur, le non-réflecteur s'y conforme plutôt que le réflecteur.

§. 6.

De l'effet thermoscopique du refroidiſſement par le réflecteur & par le non-réflecteur.

Dans un lieu vaſte de température uniforme, ſe trouvent deux corps, ſuffiſamment diſtans, l'un *R*, réflecteur; l'autre *N*, non-réflecteur. Puiſqu'il y a équilibre, chacun d'eux, en un temps donné, lance par voie de rayonnement, un même nombre de particules caloriques, p. ex. 1000 par 1″. Pour le corps *N*, tout ce courant eſt émané de ſon intérieur. Pour le corps *R*, une partie eſt émanée, une partie eſt réfléchie: p. ex. 500 émanées, 500 réfléchies. Cela étant entendu, enlevons à l'un & à l'autre corps la moitié du calorique intérieur qui fournit à leurs émanations reſpectives. Ces émanations diminueront proportionnellement. Ainſi *N* émanera 500, & *R*, 250. Et le courant lancé par *N* ſera réduit à 500. Celui de *R* ſera, par voie d'émanation, 250; & par voie de réflexion, 500, comme ci-devant: Total 750. Donc le refroidiſſement apparent pour *N* ſera, au premier moment, 500. Et pour *R*, 250. Si l'on appelle ce refroidiſſement, ſenſible à diſtance, *rayonnement de froid*, on trouvera que *R* (le réflecteur) rayonne moins de froid au premier moment, que ne fait le corps *N* (non-réflecteur). (Ce qui étoit le premier point à expliquer). Le ſecond point n'offre plus aucune difficulté. Car comme le réflecteur n'eſt pas échauffé par les rayons qu'il réfléchit, il s'enſuit que *N* reçoit intérieurement, à chaque inſtant, deux fois autant de rayons échauffans qu'en reçoit *R*. Il doit donc néceſſairement mettre plus de temps à recouvrer une plus haute température.

§. 7.

§. 7.

De l'effet thermoscopique de l'échauffement par le réflecteur & par le non-réflecteur.

Cet effet eſt préciſément le même en ſens inverſe que l'effet du refroidiſſement. Je veux dire qu'il faut conſidérer la réflexion au-dedans du réflecteur, au lieu de la conſidérer au-dehors. Ainſi, tout étant diſpoſé comme ci-deſſus: Au lieu d'enlever du calorique aux deux corps *R*, *N*; ajoutez intérieurement du calorique en quantité égale à l'un & à l'autre. 1°. Le réflecteur repouſſant intérieurement la moitié de ce nouveau calorique, ne le laiſſera pas émaner au-dehors: *ſon rayonnement du chaud* paroîtra moindre dès le premier moment. 2°. A chaque inſtant correſpondant, ne laiſſant échapper que la moitié de ce que *N* laiſſe échapper (en conſéquence de cet excès de chaleur); il eſt évident qu'il mettra plus de temps à recouvrer la température inférieure à la ſienne du local où l'un & l'autre ſont placés.

§. 8.

Réſumé.

Une ſurface dirimante doit être conçue comme réfléchiſſant en même quantité les rayons caloriques incidens, ſoit d'un côté, ſoit de l'autre. Enlevez ou ajoutez du calorique à un corps terminé par une telle ſurface fort réfléchiſſante. 1°. Son rayonnement, dès le premier moment, en ſera moins affecté, puiſque la ſurface réfléchiſſante met obſtacle, de part & d'autre, à tout changement de ce genre. 2°. Ce corps prendra plus tard la température du milieu, différente de la ſienne, parce qu'à chaque moment, la cauſe du retour à cette température, ſavoir le rayonnement, agit avec moins d'énergie pour produire cet effet.

§. 9.

Détails.

La main (corps non-réflecteur) rayonne plus qu'une plaque de métal poli, même plus chaude. C'eſt le réſultat de ce qui précède.

Un thermoscope eſt ſtationnaire entre deux réflecteurs à 140 *F.* Et il eſt encore ſtationnaire entre deux non-réflecteurs à 112° *F.* Cela n'eſt pas étonnant. Car dire qu'à égale température le réflecteur rayonne moins, c'eſt dire qu'à égal rayonnement le réflecteur a une température plus haute. Une couche de vernis ſur du métal poli augmente le rayonnement. Sept ou huit couches le diminuent par comparaiſon à l'effet de 3 ou 4 couches, mais l'augmentent par comparaiſon au métal poli. C'eſt que 3 ou 4 couches ne font que rendre le corps moins réflecteur (c'eſt-à-dire que le métal verniſſé n'eſt plus ſi bon miroir); & que 7 ou 8 couches en font un corps nouveau, ſemi-transparent, qui eſt plus réflecteur que 4 couches, & moins réflecteur qu'un miroir. D'autres détails (p. ex. les fourrures renverſées) offrent peut-être quelque complication. Il faut attendre que l'auteur les ait fait connoître d'une manière plus pleine, comme il paroît que c'eſt ſon deſſein. On place un thermoscope entre deux réflecteurs, l'un plus chaud, l'autre plus froid que le milieu; tellement que le thermoscope reſte ſtationnaire. On rend tout-à-coup ces deux corps non-réflecteurs. Et le thermoscope reſte encore ſtationnaire. Cela doit être, ſi le réflecteur rayonne moins de chaud, & auſſi moins de froid, préciſément au même degré, comme je l'ai fait voir. En effet, dans le 1^er^ cas (entre les réflecteurs), le thermoſcope reçoit peut-être du corps chaud par ſeconde 1000 particules de plus, & du corps froid 1000 de moins qu'il n'en renvoie. Si ce ſont des demi-réflecteurs, on en peut conclure que le corps chaud repouſſe intérieurement, & le corps froid extérieurement, chacun 1000 particules de toutes celles qui ſe préſentent à leurs ſurfaces reſpectives, en vertu de la différence de température entre chacun d'eux & le milieu. Or dans le 2^d^ cas (les corps étant non-réflecteurs) ces particules ne ſeront plus repouſſées. Donc le corps chaud lancera 1000 particules de plus; le corps froid (abſorbera 1000 particules de plus, ou) lancera 1000 particules de moins, que dans le 1^er^ cas. Par conſéquent l'équilibre ſubſiſtera.

§. 10.

La réflexion du calorique à l'intérieur eſt admiſe par le comte Rumfort. En général, lorsqu'on analyſe les principes qu'il a plutôt interjetés qu'expoſés, on reconnoît qu'il admet l'équilibre mobile. Mais il préfère les ondes à l'émiſſion. Il m'a été impoſſible de voir pourquoi. Ce célébre & ingénieux phyſicien n'a pas encore peut-être aſſez déterminé ce qui, dans ſon hypothèſe, repréſente le froid & le chaud. Peut-être trouvera-t-il qu'on pourroit s'y paſſer de l'expreſſion *rayons frigorifiques* *). Peut-être enfin aurai-je quelque jour le bonheur de me trouver d'accord avec lui ſur ce ſujet intéreſſant, comme déjà je tombe d'accord que perſonne n'y a répandu plus de jour par ſes belles obſervations, & par l'art admirable avec lequel il ſait interroger la nature & rendre fidèlement ſes oracles.

NB. J'avois preſſenti quelque effet des miroirs. (Voy. mes *Rech. ſur la chaleur* §. 143.)

*) Expreſſion tout auſſi convenable, ou disconvenable, dans le ſyſtème de l'émiſſion, que dans celui des ondes: puisque dans celui-ci, elle ſe réſout en + ou — de mouvement (de viteſſe, ou d'élongation).

MÉMOIRE
ſur une méthode particulière de déterminer la dilatation des corps par la chaleur.

PAR M. TRALLÈS *).

On a déjà fait beaucoup d'expériences ſur la dilatation qu'éprouvent les corps par le changement de leur température. Pour les corps ſolides, on a inventé pluſieurs inſtrumens & appareils connus ſous le nom de pyromètre, dont l'uſage ſe bornoit à obtenir les dilatations longitudinales. Les réſultats des expériences faites avec ces machines, ne montrent pas cet accord qu'on peut déſirer, & ne garantiſſent point une exactitude dont on a quelquefois beſoin dans des recherches & dans les applications qui demandent une grande préciſion. Quelques-uns des pyromètres n'ont pas la perfection requiſe dans les principes de leur conſtruction, ou ſont du moins peu ſûrs dans l'application. D'autres, plus parfaits, n'ont ſervi qu'à donner peu de réſultats, n'ayant été employés que dans des vues particulières. Il y a donc des recherches à faire ſur les dilatations, pour avancer nos connoiſſances des propriétés de la chaleur & des corps en général. D'un grand nombre de corps on ne connoît pas la dilatation, & il nous eſt entièrement inconnu s'il exiſte quelque relation entre la dilatation & d'autres propriétés du même corps. Nous ſavons que les corps com-

*) Lu à l'Académie, le 7 juin 1804.

posés ont des pesanteurs spécifiques différentes de celles qui résultent mathématiquement de la proportion entre les composans. Des mélanges se fondent à des températures singulièrement différentes de celles où ce changement d'état a lieu pour les corps qui les composent. Les dilatations changent-elles aussi dans ces cas? C'est bien probable, mais nous ne le savons pas. Je ne me suis pas proposé de discuter ce qu'on peut tirer de lumières des expériences déjà connues, comme des questions de cette nature ne doivent pas m'occuper dans ce moment. Mais ces idées m'ont fait penser aux moyens d'observer les dilatations sans beaucoup d'appareil afin d'en faciliter les recherches aux physiciens. Il s'est trouvé qu'il y a un moyen assez simple avec cet avantage de donner immédiatement le changement du volume des solides. Cette quantité est surtout nécessaire pour déterminer la dilatation des liquides, qui moins sujette aux modifications mécaniques & accidentelles que celle des solides, offrira des résultats plus satisfaisans avec autant d'intérêt.

Le volume d'un corps se peut envisager comme une fonction de sa température, différente en général pour les différens corps, variant davantage pour les liquides que pour les solides, & plus encore pour les fluides élastiques. Ces fonctions, l'expression mathématique des lois de la variation des corps par la chaleur, ne peuvent être trouvées sans expériences directes dans l'état actuel des sciences physiques, & encore ne peut-on obtenir par cette voie qu'approximativement des valeurs particulières, qu'on tâche de lier par une formule d'interpolation convenable, afin d'en pouvoir conclure les valeurs non observées. Quand on ne parvient pas à démêler la vraie forme générale, cas assez fréquent, puisque chacune des lois bien simples que l'on a devinée, fait époque dans l'histoire de la science, on a du moins des données pour l'usage pratique, souvent précieuses pour des progrès ultérieurs de la physique. A proprement parler, nous ne connoissons pas la loi de la dilatation d'aucun corps. Cependant, pour les solides, les expériences s'accordent assez à indiquer les accroissemens du volume proportionels

aux différences des températures. Cette loi, la plus ſimple qu'on puiſſe imaginer, ſans être rigoureuſement vraie, ſi on ne l'applique pas à des différences de températures trop conſidérables, difficiles mêmes à ſuivre avec des appareils de phyſique, paroît être admiſſible.

L'expérience donne cette loi pour les dilatations longitudinales, mais elle peut être encore admiſe pour les volumes ſans avoir à craindre une erreur ſenſible. Cette loi ſembleroit même plutôt s'appliquer à ceux-ci ſi l'on oſe juger d'après l'analogie. Quoi qu'il en ſoit, l'accroiſſement des ſolides eſt ſi petite dans l'intervalle des températures auxquelles nous les expoſons le plus fréquemment, que la ſeconde puiſſance de cet accroiſſement pris par rapport au volume même, eſt déjà à négliger. Or la réduction de la dilatation du volume à celle d'une de ſes dimenſions linéaires, ne contient que les puiſſances poſitives & entières de la dilatation, & les coëfficiens diminuent. Donc ſi V, V' ſont les volumes d'un même corps aux températures θ, θ', & l, l' la même dimenſion linéaire, & qu'on a $\frac{V'}{V} = 1 + n(\theta' - \theta)$, on a auſſi $\frac{l'}{l} = 1 + \frac{1}{3} n(\theta' - \theta)$, car l, l' ſont proportionels aux racines cubiques de V & V'.

Je vais maintenant expoſer la méthode qui tire parti de cette loi pour la détermination de la dilatation des corps ſolides & liquides, & j'indiquerai enſuite les attentions particulières qu'il faut apporter aux expériences mêmes.

Je n'expliquerai pas ce qu'il faut entendre par différence des températures. On ſait que le thermomètre l'indique, moyennant de petites corrections qu'il ne faut point négliger dans des recherches qui demandent de la préciſion, par la différence des degrés, quel qu'en ſoit le nombre, entre deux températures fixes; ou pour parler plus exactement, les différences des nombres de degrés obſervés ſur l'échelle corrigée du thermomètre à différentes températures d'un corps ſont proportionelles aux différences des températures correſpondantes.

Suppoſons deux corps ſolides d'une dilatation aſſez différente pour les mêmes changemens de température. Que les volumes de ces corps aux températures θ, θ', θ'' ſoient reſpectivement pour le premier corps V, V', V'' & pour l'autre v, v', v''.

Pour l'un & l'autre de ces corps je ſuppoſe le changement de volume proportionel à la différence de température, & on aura par conſéquent

$$V''-V=\frac{\theta''-\theta}{\theta'-\theta}(V'-V) \text{ \& } v''-v=\frac{\theta''-\theta}{\theta'-\theta}(v'-v).$$

Que les poids abſolus de ces ſolides ſoient connus, de même que leurs poids lorsqu'ils ſont plongés entièrement dans un liquide & à trois températures ſucceſſivement différentes θ, θ', θ''. On connoît donc la perte du poids de ces corps dans le liquide à ces trois températures; je la ſuppoſe P, P', P'' pour le premier, p, p', p'' pour le ſecond corps.

Mais par les principes de l'hydroſtatique on a

$$V=\frac{P}{p}v;\quad V'=\frac{P'}{p'}v';\quad V''=\frac{P''}{p''}v'';$$

& en ſubſtituant pour V'', v'' leurs valeurs

$$V+\frac{\theta''-\theta}{\theta'-\theta}(V'-V),\quad v+\frac{\theta''-\theta}{\theta'-\theta}(v'-v),$$

on obtient les trois équations

$$V=\frac{P}{p}v,\quad V'=\frac{P'}{p'}v+\frac{P'}{p'}(v'-v),$$

$$V+\frac{\theta''-\theta}{\theta'-\theta}(V'-V)=\frac{P''}{p''}v+\frac{\theta''-\theta}{\theta'-\theta}\cdot\frac{P''}{p''}(v'-v),$$

dont on tire

$$v'-v=\frac{\frac{\theta-\theta}{\theta'-\theta}\left(\frac{P'}{p'}-\frac{P}{p}\right)-\left(\frac{P''}{p''}-\frac{P}{p}\right)}{\frac{\theta''-\theta}{\theta'-\theta}\left(\frac{P''}{p''}-\frac{P'}{p'}\right)}v.$$

Pour avoir $V'-V$, on n'a qu'à changer les quantités qui ont rapport au volume v contre les ſemblables de V, & réciproquement.

On remarquera ici la raiſon pourquoi il a été ſuppoſé que les deux corps ſe dilatent différemment, car ſi les accroiſſemens de leurs volumes étoient égaux, on auroit $\frac{P}{p} = \frac{P'}{p'} = \frac{P''}{p''}$, ce qui rend l'expreſſion de $v' - v$ indéterminée; & à meſure que ces quotiens s'approchent l'un de l'autre, le réſultat pour la dilatation des corps devient moins ſatisfaiſant par la trop grande influence des petites erreurs inévitables dans les expériences.

De l'expreſſion pour $v' - v$ ſuit

$$\frac{v'}{v} = \frac{(\theta'' - \theta')\left(\frac{P}{p''} - \frac{P}{p}\right)}{(\theta'' - \theta)\left(\frac{P''}{p''} - \frac{P'}{p'}\right)};$$

donc nommant s, s' les peſanteurs ſpécifiques du liquide aux températures θ, θ' on a

$$s' = \frac{(\theta'' - \theta')\left(\frac{P''}{p''} - \frac{P}{p}\right) \cdot P''}{(\theta' - \theta)\left(\frac{P''}{p''} - \frac{P'}{p'}\right) \cdot P} s.$$

En général, ayant obtenu la dilatation d'un ſolide, moyennant les poids abſolus de deux, & leurs poids dans un liquide obſervés à trois températures différentes, on a ce qu'il faut pour connoître celle d'un liquide quelconque dans lequel on pèſe le ſolide à différens degrés de température. La choſe étant trop aiſée, je ne m'y arrête pas.

D'un autre côté, on aura auſſi facilement les dilatations d'un ſolide qui ne ſuivroient pas les rapports des différences des températures, ſi la dilatation d'un corps eſt connue. Au reſte, quoiqu'il ait été ſuppoſé dans les formules données, que les accroiſſemens que prennent les corps, ſoient proportionels pour ceux avec lesquels on entreprend l'expérience primitive cependant, cette ſuppoſition ne ſauroit induire en erreur, puiſque l'expérience même montrera ſi elle a lieu ou non pour les deux corps dont on a fait choix. Car obſervant encore la perte de poids des deux corps à une quatrième température, θ''', P''', p''' étant

étant ces dernières quantités & faiſant les quotiens des pertes de poids $\frac{P}{p} = q$, &c. On doit avoir encore

$$\frac{v' - v}{v} \quad \frac{\frac{\theta''' - \theta}{\theta' - \theta}(q' - q) - (q''' - q)}{\frac{\theta''' - \theta}{\theta' - \theta}(q''' - q')}$$

par conſéquent égal à ce qu'on a trouvé par la température θ'', à $\left(\frac{\theta'' - \theta}{\theta' - \theta}(q' - q) - (q'' - q)\right) : \frac{\theta'' - \theta}{\theta' - \theta}(q'' - q')$; & ſi cette équation ne ſe vérifie pas, l'hypothèſe de la proportionalité entre les accroiſſemens & les différences des températures n'eſt pas admiſſible pour ces corps. Trouve-t-on au contraire la quantité $\frac{(\theta^{(x)} - \theta')(q^{(x)} - q)}{(\theta^{(x)} - \theta)(q^{(x)} - q')}$ conſtante, quelle que ſoit la température $\theta^{(x)}$ à laquelle correſpond le quotient des pertes $q^{(x)}$, l'hypothèſe ſera vraie.

On peut, au reſte, obtenir la valeur de $v' - v$ pour la même différence des températures, mais à différentes températures abſolues, en répétant encore l'expérience pour les températures t, t', t'', & approcher ainſi à connoître la déviation des expanſions de la loi adoptée, d'autant plus que pour l'étendue de θ à θ'' de t à t'', cette déviation eſt moins ſenſible. Dans cette vue il ſeroit même à propos de choiſir pour les différentes ſéries d'expériences, des liquides différens, afin d'avoir un plus grand intervalle entre θ & t que ne pourroit permettre la nature d'un ſeul.

Je vais maintenant faire quelques remarques ſur la manière de trouver les données qu'exige cette méthode pour la détermination des dilatations. Sans entrer dans tous les détails des expériences de ce genre connues aux phyſiciens, l'eſſentiel eſt d'avoir des poids exacts, ce qui n'eſt pas difficile, d'autant plus qu'une petite erreur ſur le poids abſolu, ſur l'unité, n'eſt pas d'une très-grande importance, & que pour connoître le rapport des diviſions avec exactitude, on a bien des moyens. Pour plus de préciſion, il convient pourtant de faire creux intérieure-

ment les corps qu'on veut ſoumettre à l'expérience, afin qu'ils ſurnagent un peu dans le liquide dans lequel on les péſera, même aux hautes températures. A ces corps on fixera une tige cylindrique d'un petit diamètre ſurmontée d'un baſſin propre à recevoir le poids néceſſaire pour faire plonger entièrement le corps & une partie de la tige dans le liquide à la manière des pèſe-liqueurs. Par ce moyen on ſe débarraſſera de la balance dans la partie de l'expérience qui demande le plus d'attention contre les erreurs. Il convient encore de donner aux corps, de préférence, une figure ronde, & d'en chaſſer l'air qu'ils contiennent, avant que de les fermer tout-à-fait. Je n'ai pas beſoin de remarquer que ces corps ſe dilateront comme s'ils étoient entièrement maſſifs, & préſentent l'avantage de prendre plus facilement la température du liquide, joint à celui de charger moins la balance lorsqu'il s'agit d'avoir leur poids abſolu.

Il n'eſt pas néceſſaire que le volume des corps ſoit connu avec la dernière préciſion; cela fait qu'il n'eſt pas néceſſaire d'apporter un ſoin particulier à leur figure. Il ſuffit, pour déterminer le volume, d'employer le moyen qu'offre l'hydroſtatique; les autres données qu'exige la méthode, ſerviront à cela; il ne reſte qu'à connoître la peſanteur ſpécifique du liquide deſtiné à l'expérience à la première température des trois qu'on s'eſt propoſé de choiſir. Le volume de chacun des corps ſera cenſé commencer à une ſection perpendiculaire à la tige, là où on aura fait une marque propre à la déſigner.

L'un des avantages de la méthode expoſée eſt que le réſultat ne dépend guères que des différences des quantités; il faut être attentif à éviter de même autant que poſſible, dans l'expérience, les quantités abſolues. Pour cet effet, il ſera bon de prendre la différence des poids abſolus des deux ſolides, en peſant l'un par l'autre & dans le même baſſin de la balance. Les poids abſolus doivent être connus, mais il importe bien plus d'en connoître exactement la différence. Les expériences gagneront encore en exactitude & donneront un meilleur réſultat, ſi les deux corps ſont à-peu-près égaux, vû qu'alors toutes

les circonſtances dans les obſervations ſur l'un d'eux ſeront plus ſemblables à celles de l'autre, qu'en cas contraire.

Les corps venant d'être plongés dans le liquide, on ajoutera du poids au baſſin jusqu'à ce qu'ils y ſoient enfoncés de manière que la marque ſur la tige ſoit à fleur d'eau, la température du liquide étant telle qu'on la déſire, & celle de l'air ambiant n'en doit différer que le moins poſſible. Mais comment faut-il obſerver ſi les corps ſont exactement plongés jusqu'à la marque ſur la tige? Car c'eſt une difficulté très-connue dans l'uſage des pèſe-liqueurs, & on n'a pas pu diminuer l'effet de l'incertitude qu'on a de voir quel point de l'échelle de l'inſtrument eſt à fleur d'eau, ou ſi un point déterminé y eſt ou non, qu'en diminuant le diamètre de la tige, ce qui a pourtant des limites. Il eſt cependant un moyen bien ſimple de voir ce point avec la plus prande préciſion, auquel on n'a pas penſé: il importe de l'indiquer dans cette occaſion. C'eſt qu'au lieu de regarder la partie de la tige qui eſt dans l'air, comme on le fait, il faut regarder celle qui eſt dans le liquide, s'il eſt transparent & contenu dans un verre. Tenant l'œil à côté du verre, un peu plus bas que la ſurface du liquide qu'il contient, on doit voir double la partie de la tige du pèſe-liqueur peu au-deſſous de cette ſurface. Une fois par les rayons de la tige qui traverſent en ligne droite le liquide vers l'endroit de l'œil. Mais des rayons qui en partent dans une direction oblique vers la ſurface du liquide pour paſſer dans l'air, une partie doit revenir vers l'œil de l'obſervateur & lui préſenter l'image de cette tige; puisque ces rayons ne peuvent pas paſſer réellement du liquide dans l'air à cauſe de l'angle trop petit ſous lequel ils arrivent à la ſurface qui ſépare les deux milieux, ils en ſont donc renvoyés d'après la loi de réflexion dans l'intérieur du liquide, & arriveront à-peu-près à angle droit aux parois du verre, ſuppoſés verticales, où ils peuvent paſſer comme les rayons directs dans l'air ſortant hors du vaſe. Si donc la marque qu'on veut obſerver ſur la tige eſt un peu au-deſſous de la ſurface du liquide, l'obſervateur en voit deux, & il faut diminuer les poids du baſſin jusqu'à

ce qu'ils ſe réuniſſent en une ſeule prête à disparoître. Si l'on fait la marque autour de la tige un peu large, il ſera bon d'en faire une ſeconde un peu plus bas & de la même grandeur. La moitié de la première eſt enfoncée dans le liquide, quand elle paroît auſſi grande que la ſeconde. La manière que nous venons d'indiquer pour obſerver les pèſe-liqueurs, doit être ſuivie dans les expériences dont il s'agit ici. Indépendamment de l'avantage de voir exactement ce qu'il faut obſerver, elle a l'effet de doubler l'échelle du pèſe-liqueur. Et ſi l'obſervateur a encore beſoin de vérifier les ſousdiviſions de ſes poids, il trouvera en les comparant ſur un pèſe-liqueur à baſſin, les petites erreurs, s'ils en ont, avec une préciſion inattendue.

La perte du poids des corps dans le liquide à chacune des températures eſt égale au poids abſolu de ces corps dans le vide, plus le poids ſur les baſſins. Mais à cela il y a une petite correction à faire. Si la tige eſt ſuſceptible d'être mouillée, le liquide monte au-deſſus de ſa ſurface horizontale tout à l'entour de la tige. Il en doit réſulter une force qui tire les corps en bas, & il faut d'autant moins de poids ſur le baſſin pour faire arriver la marque de la tige à fleur d'eau. Pour en évaluer la quantité, il faut recourir à des expériences particulières, & mettre le bout d'une tige, pareille à celle fixée au corps, en contact avec la ſurface du liquide après l'avoir miſe en équilibre avec un contre-poids ſur une balance; le poids néceſſaire pour remettre en équilibre la tige mouillée eſt celui qu'on cherche. Ce ne ſera pas une attention ſuperflue que d'avoir égard à cet effet dans pluſieurs expériences qui ont du rapport à l'hydroſtatique, où on l'a négligé juſqu'à préſent, puiſqu'il peut devenir très-ſenſible. L'effet contraire a lieu quand il ſe forme un creux autour de la tige; c'eſt une raiſon pour regarder à ce que le corps ou un pèſe-liqueur &c. ſoit mouillé ou non, & pour amener l'équilibre dans le liquide toujours de la même manière, ou par un mouvement lent aſcenſionnel ſeulement, ou en le faiſant deſcendre en ôtant peu-à-peu du poids, ſans quoi l'effet en queſtion varie, & l'on n'eſt pas entièrement ſûr du réſultat.

La poſſibilité d'une erreur occaſionée par la compreſſion qu'éprouveroit le corps par le liquide où il eſt plongé, eſt peu à craindre. Peu importe qu'une telle compreſſion ait lieu ou non. C'eſt le volume occupé par le corps dans le liquide qui entre dans la formule pour ſa dilatation, & il eſt indifférent qu'il ſoit parfaitement égal à celui occupé dans l'atmosphère, puisque l'effet ne ſeroit qu'infiniment peu conſéquent dans la réduction du poids du corps obſervé dans l'air à celui qu'il doit avoir dans le vide. Mais il faut bien qu'aux différentes températures dans le même liquide, le corps ne ſoit pas comprimé différemment. Il n'y a rien à craindre ſi le corps eſt vide d'air, puisque la petite différence de preſſion exercée par le liquide à raiſon de ſa moindre peſanteur ſpécifique aux températures élevées, ſeroit alors la cauſe unique, & certainement d'aucun effet appréciable. La préſence de l'air dans l'intérieur du corps au contraire exige plus de force dans la partie ſolide pour réſiſter au changement que la plus grande élaſticité de l'air enfermé tendroit à produire, en élevant la température. Cette force augmente proportionellement aux différences des températures; oſeroit-on ſuppoſer que dans les limites des températures de l'expérience, l'effet, l'expanſion du corps, fût proportionnel à cette force; il y auroit deux dilatations que l'on pourroit confondre en une ſeule, en cas que les expériences ne duſſent aboutir qu'à déterminer la dilatation du liquide par la chaleur. La formule indiquera toujours ſi le changement total du ſolide dû aux deux cauſes enſemble, eſt proportionnel à la différence des températures. Le moyen au reſte ne manque pas, pour examiner iſolément ſi le corps creux réſiſte aux forces de preſſion, ou quel en eſt l'effet. Il ſuffit de le peſer ſucceſſivement dans l'air & dans un liquide d'une température conſtante, en faiſant varier la quantité d'air enfermé dont l'élaſticité doit être connue. Non ſeulement ces expériences donneront par un calcul facile, les quantités d'expanſion du corps par la différente élaſticité de l'air contenu, mais ſerviront encore à obtenir approximativement la différence de la compreſſion qu'éprouve le corps dans l'atmosphère & dans

le liquide, ſi l'on a beſoin de celle-ci, qu'on peut auſſi parvenir à connoître directement. Mais il ſuffit d'avoir indiqué le moyen, & je ne m'arrête pas à le détailler, comme on eſt le maître de ſe paſſer de ces conſidérations en rendant l'intérieur des corps vide d'air, ou bien en pratiquant une petite ouverture le long de l'axe des tiges, moyennant quoi l'air intérieur ſort en partie par la chaleur, & le reſte garde toujours une élaſticité égale à celle de l'atmosphère. Dans ce dernier cas on eſt obligé à tenir compte de la quantité d'air chaſſée du corps en portant le liquide aux températures élevées, mais on n'a rien à faire avec l'expanſion d'une élaſticité variable.

Les différences entre les poids avec leſquels les corps ſont en équilibre dans le liquide aux différentes températures, c'eſt-à-dire plongés juſqu'aux marques des tiges, ſont les quantités qu'il faut connoître avec le plus de préciſion. Auſſi l'expérience eſt d'accord avec ce qu'exige la théorie ſur ce point. Ces différences s'obſerveront moyennant le plus ou moins de poids qu'il eſt néceſſaire d'ajouter au baſſin ou d'en ôter, afin que le corps ne ceſſe d'être dans la même poſition dans le liquide à une température comme à l'autre. Les erreurs commiſes ſur la perte totale des poids des deux corps ſe détruiſent à-peu-près, vu qu'elles ſubſiſtent également à chacune des températures. Ainſi l'erreur la plus difficile à éviter tout-à-fait, n'a presqu'aucune influence. Pour ne pas charger ce mémoire des formules faciles à faire en cas de beſoin, je n'en dis pas davantage.

Quoiqu'en général on puiſſe obſerver la dilatation des liquides ſi l'on connoît celle d'un ſolide, cependant la méthode qui ſe préſente naturellement, ne réuſſit guères quand les dilatations du liquide ſont fort petites & très-variables. On négligeroit peut-être ces dilatations, mais on perdroit alors une loi intéreſſante à connoître. L'eau eſt dans ce cas à quelques degrés au-deſſus de la congélation. La température s'élevant depuis celle de la glace fondante, la dilatation eſt, comme on ſait, même négative au commencement, & ne devient poſitive qu'après avoir été nulle. Ne pouvant pas trouver la différence

de dilatation de l'eau dans ces circonſtances, on peut pourtant obtenir des différentielles. Je ſuppoſe qu'on ait pluſieurs ſolides de dilatations différentes & connues. On plonge un tel corps dans l'eau ſuppoſée d'une température telle que la dilatation ſoit plus grande que celle du corps ſolide pour un changement infiniment petit de la température. Baiſſant la température, le ſolide perdra plus de ſon poids, puisque l'eau ſe contracte davantage que le ſolide, mais en continuant toujours à baiſſer peu-à-peu la température, elle arrive au point où le corps paroît le plus léger, & ne change plus ſenſiblement de poids par un très-petit changement de température; c'eſt au moment où la dilatation ou contraction de l'eau eſt égale à celle du ſolide. En refroidiſſant alors encore davantage le liquide, le corps ſolide commencera à redevenir plus peſant en apparence, puisque c'eſt alors lui qui ſe rétrécit plus que l'eau, & en déplace par conſéquent moins qu'à la température un peu plus élevée. Donc à celle où le ſolide paroît ne plus changer ſon poids dans l'eau, le liquide a une dilatation, qui, ſi elle continuoit uniformement, produiroit des accroiſſemens dans le volume égaux à ceux du ſolide pour les mêmes changemens de température. L'expérience avec ce ſolide commencée au-deſſous de cette température, préſentera les mêmes phénomènes, mais dans un ordre inverſe, ſi l'on échauffe l'eau graduellement. Si dans la première on a trouvé la température où l'eau ſe dilate comme le ſolide, un peu trop haute, on la trouvera un peu trop baſſe dans la ſeconde, ſelon toute probabilité, ou réciproquement, ſuivant la méthode de l'obſervation qu'on a adoptée. Le milieu des réſultats entre les expériences faites en ſens contraire doit être bien près de la vérité, & en les répétant on s'aſſurera de l'exactitude obtenue. Avec les autres ſolides d'une dilatation plus ou moins forte, on trouvera d'autres températures où la dilatation de l'eau eſt la même que celle de ces corps. On aura donc les rapports des dilatations de l'eau à diverſes températures, & par interpolation, la marche qu'ils ſuivent.

Le point où la dilatation de l'eau eſt nulle, échappe encore à la méthode que nous venons de donner pour les petites dilatations; il eſt cependant eſſentiel de le connoître pour compléter la loi de celles-ci. Des expériences faciles le déterminent d'une manière directe & indépendamment de toute meſure. L'eau a à la température où la dilatation eſt nulle, ſa plus grande denſité, qui diminue à meſure que ce liquide s'échauffe. La grande facilité avec laquelle l'eau ſe meut dans l'eau, eſt cauſe que ſi une partie devient plus chaude ou plus froide, & par conſéquent moins ou plus denſe que le reſte, cette partie obéit à la ſollicitation, au mouvement qui en eſt la ſuite, avant qu'elle ait le temps de ſe mettre en équilibre de chaleur avec l'eau ambiante. Dans un vaſe contenant de l'eau en repos, ſi la température vient à changer, l'eau ſera donc toujours plus chaude à la ſurface qu'au fond, auſſi long-temps que la température eſt au-deſſus de celle de la plus grande denſité. Au contraire, ſi la température eſt plus baſſe que celle qui a lieu à la plus grande denſité, l'eau la plus froide ſera en haut, & on trouvera la moins froide en bas. Expoſant de l'eau dont la température eſt au-deſſus de celle de la plus grande denſité, à une température de l'atmosphère p. e. qui eſt plus baſſe, il n'y a qu'à obſerver la marche de deux thermomètres, l'un à la ſurface, l'autre au fond de l'eau. Au moment où ces thermomètres indiqueront la même température, l'eau eſt parvenue à une denſité uniforme & la plus grande qu'elle puiſſe avoir; les degrés indiqués par les thermomètres donnent donc la température cherchée. On verra tout de ſuite après, que le thermomètre ſupérieur ſe tient plus bas que l'inférieur; la température obtenue ne peut donc pas être au-deſſous de celle qui a lieu pour la plus grande denſité de l'eau. Si l'on a de l'eau dont la température eſt à-peu-près celle de la glace fondante, & qu'on l'expoſe à une température plus élevée que la température de la plus grande denſité au moment où le thermomètre ſupérieur atteint l'inférieur, la température indiquée ne peut pas être au-deſſus de celle qu'on cherche. Au reſte, on trouvera dans un cas comme dans l'autre, à très-peu-près la même

tem-

température. Mais puisque ceci dépend véritablement de l'expérience, & n'eſt pas comme les autres points de ce mémoire, une ſuite de principes mécaniques, je dois ajouter que l'expérience a réuſſi parfaitement & qu'on trouve que l'eau eſt à la plus grande denſité à 39°,83 de l'échelle de Fahrenheit. C'eſt une température ſi facile à déterminer & naturellement ſi fixe, qu'elle mérite bien d'être regardée comme un point fondamental de l'échelle thermométrique. J'ai même des doutes que le point de la glace fondante ſoit ſuſceptible de la même préciſion. Il conviendroit beaucoup, il me ſemble, de choiſir cette température pour la détermination des peſanteurs ſpécifiques, vu que toutes les autres n'ont rien qui puiſſe les faire préférer.

De quelques nouveaux Palmiers de l'Amérique méridionale.

PAR M. CHARLES LOUIS WILLDENOW *).

Traduit de l'allemand.

Le palmier occupe ſans contredit un rang diſtingué entre les végétaux qui par leur beauté ſervent de parure au globe. Sa tige ſimple & élancée, dont le ſommet ſe couronne d'un feuillage toujours vert, & l'ombre agréable qu'il répand au loin, donne aux contrées ſituées entre les Tropiques, un caractère d'aménité qu'aucune autre eſpèce végétale ne pourroit y faire régner. Sous ce rapport & par la diverſité des uſages utiles auxquels on applique les fruits, les feuilles & la moëlle nourriſſante du palmier, il eſt pour la zone torride le plus indiſpenſable préſent de la nature. Dans tous les climats où les vents froids de l'automne dépouillent annuellement les arbres de leur feuillage, & où l'hiver eſt accompagné de neige & de gelée, le palmier ne peut exiſter. Ce genre offre ſi peu d'eſpèces capables de végéter au-delà des Tropiques, qu'il ſemble que la nature l'ait deſtiné excluſivement pour la région équinoxiale. En effet, dans toute l'Europe méridionale il n'y a que deux eſpèces de palmier qui n'exigent pas l'abri des ſerres: *Chamaerops humilis*, la ſeule qui croiſſe ſans culture en Por-

*) Lu à l'Académie, le 24 ſeptembre 1801.

tugal, en Eſpagne & dans les contrées les plus chaudes de l'Italie, ne s'étend pas néanmoins au-delà du 43 degré de latitude, & c'eſt néanmoins la plus robuſte de toutes. Quant au *palmier dattier,* il eſt vrai qu'il s'accommode aſſez bien à des différences de climat aſſez marquées: on le trouve indigène depuis l'Inde jusqu'à la Syrie: il exiſte dans toute l'Afrique ſeptentrionale, mais il ne prospère dans aucun pays de l'Europe, malgré les tentatives que l'on a faites pour l'acclimater; le 39^{e} degré de latitude ſeptentrionale eſt l'extrême limite où on l'ait vu encore porter de temps en temps des fruits; paſſé celle-ci, il eſt condamné à une entière ſtérilité. La Chine & l'Amérique ſeptentrionale ne préſentent des palmiers devenant de plus en plus rares plus l'on s'éloigne de l'équateur, que jusqu'au 34^{e} degré de latitude; & dans l'hémisphère méridional, la limite de la végétation des palmiers ſe trouve être préciſément la même.

Les palmiers conſtituent une famille naturelle, dont les traits communs ſont un tronc ou une tige ſans aucune ramification, l'abſence de toute écorce, à laquelle la nature a ſubſtitué un revêtement formé par les réſidus des pétioles des anciennes feuilles, enfin une diſtribution fortuite des fibres ligneuſes dans la ſubſtance du bois, qui dans ces arbres ne préſente point de cercles annuels concentriques; d'où il réſulte que la tige des palmiers n'augmente point progreſſivement en épaiſſeur. Ces arbres ſont, de plus, dépourvus de boutons, & leurs feuilles ſe diſtinguent de celles de tous les autres végétaux, par la propriété qu'elles ont de ſe prolonger avec continuité jusque dans le pétiole qui les ſupporte, & par leur conſiſtance, leur organiſation, le mode de leur croiſſance & par pluſieurs autres caractères diagnoſtiques. La végétation du palmier s'opère par le développement ſucceſſif des feuilles qui naiſſent au ſommet avec une telle continuité, que dans ces arbres la végétation paroît s'opérer ſans aucune interruption. Les fleurs ſont diſpoſées en panicules, en grappes ou en épis, qui naiſſent aux aiſſelles des feuilles, & ſont revêtues d'un ſpathe jusqu'au temps de leur entier développement. Les ſeules eſpèces *Zamia* & *Cycas* ſont dépour-

vues de ce ſpathe, & c'eſt ſur ce fondement que Linné refuſoit de les incorporer à la famille des palmiers, dont il eſt néanmoins impoſſible de les ſéparer, à cauſe de l'identité abſolue de tous les autres caractères de la végétation. En prenant les choſes à la rigueur, il faudroit placer ces deux eſpèces végétales ſur la limite intermédiaire, entre le palmier & les fougères arborescentes, très-communes dans les climats chauds. Ce point de paſſage entre deux familles eſt une nouvelle confirmation du peu de préciſion que la nature apporte à ſéparer les familles, qu'elle diſpoſe bien plutôt avec continuité d'après les nuances imperceptibles.

Presque toutes les eſpèces qui appartiennent à cette famille naturelle, ont leurs fleurs & leurs fruits conſtitués de la même manière. Le calice & la corolle ſont tripartites ou triphylles; il eſt rare d'y trouver ſix parties ou feuilles. Les anthères ſont le plus ſouvent au nombre de ſix; rarement elles ſont plus nombreuſes, & plus rarement encore ou les voit réunies. Le nombre des piſtils eſt auſſi aſſez conſtant; on en trouve d'ordinaire ou un, ou trois. Le fruit eſt ou bien une noix, ou une baie, ou un fruit à noyau; mais très-rarement une capſule. Ce qui caractériſe particulièrement le fruit des plantes qui appartiennent à la famille du palmier, ce ſont les petites cavités que l'on rencontre dans la pulpe farineuſe du noyau.

Dans la germination de tous les palmiers, les deux lobes du fruit demeurent étroitement unis, & ne paroiſſent point au-deſſus de la terre, dont on ne voit poindre que la plumule. Leur croiſſance eſt en général fort lente, quoique quelques eſpèces arrivent à la floraiſon aſſez promptement. Ainſi, dans ſon ſol natal, le *palmier dattier* fleurit dès la quatrième ou ſixième année. Ainſi, ſelon le rapport des voyageurs, le cocotier donne déjà des fruits, cinq, ou tout au plus tard dix ans après avoir été ſemé. Mais nonobſtant cela, ces mêmes arbres, dès qu'ils ont atteint une hauteur de quelques toiſes, ne prennent plus que des accroiſſemens extrêmement lents, & arrivent à un âge très-avancé. Ainſi par exemple *Corypha umbraculifera*, (die oſtindiſche

Schirmpalme) qui a ſans contredit ſes feuilles plus grandes qu'aucun autre arbre de la même famille, puisqu'une ſeule ſuffit pour mettre à couvert neuf hommes, ne fleurit que dans ſa trentième année, & périt d'abord après. Il y a pluſieurs autres eſpèces qui ſont également dans le cas de ne fleurir qu'après avoir atteint un âge très-avancé.

La majeure partie des palmiers périt auſſitôt que leur tronc eſt coupé ou ſeulement endommagé: il n'y en a qu'un très-petit nombre qui comme *Chamaerops humilis*, *Rhapis flabelliformis*, pouſſent de leur racine de nouveaux rejetons, & *Cycas circinalis* eſt la ſeule qui pouſſe des jets de ſon tronc lorsque celui-ci a été coupé: il y a plus, la tige de cet arbre donne de nouvelles racines dès qu'elle ſe trouve en contact avec le ſol. Les diverſes eſpèces de *Zamia* peuvent être dépecées & multipliées ainſi artificiellement de bouture; mais à l'exception de *Cycas* & de *Zamia*, aucun autre palmier ne ſurvit à l'amputation de la tige.

La grande reſſemblance que tous les palmiers préſentent dans leur feuillage, dans le mode de leur végétation & dans l'organiſation de leurs fleurs & de leurs fruits, eſt cauſe ſans doute que les Botaniſtes qui ont viſité les climats chauds, n'ont décrit qu'un ſi petit nombre de palmiers. Linné en connoiſſoit très-peu, & c'eſt des ouvrages de Rheede & de Rumph qu'il a emprunté les deſcriptions qu'il en a données. C'eſt pour cette raiſon qu'il a dû s'abſtenir de diſtribuer ces plantes dans leurs claſſes reſpectives; il s'eſt décidé bien plutôt à les réunir toutes en maſſes dans un appendice du ſyſtème. Mais comme depuis ce temps le nombre des eſpèces décrites avec préciſion s'eſt plus que doublé, & que nous avons acquis plus de lumières ſur leurs parties ſexuelles, il convient aujourd'hui de ne plus laiſſer ſubſiſter cet iſolement, mais de placer les diverſes eſpèces de cette famille dans les claſſes auxquelles elles appartiennent. Le chevalier Thunberg a esquiſſé dans les Mémoires de l'Académie de Stockholm, an 1782, une claſſification des palmiers conforme au ſyſtème de Linné; mais les découvertes faites depuis cette époque rendent ſon travail un peu défectueux. Je vais

donc eſſayer d'aſſigner à chaque eſpèce de palmier que nous connoiſſons aujourd'hui, ſa véritable place dans le ſyſtème.

Corypha	à	Hexandria	Monogynia	après	*Tacca*
Licuala	—	—	—	—	*Corypha*
Thrimax	—	—	—	—	*Licuala*
Cocos	—	Monoecia	Hexandria	—	*Guettarda*
Bactris	—	—	—	—	*Cocos*
Elate	—	—	—	—	*Bactris*
Manicaria	—	—	Polyandria	—	*Garcia*
Caryota	—	—	—	—	*Manicaria*
Areca	—	—	Monodelphia	—	*Hura*
Nipa	—	—	—	—	*Areca*
Phoenix	—	Dioecia	Triandria	—	*Elegia*
Elais	—	—	Hexandria	—	*Dioscorea*
Boraſſus	—	—	—	—	*Elais*
Mauritia	—	—	—	—	*Boraſſus*
Cycas	—	—	Polyandria	—	*Cliffortia*
Zamia	—	—	—	—	*Cycas*
Latania	—	—	Monadelphia	—	*Ruscus*
Rhapis	—	Polygamia	Monoecia	—	*Mimoſa*
Chamaerops	—	—	Dioecia	—	*Ficus.*

Les nouveaux genres de palmiers que Ruiz & Pavon ont découverts au Pérou, & qui ne ſont connus jusqu'à préſent que par leurs caractères généraux, doivent être diſtribués de la manière ſuivante:

Nunnezharia	avant	*Thrinax*
Martinezia	après	*Bactris*
Iriartea	—	*Bactris*
Morenia	avant	*Mauritia.*

Quant à *Muſa, Heliconia, Strelitzia, Urania, Pandanus, Calamus* & la nouvelle eſpèce nommée *Carludovica* par Mrs Ruiz & Pavon, elles ne ſauroient du tout être rapportées à cette famille naturelle, parce que leurs parties ſexuelles ſortent de toutes les analogies, les premières étant

intermédiaires entre les liliacées & les graminées, & *Carludovica* devant plutôt ſe rapporter à la famille des *Arum*.

Quoique dans ces derniers temps, de très-habiles naturaliſtes ayent viſité avec un redoublement d'activité les parties méridionales & ſeptentrionales de la zone équinoxiale de l'Aſie, de l'Afrique, de l'Amérique & de la Polynéſie, je ne crains pas d'affirmer que nous ne connoiſſons pas encore la moitié des eſpèces de palmiers qui y exiſtent réellement. En effet, les voyageurs n'ont point pénétré dans l'intérieur de ces continens, & tous s'accordent à dire que les eſpèces de palmiers propres à ces climats, ſont très-nombreuſes. On doit convenir qu'avec la meilleure volonté & avec les connoiſſances les plus profondes en botanique, il doit être infiniment difficile d'étudier les végétaux de cette famille. Leur port élevé & dénué de toute ramification latérale, eſt un grand obſtacle à l'examen des parties de la floraiſon, auxquelles il eſt difficile d'atteindre; d'ailleurs, ces plantes fleuriſſent plus rarement que les autres, & comme les eſpèces ont, du reſte, beaucoup de conformité entr'elles, il eſt facile de ſe tromper ſur leur identité. Si l'on joint à ces conſidérations la difficulté de pénétrer dans l'intérieur de ces pays, la briéveté du temps que les voyageurs peuvent conſacrer à chaque canton, on conviendra qu'il doit s'écouler encore une longue ſuite d'années avant que nous puiſſions nous flatter de connoître toutes les eſpèces de cette famille.

L'Amérique infiniment plus riche en végétaux qu'aucun autre continent poſſéde auſſi dans ſes contrées les plus chaudes une grande abondance de palmiers. Aublet a décrit, quoique d'une manière très-ſuccincte & défectueuſe, 16 eſpèces de palmiers propres à la Guyane françoiſe, mais il aſſure que ce n'eſt-là que le plus petit nombre de celles qu'il y a trouvées; les exemplaires des fleurs & des fruits, ainſi que les deſcriptions relatives à pluſieurs autres, ayant péri. Quant aux palmiers du Pérou, nous n'en connoiſſons que les quatre genres nouveaux dont j'ai fait mention plus haut.

Pour ce qui eſt des palmiers propres aux autres contrées de l'Amérique ſeptentrionale & méridionale, nous n'en connoiſſons presque rien, hors l'aſſertion du docteur *Céleſtin Mutis*, qui nous garantit l'exiſtence d'un grand nombre de palmiers dans l'intérieur de l'Amérique, entre lesquels on diſtingue celui qui porte de la cire, & celui qui produit du ſuif *).

Pour contribuer à faire connoître les palmiers de l'Amérique méridionale, je joins ici la deſcription de quatre genres nouveaux trouvés dans la province *Terra-firma*, canton de *Caracas*. J'en dois la description & les exemplaires deſſéchés à la bonté de mon ami, M. Bredemeyer, jardinier de la cour à Schönbrunn, qui a ſéjourné, comme on ſait, quelques années dans l'Amérique méridionale.

I. *Aïphanes.*

Calyx Spatha univerſalis univalvis. *Spadix* ramoſus.
Perianthium monophyllum inferum trifidum, laciniis acutis.
Corolla tripetala, petalis acuminatis.
Stamina Filamenta ſex erecta ſubulata. *Antherae* rotundatae.
Piſtillum Germen globoſum. *Stylus* longitudine ſtaminum. *Stigma* trifidum.
Pericarpium Drupa carnoſa globoſa.
Nux globoſa unilocularis monoſperma.

Le caractère eſſentiel ſeroit donc

Cal. 3-fidus. *Cor.* 3-petala. *Stylus* 1. *Stigma* trifidum. *Drupa* monoſperma.

La place de ce genre dans le ſyſtème ſeroit la ſixième claſſe *Hexandria Monogynia*, après *Thrinax*. Il a beaucoup d'analogie avec *Bactris* & *Cocos*, mais il ſe diſtingue de l'une & de l'autre par ſes fleurs her-ma-

*) M. le chambellan de Humboldt a rapporté de ſes ſavans voyages pluſieurs palmiers d'Amérique entièrement neufs; entr'autres le *palmier cirier*, qu'il a déjà décrit.

maphrodites. Il diffère de *Bactris* par ſa corolle tripétale, par la longueur de ſon ſtyle & par ſon fruit à noyau ſucculent; & de *Cocos*, par ſon calice trifide, ſon ſtyle unique & ſon fruit à noyau ſucculent. On ne peut pas non plus confondre ce genre avec *Phoenix*, parce que le ſtigmate eſt trifide, que les fleurs n'ont point des ſexes diſtincts, & qu'elles ont ſix anthères.

Je ne connois de ce genre qu'une ſeule eſpèce:

1. *Aïphànes aculeata.*

Truncus erectus 30-pedalis ſubcylindraceus aculeatiſſimus.

Frondes pinnatae 5-pedales, pinnis remotis quadrijugis oppoſitis cuneiformibus apice praemorſis ſubtus albido-pubeſcentibus.

Spatha utrinque acuminata, extus aculeata, intus glabra.

Spadix 18-pollicaris e ſpicis cylindraceis alternis compoſitus.

Flores albidi.

Drupa carnoſa coccinea.

La tige de ce beau palmier a rarement plus de 5 pieds de diamètre; elle eſt depuis la racine, hériſſée de piquans noirs, longs, en forme d'aiguilles très-acérées, diſpoſés tout à l'entour du tronc en zones circulaires de quatre pouces de largeur, laiſſant entr'elles des bandes liſſes larges d'un pouce. Le pétiole de la feuille eſt auſſi hériſſé de piquans; les folioles ſont très-larges, elles vont en s'étréciſſant par le bas, où elles deviennent cunéiformes; leur face ſupérieure eſt d'un vert clair, l'inférieure eſt blanchâtre & très-velue; quatre couples de folioles compoſent la feuille ailée; ſouvent néanmoins on trouve encore à la partie inférieure une petite foliole iſolée.

Le ſpathe s'ouvre dans le ſens de la longueur, & il en ſort un régime long d'un & demi pied, compoſé d'épis cylindriques diſpoſés à l'oppoſite l'un de l'autre.

Le fruit eſt ſphérique, plus volumineux qu'une balle de mousquet, de couleur écarlate; la pulpe en eſt farineuſe, peu ſavoureuſe, mais pourtant bonne à manger. La noix eſt de la grandeur d'une balle de mousquet, dure, uniloculaire, noire, ſillonnée d'un grand nombre de

foſſettes griſes, dont trois ſont conſtamment plus conſidérables que les autres. Le noyau eſt blanc, très-doux & très-bon à manger.

Cet arbre croît dans la province de *Caracas*, diſtrict de *Caucagua*, dans les ravins des hautes montagnes & dans les bois très-fourrés. Il exige un ſol fertile & un peu humide. C'eſt dans le mois de juillet qu'il fleurit & que ſon fruit arrive à maturité.

II. *Oreodoxa.*

Calyx Spatha univerſalis 1-valvis. *Spadix* ramoſus.
Perianthium monophyllum inferum tripartitum, laciniis ovatis acutis concavis.
Corolla tripetala, petalis ovatis acuminatis concavis.
Stamina Filamenta ſex longitudine corollae. *Antherae* oblongae acutae.
Piſtillum Germen globoſum. *Stylus* tripartitus filamentis brevior. *Stigmata* acuta.
Pericarpium Drupa globoſa ſucculenta vix fibroſa.
Nux globoſa cartilaginea glabriuscula monoſperma ſulco longitudinali notata.

Le caractère eſſentiel ſe compoſe des traits ſuivans:

Spatha 1-valvis. *Cal.* 3-partitus. *Cor.* 3-petala. *Styl.* 3-partitus. *Stigmata* acuta. *Drupa* monoſperma.

Ce genre appartient au premier ordre de la ſixième claſſe, (Hexandria Monogynia) & doit être placé immédiatement à côté du précédent. Il a des analogies avec *Bactris*, *Areca* & *Elate*, mais il ſe diſtingue de tous les trois par ſa fleur hermaphrodite. Ce qui le ſépare de *Bactris*, c'eſt ſon ſtyle triple, & ſa noix qui n'a point les trois impreſſions ordinaires. Il ſe diſtingue d'*Areca* parce que ſon ſpathe eſt d'une ſeule pièce, & que ſon ſtyle eſt triple: enfin les mêmes caractères le diſtinguent d'*Elate*. Je remarquerai en paſſant, que ſelon l'obſervation du docteur *Roxburgh*, *Areca* n'a que ſix étamines,

& non point neuf, comme le prétend Linné. Je connois déjà deux eſpèces d'*Oreodoxa.*

1. *Oreodoxa acuminata*

O. frondibus pinnatis, pinnis enſiformibus acuminatis.

Truncus erectus cylindraceus glaberrimus 50-ad 60-pedalis.

Frondes pinnatae longiſſimae, pinnis enſiformibus acuminatis baſi replicatis, alternis oppoſitisve.

Frondes juniores arcte convoluti apicem viridem quinquepedalem in cacumine trunci formant.

Spathae cinereae ad baſin vaginae frondis convolutae in apice trunci, univalves deciduae.

Spadix ramoſiſſimus.

Drupa nigra, nuce magnitudine piſi.

Ce palmier diſtingué par ſa hauteur & ſa beauté, élève ſa cime bien au-deſſus de tous les autres. A la baſe de ſon tronc la racine pouſſe des rejetons. Ce qui le rapproche d'*Areca oleracea,* c'eſt que le ſommet extrême de la tige ſe termine en une pointe longue de 5 pieds, formée par un aſſemblage de feuilles très-fortement ſerrées les unes contre les autres, & d'un vert clair. Mais par tous les autres caractères ces deux genres s'annoncent comme très-diſtincts; le fruit d'*Oreodoxa* ſuffiroit ſeul pour établir cette différence: il eſt noir, & contient une noix dure, de la grandeur d'un pois, & marquée d'un ſillon. Les régimes ne naiſſent pas comme dans les autres palmiers, aux aiſſelles des feuilles, mais à la baſe de la gaîne des feuilles, là où la pointe de cinq pieds dont il vient d'être parlé, prend ſon origine. Ces régimes ſont érigés verticalement, s'ébranchent en beaucoup de ramifications, & préſentent l'apparence d'un balai.

La pointe verte qui termine la tige de ce palmier, lorsqu'on l'a dépouillée des feuilles extérieures qui lui ſervent de revêtement, préſente une partie médullaire, une eſpèce de cœur long de deux pieds environ & de trois pouces d'épaiſſeur, que les habitans du pays mangent aſſaiſonné d'huile & de vinaigre en guiſe de ſalade. C'eſt ce que

les voyageurs ont nommé le chou du palmier, quoiqu'il n'y ait aucun rapport entre cette partie du palmier, & la plante oléracée dont on lui a donné le nom. On ne peut ſe procurer cet aliment ſans ſacrifier chaque fois le palmier qui doit le fournir, & qu'on eſt obligé d'abattre. Au reſte, *Oreodoxa acuminata* n'eſt pas la ſeule eſpèce de palmier dont le ſommet moëlleux paroiſſe ſur les tables. Les ſpathes qui s'ouvrent longitudinalement ſur un de leurs côtés, & ont la forme de jattes, ſe détachent de l'arbre auſſitôt que le fruit ſe développe; & comme la diſpoſition de leur centre de gravité les fait tomber ſur leur ſommet de courbure, elles offrent dans cette ſituation au pied des palmiers un grand nombre de réſervoirs où l'eau de pluie ſe raſſemble, & ſe conſerve très-long-temps à cauſe de la fraîcheur de l'ombrage que donnent ces arbres. Les oiſeaux, les bêtes fauves, & même les hommes qui de loin en loin s'égarent dans ces ſolitudes, profitent pour étancher leur ſoif, de cette diſpoſition fortuite, d'autant plus importante pour eux, qu'il n'exiſte d'ailleurs aucun autre moyen de ſe procurer de l'eau.

Cette eſpèce de palmier croît ſur la haute chaîne de *Buenviſta*, province de Caracas, dans des forêts épaiſſes dont la fraîcheur favoriſe la végétation.

2. *Oreodoxa praemorſa.*

O. frondibus pinnatis, pinnis cuneatis apice praemorſis.

Truncus erectus cylindraceus glaberrimus 40-ſeu 50-pedalis.

Frondes pinnatae longiſſimae, pinnis latis cuneiformibus, baſi attenuatis, apice inaequaliter dentatis praemorſis, alternis.

Frondes juniores, *Spathae et Spadices* ut in praecedente.

Drupa cinerea ovata nuce ovata magnitudine ovi columbini.

La tige de cette eſpèce eſt moins élevée; elle produit également des rejetons latéraux. Ses feuilles ſont compoſées de folioles diſpoſées alternativement, très-larges, cunéiformes, arrondies vers leur extrémité, inégalement dentelées, & allant en diminuant vers leur baſe. La couleur en eſt d'un vert foncé. Le fruit eſt griſâtre, ovale; ſa pul-

pe eſt peu ſucculente. La noix a la même figure, & ſa groſſeur eſt celle d'un œuf de pigeon. L'écorce en eſt brune, marbrée d'un grand nombre de veines.

Du reſte, cette eſpèce ſe rapproche entièrement de la précédente par la forme de ſon ſpathe, par la diſpoſition de ſon fruit, & par la pointe oléracée de ſa tige. Les habitans la nomment *Pyra*, comme en général ils donnent le nom de *Palme de Pyra* à toutes les eſpèces dont la pointe peut ſervir d'aliment.

Elle croît dans les mêmes lieux que la précédente, mais elle y eſt beaucoup plus rare.

III. *Geonoma.*

Mas.

Calyx Spatha univerſalis bivalvis. Spadix ramoſus.

Perianthium monophyllum tripartitum, laciniis lanceolatis.

Corolla tripetala, petalis ovato-lanceolatis.

Stamina Filamenta ſex baſi in cylindrum coalita. *Antherae* bifidae.

Femina in eodem ſpadice.

Calyx Spatha, Spadix et *Perianthium* ut in mare.

Corolla maris.

Piſtillum Germen globoſum. *Stylus* 1 ad latus germinis brevis. *Stigma* bilobum planum.

Pericarpium Drupa ſicca fibroſa globoſa.

Nux monoſperma globoſa oſſea.

Le caractère eſſentiel ſeroit donc:

Mas Spatha 2-valvis. *Cal.* 3-partitus. *Cor.* 3-petala. *Fil.* 6 coalita.

Femina Spatha Cal. et *Cor.* maris. *Styl.* lateralis brevis. *Stigma* 2-lobum. *Drupa* ſicca fibroſa monoſperma.

Ce genre appartient au huitième ordre de la 21 claſſe (*Monoecia Monadelphia*) avant *Nipa*. Il diffère très-eſſentiellement dans un

grand nombre de points de *Nipa* & de *Latania* qui ont également des anthères réunies.

Je connois deux eſpèces de ce genre.

1. *Geonoma pinnatifrons.*

G. frondibus pinnatis, pinnis praemorſis.

Truncus teres gracilis 15-pedalis erectus demum procumbens et radicans.

Frondes pinnatae, pinnis ſparſis ſubplicatis praemorſis.

Spatha compreſſiuſcula bivalvis acuta tripollicaris, valvulis cuneiformibus.

Spadix 15-pollicaris apice ex ſpicis 7 ſeu 9 alternis cylindraceis compoſitus.

Flores albidi, tres ſemper in forma ſpicae, quorum bini laterales maſculi, intermedius femineus.

Drupa magnitudine piſi globoſa, nuce atra.

Ce palmier eſt très-frappant par la ſingularité de ſon port. Sa tige ſimple eſt liſſe, très-foible, n'ayant qu'un pouce de diamètre. Elle s'élève dans une direction parfaitement droite à une hauteur de 15 pieds. Mais à peine a-t-elle atteint cette hauteur, que la peſanteur du feuillage qui forme ſa couronne, la fait de nouveau incliner vers le ſol, ſur lequel elle repoſe pendant quelque temps, jusqu'à ce que l'entier développement de ſes feuilles lui donne l'occaſion de pouſſer de nouvelles racines immédiatement au-deſſous de ſon ſommet: dès ce moment l'arbre recommence à pouſſer une nouvelle tige verticale. Ce mode de végétation eſt ſans contredit extrêmement remarquable, & ſans aucun autre exemple analogue dans des arbres appartenant à cette famille.

Les feuilles ailées ſont compoſées de folioles irrégulières, légèrement repliées, & ayant leur pointe tronquées. Le ſpathe bivalve naît aux aiſſelles des feuilles à la baſe de leur pétiole; il eſt beaucoup plus court que le régime dont la longueur eſt de 15 pouces,

& qui eſt compoſé de pluſieurs épis cylindriques longs, ſerrés les uns contre les autres. Les fleurs ſont très-rapprochées les unes des autres, & groupées trois à trois dans de petites foſſettes propres. Les deux fleurs ſituées de chaque côté ſont mâles; celle du milieu eſt femelle.

Cet arbre croît dans la province de *Caracas* ſur la cime de la haute montagne *Buenaviſta*, où elle trouve un ſol fertile & des ombrages frais.

2. *Geonoma ſimpliciſrons.*

G. frondibus ſimplicibus cuneatis bifidis.

Truncus erectus teres glaber decempedalis.

Frondes ſimplices pedales cuneiformes, baſi valde attenuatae, apice bifidae laciniis divaricatis.

Stipites longiſſimi glabri.

La tige de cette petite eſpèce de palmier s'élève à une hauteur de dix pieds, ſur une épaiſſeur d'un pouce; mais elle ne s'incline jamais en terre, & n'a pas non plus la propriété de pouſſer des rejetons de ſes racines. Son ſommet ſupporte une couronne ronde de feuilles cunéiformes, aſſez larges, longues d'un pied, & ſupportées par un pétiole aſſez étendu; chacune de ces feuilles eſt partagée à ſa pointe en deux lobes diſtincts. Les régimes naiſſent aux aiſſelles des feuilles enveloppées d'abord d'un ſpathe bivalve; à leur extrémité ils ſe ſéparent en 3 ou 4 épis cylindriques, ſur leſquels les fleurs ſont diſpoſées comme dans l'eſpèce précédente. Le fruit eſt également ſemblable à celui de *Geonoma pinnatiſrons;* ſeulement les dimenſions en ſont un peu moindres.

Ce palmier eſt ſurtout remarquable par ſes feuilles bifides, ce qui jusqu'à préſent n'avoit encore été obſervé que dans une ſeule eſpèce de cette famille naturelle, c'eſt-à-dire dans *Rhapis arundinacea.* Il croît aux mêmes lieux que les précédens; ſeulement il y eſt un peu plus rare.

IV. *Chamaedorea.*

Mas

Calyx Spatha univerſalis multivalvis, valvulis lanceolatis. *Spadix* ramoſus.

Perianthium monophyllum breviſſimum tripartitum, laciniis truncatis.

Corolla monopetala, baſi imperforata laciniis obovatis concavis.

Stamina Filamenta ſex lanceolata corolla breviora. *Antherae* lineares erectae emarginatae.

Piſtillum Germen nullum. *Styli* rudimentum columnare ſulcatum ſtaminibus longius.

Femina in diverſo individuo.

Calyx Spatha univerſalis multivalvis, valvulis lanceolatis. *Spadix* ramoſus.

Perianthium monophyllum tripartitum, laciniis ſubrotundis.

Corolla tripetala calyce duplo longior, petalis ovatis acutis concavis conniventibus.

Nectarium Squamae nonnullae oblongae parvae apice ſubdentatae, inter petala et germen.

Piſtillum Germen ſuperum ovatum ſubtriquetrum. *Styli* tres breves recurvati. *Stigmata* ſimplicia.

Pericarpium Drupa obovata unilocularis.

Appartient au ſixième ordre de la 22. claſſe (*Dioecia Hexandria*) avant *Boraſſus.* M. Jacquin a voulu la réunir avec *Boraſſus;* elle en diffère néanmoins en beaucoup de points eſſentiels. *Boraſſus* a un calice à trois feuilles, un fruit filamenteux & non ſucculent, contenant une noix trilobe: tandis que dans le genre dont il s'agit ici, le calice eſt trifide, le fruit ſucculent, & ne renfermant qu'une noix unique. Il eſt vrai que dans les germes qui ne ſont point encore arrivés à maturité, on trouve les rudimens de trois noix diſtinctes; mais une

une ſeule d'entr'elles, arrive au développement: mais on trouve une diſpoſition du germe abſolument ſemblable dans toutes les palmes monoſpermes, & dans pluſieurs autres végétaux: & l'on doit ſe faire la loi en botanique, de n'aſſigner les caractères ſpécifiques que d'après la conformation qu'a le fruit lorsqu'il eſt arrivé à ſa parfaite maturité. Sans doute que d'après les règles de nomenclature établies pour la diſtinction des eſpèces, le nombre des parties ne préſente pas un caractère péremptoire; mais quand ce caractère numérique, qui n'eſt pas ſans intérêt lorsqu'il s'agit d'une famille naturelle auſſi difficile à connoître que celle des palmiers, ſe trouve réuni à pluſieurs autres très-prononcés, on ne doit pas négliger de l'employer.

Le caractère eſſentiel de ce genre eſt

Mas Cal. 3-partitus *Cor* tripetala *Stam.* 6. *Styli* rudimentum.

Femina Cal. 3-partitus *Cor* tripetala *Nect.* ſquamae *Styli* 3 breviſſimi, recurvi.

Drupa ſucculenta 1-ſperma.

Je ne connois qu'une eſpèce de ce genre.

1. *Chamaedorea gracilis.*

Boraſſus pinnatifrons frondibus pinnatis *Jacq. hort. Schoenb.* 2. p. 95. t. 247. 248.

Truncus erectus teres glaberrimus decempedalis diametro unciali.

Frondes pinnatae bipedales, pinnis alternis oblongis baſi attenuatis apice acuminatis nervoſis ſupplicatis.

Spathae plures ſpadice breviores.

Spadices ex rudimentis vaginarum in trunci parte inferiori ramoſae, ramis filiformibus, in palma feminea erectis divaricatis, in maſcula nutantibus.

Drupa magnitudine piſi rubra.

Ce palmier eſt très-petit, ſa croiſſance eſt rapide, & il arrive à la floraiſon beaucoup plutôt qu'aucune autre eſpèce. Il a cela de particulier que ſes régimes naiſſent immédiatement de la tige, aux points où étoit auparavant attaché la gaîne des pétioles des feuilles; il n'eſt point rare de rencontrer ces fruits immédiatement au-deſſus de la racine.

On trouve cette eſpèce dans la province de Caracas: elle aime les bois touffus & le ſol fertile du ravin de *Chacavita.*

Sur les variétés du Maïs,

par rapport à la grandeur & à la configuration des grappes & des grains.

PAR M. JEAN BERNOULLI *).

I.

Dans deux mémoires précédens j'ai traité des divers uſages & de la grande utilité du *maïs* **); & ſi je voulois épuiſer la matière, je pourrois ajouter bien des choſes ſur l'un & l'autre point; par rapport ſurtout aux différentes manières de préparer les grains & la farine du maïs pour la nourriture des hommes: mais je n'écris pas un livre de cuiſine, & on peut s'inſtruire ſur cet objet dans divers ouvrages, entr'autres dans l'*Encyclopédie économique* & dans deux Diſſertations que *Pierre Kalm*, célébre voyageur & disciple de *Linné*, a données ſur le *maïs* dans les Mémoires de l'Académie des Sciences de Stockholm, années 1751 & 1752 ***). Je crois faire un travail plus utile, ſi je préſente dans un certain ordre ce que les auteurs & mes propres ob-

*) Lu à l'Académie, le 19 ſeptembre 1799.

**) Ils ſe trouvent dans le volume précédent, pour l'année 1803.

***) Cet ouvrage de *Kalm*, dont je n'ai eu connoiſſance qu'après avoir écrit mes précédens mémoires, concerne particulièrement la culture & l'uſage du maïs dans l'Amérique ſeptentrionale; il eſt très-intéreſſant & très-inſtructif, quoique non-exempt de quelques erreurs ou inadvertances.

ſervations m'ont fait remarquer à l'égard des diverſes variétés de notre plante; car jusqu'à préſent je n'ai rien trouvé ni de complet ni de méthodique ſur cet objet; & quoique je ne me ſente pas en état de ſatisfaire entièrement à ces deux conditions, je me flatte d'offrir du moins un canevas propre à être rempli avec le temps.

II.

Je remarquerai d'abord qu'à l'exemple de *Linné*, le cit. *Desrouſſeaux*, auteur de l'article *Maïs* dans le Dictionnaire de Botanique de l'*Encyclopédie méthodique*, n'admet abſolument que des *variétés* de cette plante: il évite ſoigneuſement d'en diſtinguer des *eſpèces*, & d'employer ce mot, qui ne laiſſe pas de lui échapper une fois. Cependant il me ſemble que du moins on devroit faire une diſtinction entre les *variétés eſſentielles* ou *conſtantes*, & les *variétés accidentelles*; où les premières, à la vérité, déſigneroient des eſpèces, puisqu'elles ont un caractère conſtant, ainſi que l'exige l'auteur de l'article *Eſpèce* dans le même *Dictionnaire*, qui blâme beaucoup les Botaniſtes d'avoir trop multiplié les eſpèces aux dépens des variétés. Je n'ai ni autorité ni prétention en Botanique; je ne m'arroge point de décider des queſtions ſur leſquelles les gens de l'art ſont en différent entr'eux, telle que me paroît être celle des propriétés requiſes pour conſtituer & différencier les eſpèces; mais je me flatte de faire voir en ce qui concerne le *maïs*, 1°. que très-probablement il en exiſte plus d'une eſpèce, même dans le ſens que *Linné* & ſes disciples donnent à cette expreſſion. 2°. Ou du moins, que cette plante préſente des variétés ſi conſtantes & ſi marquées, qu'il ne peut être permis de les confondre avec celles qui ne ſont qu'accidentelles.

III.

Les variétés du maïs, pour parler encore avec *Desrouſſeaux*, conſiſtent principalement dans la grandeur de la plante, dans ſa durée, dans le nombre, la groſſeur, la couleur de ſes ſemences, dans la forme de ſes épis, dans le déplacement de ſes fleurs &c. Si nous exami-

nons ces points l'un après l'autre & en détail, nous verrons bientôt lesquelles de ces variétés on peut nommer eſſentielles ou conſtantes (ſi on leur refuſe la qualité d'eſpèces) tandis que les autres ne ſont véritablement que des *variétés*, produites accidentellement par le climat, le ſol, la température, les jeux de la nature &c. En même temps on s'apercevra qu'aucun auteur jusqu'à préſent n'avoit traité cette matière avec aſſez de méthode.

IV.

Je crois devoir commencer par l'article de la *durée;* entendant par là le temps que la plante requiert pour conduire ſon fruit à maturité; c'eſt à cette durée ſans doute que *Desrouſſeaux* fait alluſion quand il dit: „on en diſtingue une (*variété*) qui ne mûrit que dans „l'eſpace de cinq mois, & une autre à qui il faut à peine la moitié „de ce temps pour parcourir le cercle de ſa végétation." Dans un autre endroit, un peu plus loin, il nomme cette dernière la *variété précoce*, & la recommande à l'attention des cultivateurs: „ſoit, dit-il, „parce qu'elle pourroit produire dans des terrains où l'eſpèce com„mune (ici le mot *eſpèce* lui échappe!) ne parvient pas à maturité, „ſoit parce qu'on feroit avantageuſement ſuccéder ſa culture à cer„taines cultures hâtives, ſoit encore parce qu'il ſeroit peut-être poſſi„ble d'en obtenir annuellement deux récoltes dans nos départemens „méridionaux, comme on dit que cela a lieu dans quelques contrées „de l'Amérique *)." Cette variété précoce, qui mérite en effet une attention particulière, eſt certainement une de celles que je nomme eſſentielle ou à laquelle pourroit convenir la qualification d'*eſpèce*. Elle ne dépend ni du climat, ni du ſol, ni de la température &c. Je conviens que ſi l'on ne veut avoir égard qu'aux caractères par leſquelles dans le ſyſtème de *Linné* on diſtingue les eſpèces, il n'y auroit aucune différence, que je ſache, entre le maïs commun & la variété précoce la plus connue; mais ſelon *Molina* dans ſa Deſcription du

*) Dans l'Amérique méridionale on obtient deux récoltes, même de l'autre eſpèce.

Chili, il croît dans ce pays une variété de la précoce, avec des feuilles dentelées (*foliis ſerratis*) nommée *Kurugua*, & celle-ci auroit du moins un de ces caractères que *Linné* exige pour conſtituer une eſpèce différente: en quoi toutefois il me ſemble contredit par le Ch. *de la Mark* dans l'article *Eſpèce* de l'*Encyclopédie méth.* où il prétend que le *ſureau lacinié* n'eſt qu'une variété du ſureau commun. Quoi qu'il en ſoit, il y a pour la *durée* de la végétation deux eſpèces ou variétés très-diſtinctes & conſtantes, la *grande* & la *petite*; & il eſt ſurprenant que cette dernière dont *Kalm* parle beaucoup dans ſon Mémoire cité ci-deſſus, ne ſoit pas plus généralement connue, par exemple en Allemagne: car ce n'eſt pas en Amérique ſeulement qu'elle eſt cultivée; on en plante beaucoup en Italie, particulièrement dans les États Vénitiens, & peut-être dans d'autres pays de l'Europe. Dans l'Amérique ſeptentrionale on la diſtingue expreſſément par le nom de *petit maïs*, ou *maïs de trois mois*, ou bien auſſi par celui de *blé des Mohawks*; car je m'imagine que c'eſt la ſorte dont parle *Winthorp* dans les *Tranſactions philoſophiques* de 1678, (n. 142. p. 1065) *) quand il dit: *In the pure northerly part they have a peculiar kind called* Mohawks Corn, *which though planted in june, will be ripe in ſeaſon. The ſtalks of this kind are shorter, and the ears grow nearer the bottom of the ſtalk, and are generally of diverſe colours.* Il ſe pourroit néanmoins que cette ſorte fût différente encore de celle dont parle *Kalm* ſous les deux noms que je viens de rapporter; car ſuivant cet auteur (& mes propres obſervations) la petite eſpèce ne varie guères ſes couleurs; & il ne dit point que le fruit croiſſe presqu'*au bas de la tige* **). En Italie, ce blé eſt connu ſous le nom de *Formentone cinquantino*. Le comte *Ronconi* dans ſa *Coltivazione Italiana*, dit que cette eſpèce de *maïs* eſt ainſi nommée parce qu'il ne demande que 50 jours depuis la ſemaille

*) Le titre du mémoire eſt, *The Deſcription, Culture, and Uſe of Maiz. Communicated by Mr. Winthorp.*

**) Ceci arrive le plus ſouvent, & de même avec l'eſpèce ordinaire quand on a ſemé tard; comme *Juſti* a déjà remarqué, *Oeconom. Schriften* 1760 2ter Band p. 359. 360.

jusqu'à la récolte; mais cette conjecture paroît être en contradiction avec le fait; car *Kalm* dit en plus d'un endroit, qu'en Amérique cette eſpèce, ainſi que ſon nom le fait entendre, demande trois mois communément pour parvenir à maturité; & lorsque j'en ai fait venir de *Veniſe* quelques livres, mon correſpondant me manda expreſſément, quoiqu'il lui donne le même nom de *Formentone cinquantino*, qu'il lui falloit pour mûrir, les trois mois les plus chauds de l'été *). Le Botaniſte ſouvent cité de l'Encyclopédie méthodique ne s'éloigne pas beaucoup de ces rapports, puisqu'il dit qu'à la variété précoce il faut à peine la moitié du temps de l'autre pour parcourir le cercle de ſa végétation. Il en eſt de même du Traducteur allemand (*Panzer*) des *Species plantarum* de *Linné*, qui dans ſes remarques compte dix ſemaines. Cependant il eſt néceſſaire d'obſerver que ſelon toute apparence il y a, pour la *durée*, deux ou pluſieurs variétés de la petite eſpèce; car voici un paſſage remarquable que j'ai trouvé dans *Petr. Andr. Matthioli Comment. in Libros Dioscoridis* (p. 319 de l'édit. de Bâle). *Eſt enim* (dit cet auteur) *hujusce frumenti peculiare genus quod duobus tantum menſibus, et ſeritur et demetitur. Quinetiam aliud, quod quadraginta tantum diebus a ſatione maturescit, verum minutum eſt et infirmius, nec aliam ob cauſam ſeritur, quam quòd ubi futuram annonae caritatem verentur.* Voilà donc un petit maïs qui demande 60 jours, un autre qui n'en demande que 40; le nom que la petite eſpèce porte en Italie, fait entendre qu'il lui en faut 50; & dans le fait, celle du moins qui ſe cultive aujourd'hui, a beſoin de 90 jours ou 3 mois. *Matthioli* à la vérité qui vivoit au 16^e^ ſiècle, eſt un auteur ſuranné, négligé par les Botaniſtes modernes, & qui ſouvent peut-être mérite peu de foi; mais il faut remarquer que cet auteur parle de la cultivation du maïs dans l'Amérique méridionale: & que ſelon toute apparence il a ſuivi *Acoſta*, *Hernandes*, ou d'autres Hiſtoriens de l'Amérique que je n'ai pas encore été à portée de conſulter. Car après avoir dit que ce

*) *Queſto grano oppunto qui ſi raccoglie in trè meſi circa, ma ſono i meſi i più caldi d'eſtate.*

blé eſt improprement nommé *blé de Turquie*, vu qu'il vient des Indes occidentales, il dit de la grande eſpèce *quarto in India demetitur menſe.* Or cela eſt vrai de l'Amérique méridionale, & par conſéquent il eſt probable que dans ce climat ſi chaud, la première variété de la petite eſpèce n'y demande que 2 mois ou 50 jours ſeulement; & peut-être qu'ayant été portée en Italie ſous le nom de maïs de 50 jours, elle y a conſervé ce nom, malgré que l'expérience ait fait voir que ſous le ciel de l'Italie ſeptentrionale, bien moins ardent que celui de l'Amérique méridionale, il lui falloit juſqu'à 3 mois pour mûrir. Quant à l'autre variété, celle de 40 jours, il faudra ſans doute entendre cette durée pareillement de l'Amérique, & ſi elle eſt reſtée à-peu-près inconnue en Europe, ce ſera parce qu'on y a pu ſe contenter de la grande eſpèce & de la meilleure des deux petites. Au reſte, je puis aſſurer que la petite eſpèce peut réuſſir très-bien dans nos contrées, ſi la ſaiſon n'eſt pas abſolument défavorable; l'année dernière je reçus ſeulement le 1. d'août la proviſion que j'en avois commandée; je voulus néanmoins en faire un eſſai pour voir juſqu'où cela pourroit aller; les plantes vinrent très-bien & proſpérèrent à merveille pendant quelques ſemaines, il y en eut même qui pouſſèrent des fleurs mâles, & ce n'eſt que l'intempérie tout-à-fait extraordinaire de l'été dernier qui les empêcha de produire des fruits; dès le commencement de ſeptembre mes plantes ceſſèrent de croître, & une nuit très-froide au temps de l'équinoxe les fit faner toutes: l'embryon d'un fruit que je découvris, me fit apercevoir que cette grappe auroit eu 15 rangs de grains ſur dix files; c'eſt environ la moitié de rangs ſur le même nombre de files aſſez commun dans la grande eſpèce; il eſt vrai auſſi que la petite, en même temps qu'elle produit moins de grains que la grande, lui eſt inférieure encore en ce que la plante beaucoup moins haute donne pour l'affourage moins de feuilles & des tiges plus courtes & plus foibles *); mais

*) Cette remarque avancée ſur la foi de *Kalm* & autres, n'eſt pas tout-à-fait exacte; l'expérience m'a appris depuis que dans un bon ſol & en ſemant le petit maïs

mais d'un autre côté cette eſpèce préſente pluſieurs avantages, car 1°. En la ſemant on peut laiſſer beaucoup moins de place entre les trous que pour la grande eſpèce, de ſorte que les plantes étant plus rapprochées, le produit, au rapport de *Kalm*, eſt à-peu-près le même.

2°. La farine que donne la petite eſpèce, eſt plus fine, plus blanche & meilleure au goût que celle de la grande; & le café des grains grillés en eſt meilleur.

3°. Dans nos contrées on peut eſpérer plus facilement de voir mûrir le fruit de la petite eſpèce, que celui de la grande. La ſemant en mai, & lui donnant juſqu'à quatre mois, il y auroit bien du malheur & il faudroit que l'été fût extrêmement mauvais, ſi en ſeptembre on ne recueilloit pas le fruit entièrement mûr. Et pour aller au plus ſûr à l'égard des gelées, on fera bien ſans doute d'en ſemer à 2 ou 3 repriſes: au commencement, au milieu & à la fin de mai.

V.

J'ai conſidéré aſſez long-temps le maïs par rapport à la *durée;* je crois avoir montré ſuffiſamment qu'à cet égard il y en a au moins deux eſpèces, ou ſi l'on aime mieux, deux variétés eſſentielles *). très-diſtinctes; & il me ſemble ſuperflu de m'arrêter aux variétés accidentelles dans la durée de l'un & de l'autre, en tant qu'elles dépendent uniquement de la ſaiſon & du climat. Paſſons à un autre point, à celui de la *grandeur de la plante.*

Cette grandeur, c'eſt-à-dire la hauteur de la tige, varie extrêmement. D'abord, ſelon le climat. Dans la Caroline, la Virginie & plus au ſud en Amérique, de même ſans doute auſſi dans d'autres pays ſous les mêmes latitudes, cette hauteur va pour le maïs commun à 18 pieds; on la voit diminuer à meſure qu'on avance vers le nord.

de bonne heure, c'eſt-à-dire en même temps ou pas beaucoup plus tard que le grand, la plante parvient à la même hauteur, & donne à-peu-près autant de fourrage que l'eſpèce ordinaire; le fruit ſeulement eſt moins grand, & la tige plus déliée.

*) Voyez encore ſur une 3°, ci-après l'*Addition* à ce mémoire.

Au midi même de l'Europe elle n'eſt plus que de 6 à 8 pieds; & dans nos contrées elle ne va communément qu'à 4, 5 à 6 pieds. En ſecond lieu, cette grandeur dépend beaucoup de la qualité du terrain; car toutes choſes égales d'ailleurs, la plante s'élancera moins par exemple dans un ſol trop compact, que dans une terre légère. Ces variétés, comme on voit, ne ſont qu'accidentelles; mais une autre conſtante eſt celle qui a lieu pour la hauteur de la tige du petit maïs comparée avec celle du commun. En Europe, au nord de l'Amérique &c. la petite eſpèce ne s'élève qu'à la hauteur de 2 à 3 pieds; & ſelon *Kalm* la diſproportion ſeroit plus forte encore dans les pays où le grand maïs s'élève davantage; car il dit que là où celui-ci a jusqu'à 18 pieds de haut, l'autre n'a ſouvent que 3 à 4 pieds *). Au reſte, il n'importe point d'avoir des plantes fort hautes de la grande eſpèce; car ſouvent elles ſont moins garnies de feuilles, & par conſéquent donnent moins de fourrage que les moins hautes, & pareillement leurs fruits ne ſont pas les mieux fournis: la raiſon pourroit en être entr'autres, que quand dans un même champ il y a un mélange de plantes hautes & de baſſes, la pouſſière ſéminale diſperſée par le vent a plus de facilité pour tomber du ſommet des plantes hautes ſur les fleurs femelles des plantes baſſes voiſines, que réciproquement.

Quant à la *grandeur des feuilles* elle préſente de même une grande variété, mais tellement accidentelle qu'il ne vaut pas la peine de s'y arrêter. Chez nous, la plus grande largeur des feuilles du maïs commun eſt de 2 à 3 pouces, & leur longueur de 2 à 3 pieds. On aſſure que dans des pays mieux favoriſés les plus grandes feuilles ont jusqu'à 6 pouces de large. Je dois rappeler ici encore ce qui a été dit des *feuilles dentelées* ci-deſſus art. IV.

VI.

Les *grappes* (ou *épis*) pour leur grandeur à l'extérieur & indépendamment de la grandeur, de la figure & de la couleur des grains

*) Voyez des reſtrictions dans les notes précédentes.

offrent plusieurs variétés. Elles sont plus ou moins longues, plus ou moins enflées, leurs enveloppes plus ou moins nombreuses &c.: cela varie à l'infini, & on n'y voit rien de constant, si ce n'est que généralement celles de la petite espèce sont plus courtes que celles de la grande, qui dans les climats chauds atteignent la longueur de 12 à 15 pouces, ou peut-être au-delà, dans nos contrées rarement plus de 5 à 6 pouces: à moins que l'on ne mette en ligne de compte l'excédent des enveloppes. Il y a pourtant un de mes fruits qui dépouillé de ses tuniques ne laisse pas d'avoir huit pouces. Je reviendrai à ces grappes quand je parlerai du fruit seul; je ne considère ici que l'extérieur de la plante.

VII.

En conséquence, il reste à dire quelques mots des *fleurs*, & à cet égard il y auroit des particularités très-curieuses à rapporter si je pouvois entrer dans des détails sur des faits assez connus: car d'abord les panicules ou fleurs mâles non-seulement varient pour la grandeur & le nombre de leurs épis ou branches spiciformes, mais il est remarquable surtout qu'assez souvent elles portent plusieurs grains: ce qui décèle une irrégularité ou inconséquence de la nature, un singulier mélange des parties de la fructification ordinairement séparées dans cette plante. J'ai négligé de conserver quelque exemplaire de cette singularité qui s'est présentée dans beaucoup de mes plantes. Mais on en peut voir la figure dans les *Recherches microscopiques de* M. *de Gleichen* *), Planche E. fig. 49. Cette figure n'en donne cependant qu'une idée imparfaite, ne représentant qu'un seul épi de la panicule, & avec les grains placés exactement au milieu, ce qui n'est qu'un cas particulier. Il n'est pas moins curieux qu'un phénomène semblable ait lieu souvent dans les fleurs femelles, & ici ce n'est pas dans les filets qui débordent la gaîne du fruit, c'est intérieurement, à l'extrémité de ce fruit: quelquefois on y voit un épi semblable en-

*) *Das neueste aus dem Reiche der Pflanzen, oder mikroskopische Untersuchungen und Beobachtungen u. s. w. von F. W. Freyherr von Gleichen* &c., 1764, fol.

tièrement à un de ceux de la panicule, mais ſans aucun grain; d'autres fois un tel épi plus ou moins garni de grains.

J'ignore encore ſi la petite eſpèce eſt ſujette aux mêmes déviations de la nature *), leſquelles au reſte, quelqu'intéreſſantes qu'elles ſoient dans la doctrine du ſexe des plantes, ne conſtituent point d'eſpèce particulière ni de variété conſtante de la plante qui nous occupe.

VIII.

Paſſons à l'examen du fruit même, ou des grains du maïs; nous y verrons des variétés intéreſſantes, les unes accidentelles, d'autres qui paroiſſent être conſtantes; peut-être même y en découvrirons-nous de telles que la plante qui les porte, mérite d'être qualifiée d'eſpèce particulière.

La *grandeur* diverſe des grains, diſent les Botaniſtes, n'y fait rien, tant que la figure eſt toujours ſemblable. Or je conviens que je n'ai pu remarquer aucune différence pour la figure ni dans les grains infiniment variés pour la grandeur du maïs commun, ni dans ceux de la petite eſpèce; à la vérité, on a ſouvent des grains très-plats, très-différens des ordinaires, mais il ſuffit de les voir dans leur enſemble avec les autres, quand ils ſont encore attachés au noyau, pour remarquer que ce ſont des grains manqués qui n'ont pas été fécondés, ou qui n'ont pas eu aſſez de place pour s'étendre en tout ſens: auſſi je ſoupçonne qu'un grain plat que notre célèbre confrère M. *Willdenow* m'a dit avoir reçu des Indes orientales, étoit de cette ſorte, vu que la plante que ce grain donna, ne produiſit point de fruit, quoique parvenue à une hauteur conſidérable. On a donc raiſon de ſuſpendre ſon jugement avant d'en tirer des conſéquences pour une eſpèce particulière **). Mais pourroit-on refuſer cette qualification à une ſorte

*) Depuis j'ai obſervé ſouvent dans la petite eſpèce le premier cas, mais très-rarement ou jamais le ſecond.

**) Actuellement je n'ai plus de doute qu'il n'y ait des ſortes de maïs dont les grains ont conſtamment la figure aplatie: telles étoient les deux grandes ſortes

de maïs dont parle M. *Thiery* dans ſon *Voyage* à *Guaxaca en Mexique* *): parlant d'un lieu qu'il appelle *Atletlanca* où il a paſſé, il dit entr'autres: „Je fus inſtruit auſſi que le *Mahys* le plus eſtimé du pays „& le plus commun eſt *long, plat, quadrangulaire* & *blanc paille.*" Voilà une figure de grains totalement différente de ce qu'ils ſont communément. Outre cette ſorte qui conſtitue ſans contredit une eſpèce à part, & outre les nombreuſes variétés accidentelles de la grandeur des grains, je crois pouvoir en adopter deux variétés conſtantes: l'une eſt celle des grains du petit maïs; l'autre, celle des grains d'une ſorte plus grande que la commune, particulière à l'Amérique méridionale & déſignée dans *Moriſon* **) par le nom de *Frumentum Indicum grano avellanae magnitudine.* Ainſi de la grandeur d'une noiſette, tandis que le maïs commun ne paſſe pas celle d'un gros pois.

IX.

Avant de paſſer aux couleurs des grains, où les variétés ſont les plus frappantes pour les yeux & qui fourniront matière à un aſſez long article, je dois parler auſſi de leur arrangement, d'autant qu'il influe beaucoup ſur les variétés accidentelles de leur grandeur.

On ſait que ces grains ſont diſpoſés par rangs & par files dans les alvéoles d'un noyau cylindrique. Je nomme *file* la rangée qui eſt diſpoſée longitudinalement ſur ce noyau, & *rangs*, les couches horizontales, de la hauteur d'un grain ſeulement, qui coupent l'axe du noyau à angles droits. Or cet arrangement, très-agréable à l'œil, varie extrêmement pour le nombre des rangs, pour celui des files & à divers autres égards: voici les principales remarques que fourniſſent tant de variétés.

que M. *Willdenow* a reçues depuis, & telles auſſi les deux, l'une grande, l'autre petite, dont M. *Thorcy* a parlé (voyez ci-après l'*Addition*).

*) Ce voyage ne m'eſt connu que par le fragment qui s'en trouve dans les *Cahiers de Lecture* publiés à *Gotha*, No. VI. & VII. 1794, p. 162.

**) *Hiſt. Plant.* Tab. 8. fig. 2.

1°. Le nombre des rangs dans la grande eſpèce ou dans le maïs commun, eſt ordinairement chez nous, & même plus au midi de l'Europe, de 30, rarement davantage, ſouvent moins; s'il eſt au-deſſous de 20, la grappe eſt imparfaite. Dans la petite eſpèce il paroît n'être que la moitié environ; je ne puis l'aſſurer poſitivement *).

2°. Le nombre des files le plus ordinaire eſt 8: celui de 10 auſſi eſt très-fréquent; celui de 12 encore n'eſt point du tout rare, même chez nous; de ſorte que je ſuis ſurpris que *Desrouſſeaux* dans l'Encyclopédie méthodique **), *Snyder* dans l'écrit que j'ai cité dans mon premier mémoire, & d'autres auteurs, parlent ſeulement de 8 à 10 files, quoiqu'écrivant dans des contrées plus méridionales. Je pourrois produire de mon crû un grand nombre de grappes de 12 files, je puis en produire des exemples de plus d'une couleur, & ce qui plus eſt, une de 14 files, qui quoique reſtée au-deſſous de la longueur commune, n'eſt pas moins un petit phénomène très-remarquable ***).

3°. *Kalm, Desrouſſeaux,* le *Dictionnaire économique* & autres nous parlent de grappes ou d'épis ſur lesquels on a compté 650 juſqu'à 700 grains; ce nombre ſemble même être le plus commun dans les Indes: mais pourquoi ne nous dit-on pas, ou le nombre ordinaire des rangs ou celui des files? Nous ne pouvons en juger que par conjecture & induction. Dans ces pays-là, la longueur ordinaire de l'épi eſt d'un pied environ, c'eſt-à-dire le double de ce qu'elle eſt communément chez nous: on peut donc y ſuppoſer 60 à 70 rangs; diviſant 700 par ces deux nombres, on a 12, ou au moins 10 pour le nombre des files; d'où nous pouvons conclure que dans les climats les plus favorables à la culture du maïs, le fruit ſe diſtingue moins par la groſſeur que par la longueur; de même que la tige y devient auſſi beaucoup plus haute que chez nous. J'obſerverai néanmoins que dans

*) On peut compter 20 pour le nombre le plus ordinaire des rangs de la petite eſpèce chez nous. (Note poſtérieure).

**) Cet auteur nomme *rangs* ce que j'appelle *files*.

***) Depuis j'ai eu un grand nombre de grappes complètes de 14, pluſieurs de 16, même une couple de 18 files, mais toutes de la petite eſpèce.

l'*Encyclopédie économique* il eſt fait mention (T. VII. p. 401) d'épis de la groſſeur du poignet; mais j'en peux faire voir qui en approchent.

4°. Le reproche que je viens de faire aux auteurs qui parlent d'épis de 700 grains, tombe encore ſur le comte *Ronconi*, qui dans ſa *Coltivazione Italiana* parle d'un cultivateur qui par un procédé plus dispendieux mais bien raiſonné que l'auteur indique, a augmenté tellement ſes récoltes „qu'on y a trouvé des tiges qui avoient pouſſé jus„qu'à 3 groſſes grappes, desquelles ayant eu la curioſité de les compter, „il a vu qu'il avoit gagné plus de 4500 grains." Ce nombre eſt prodigieux; ce ſeroit 1500 grains au moins par épi l'un portant l'autre; & comme on ne peut guères y ſuppoſer au-delà de 75 rangs, il faudroit que ces épis euſſent eu 20 files chacun.

5°. Il ne faut pas s'imaginer néanmoins que l'avantage d'un plus grand nombre de files ſoit proportionné à ce qu'il promet; car il m'a toujours paru que les grains perdent en groſſeur, plus il y a de files; tellement que dans les pays où le maïs ou ſa farine ſe vend au poids, on retirera peut-être davantage d'une bonne grappe ordinaire de 8 files, que d'une jolie & extraordinaire de 12 ou plus.

6°. Ces dernières pourroient d'ailleurs tourner au désavantage des acheteurs; on pourroit leur en vendre les grains pour des grains de la petite eſpèce, qui eſt plus eſtimée, comme j'ai déjà dit: on remarquera par ex. que la plupart de mes grappes de 12 files n'ont pas des grains plus gros que ceux de la petite eſpèce que j'ai déjà fait voir.

7°. Il eſt remarquable que le nombre des files variant au-delà de 8, comme on a vu, il ſoit ſans exemple de trouver des épis qui ayent moins de 8 files, quelqu'imparfaits d'ailleurs qu'ils puiſſent être ou quelque gros que ſoient leurs grains.

8°. Pareillement, il eſt digne de remarque que le nombre, nonobſtant ſa variabilité, ſoit toujours pair. Mais ici la règle n'eſt pas abſolument ſans exception. On trouve ſouvent des grappes où la ſymmétrie ordinaire des grains a été dérangée par quelque accident; & quelquefois, par une ſuite d'un tel dérangement, quelques rangs con-

tiennent 9 ou 11 grains, comme ſi la grappe avoit dû avoir 9 ou 11 files, tandis que la majeure partie eſt ſelon la loi commune, du nombre pair, de 8, 10 ou 12 files.

9°. Une autre ſuite plus remarquable encore d'un tel dérangement ou jeu de la nature, c'eſt qu'il arrive quelquefois qu'une partie de la grappe a 10 par ex. ou 12 files très-régulières, & le reſte ſeulement 8 avec la même régularité. Ce ſaut, ce paſſage d'un nombre pair à l'autre dans la formation des alvéoles du noyau, me ſemble curieux & digne de l'attention des Botaniſtes. Je poſſède quelques exemplaires où on peut le voir; dans l'un desquels on remarquera même le paſſage de 12 à 8.

10°. D'autres fois, & aſſez ſouvent, le même nombre pair des files eſt conſervé, & on n'y remarque point de défaut de ſymmétrie; mais au lieu de former des lignes droites, elles ſont tournées en ſpirales autour du noyau, & prennent la figure d'une vis. J'ai trouvé trois exemples de cette variété accidentelle.

11°. Quand la ſaiſon a été contraire & pluvieuſe, on remarque auſſi des épis où les files ſont ſéparées les unes des autres, laiſſant des intervalles qui ſemblent avoir dû être remplis par autant de files reſtées vides; j'ai un épi p. ex. de 8 files qu'on pourroit croire avoir été deſtiné à en porter 14 ou 16; mais je crois que celles qui exiſtent ſont ſéparées ſeulement par le gonflement du noyau, cauſé par l'humidité.

12°. On ne peut pas juger par l'extérieur de la grappe, avant qu'elle ſoit dépouillée de ſes tuniques, ſi l'épi même eſt volumineux, s'il a plus de files, ou des grains plus gros qu'à l'ordinaire. Quelquefois les tuniques ſont très-nombreuſes (car leur nombre n'eſt pas conſtant) & font paroître le fruit plus gros qu'il n'eſt; d'autres fois, quand la ſaiſon a été très-pluvieuſe, ces enveloppes ſont gonflées, & ne renferment qu'un épi très-mesquin; quelquefois enfin, la groſſeur impoſante de la grappe provient de ce qu'à côté du fruit principal il s'eſt formé ſous les mêmes enveloppés, un, deux ou trois autres fruits ſortant du même pédicule & s'adaptant à celui-là. Ce jeu de la nature

ture eſt ſingulier, mais je m'étonne que des Botaniſtes célébres en ayent fait une variété particulière. *Boccone* ayant trouvé une telle grappe entourée de trois petites, en a fait graver la figure dans ſes *Rariorum plantarum deſcriptio*, & lui a donné le nom de *Frumentum Indicum, ſpica diviſa, ſeu polyſtachites*. *Moriſon* a adopté ce nom, & a jugé la figure digne d'être copiée dans ſa précieuſe Hiſtoire des plantes *). *Desrouſſeaux* cite auſſi ce phénomène comme une variété, en deux endroits de ſon article *maïs*, & fait uſage du nom que *Boccone* lui a donné. Pour moi, je ne puis me vanter d'avoir vu ce *Polyſtachites* dans toute ſa gloire, je veux dire avec trois épis acceſſoires auſſi grands & auſſi regulièrement diſpoſés, comme *Boccane* le repréſente, en ſe permettant peut-être de l'embellir; mais j'ai vu pluſieurs fois ce jeu curieux de la nature dans un état moins parfait, ſavoir le grand épi accompagné de 2 ou 3 petits inégaux & ménisques ou convexo-concaves qui s'y appliquoient; je regrette d'avoir négligé ou égaré les échantillons que je ſouhaiterois d'en produire, mais j'eſpère d'en obtenir d'autres cette année **).

13°. Je finis cette énumération de l'arrangement des grains, de leurs files &c. en obſervant, *a*) que les variétés dans les nombres de ces files ne ſont pas conſtantes. Les grains d'un épi de 8 files peuvent en produire de 10, 12 & peut-être davantage, & réciproquement; *b*) que je ne ſais pas encore exactement quel eſt à l'ordinaire le nombre des files dans le maïs de 3 mois; en attendant, je ſoupçonne qu'il eſt le même que dans le maïs commun, puiſque l'embryon dont j'ai fait mention, avoit 10 files ***).

*) Hiſt. 3. pag. 248, Sect. 8. Tab. 28. fig. 3.

**) J'ai eu depuis de ces *Polyſtachites* à-peu-près auſſi curieux que celui de *Boccone*; j'ai eu même des grappes de ce genre, entourées de 6 à 7 avortons d'autres grappes, mais deſtituées de grains la plupart. Il ne m'a pas paru qu'il valût la peine de faire deſſiner & graver ces jeux de la nature; non plus que les échantillons d'autres ſingularités produites dans le cours de cette lecture.

***) Le nombre des files va plus ſouvent au-delà de 10, dans le petit maïs que dans le commun.

Dans une autre lecture nous conſidérerons particulièrement les diverſes couleurs du maïs & quelques propriétés qui paroiſſent dépendre de ces couleurs.

Addition au Mémoire précédent.

Un homme très-intelligent, M. *Thorey*, apothicaire, chimiſte & amateur d'agriculture à *Hambourg*, où il eſt mort vers le milieu de l'année dernière 1805, a fait inſérer dans le nouveau Magazin de Hannovre (*Neues Hannöveriſches Magazin*) pour 1804, num. 79, du 1 octobre, un écrit ſur la culture du maïs, (fondé ſelon le titre, ſur une expérience d'un grand nombre d'années) qui a trop de rapport avec le ſujet du mémoire précédent, pour que je puiſſe me dispenſer de le traduire & de le joindre ici en forme de ſupplément, l'accompagnant de quelques remarques.

„Je connois, dit M. *Thorey*, ſous ce nom (de blé de Turquie, *Zea Mays Linn.*) trois ſortes. 1°) Celle qui eſt ordinaire dans nos contrées, & dont la couleur eſt jaune, rouge ou bigarrée. Elle atteint dans notre ſol gras & marécageux la hauteur de 6 à 7 pieds, & chaque plante produit 2 à 3 grappes, qui l'une portant l'autre contiennent 300 grains chacune. Mais il faut que la ſaiſon ſoit très-chaude pour qu'elles parviennent à une maturité complète. J'en ſème le grain ordinairement au commencement d'avril, mais il y a des exceptions ſelon la température de l'air *)."

2°) „Les grains de la ſeconde ſorte, au lieu d'être ronds comme ceux de la première, ſont *plats* & *oblongs* (ou plus longs que larges, *länglich*). Ils ſont *blancs* & transparens, ou bien d'un *brun foncé*. Cette ſorte parvient à une hauteur de 20 pieds, & continueroit encore de croître ſi vers la St. Michel l'air n'étoit pas déjà âpre & froid **).

*) J'ai eu le même principe, mais je me ſuis convaincu que lors même que le temps paroît favorable au commencement d'avril, il vaut mieux chez nous d'attendre jusqu'à la fin de ce mois, ou jusqu'en mai.

**) Je crois bien que cette température de l'air a empêché le fruit de mûrir, mais je ſuis aſſez perſuadé que la plante avoit toute la hauteur qu'elle devoit atteindre

La tige prend au bas, près de la racine, une épaiſſeur de 5 à 6 pouces. Une grappe qui a acquis toute ſa croiſſance, eſt longue de $4\frac{3}{4}$ aunes *). J'ai compté au-delà de 600 grains dans une telle grappe complète, mais un petit nombre ſeulement de ces grains étoient mûrs & propres à ſe reproduire. Une plante de 20 pieds de haut avoit pouſſé 16 à 18 grappes, mais il n'y eut que quelques grains de la première, qui ſe trouvèrent mûrs, comme je viens de dire **)."

„La 3^e^ ſorte eſt petite & *plate*, de la grandeur à-peu-près de grandes lentilles ***). On dit que cette ſorte eſt en uſage ſur les vaiſſeaux qui vont à la traite des Nègres ſur la côte d'Afrique. On en remplit des ſacs, & on en moud journellement autant qu'il en faut, dans les moulins des navires. La hauteur des plantes de cette ſorte n'eſt, dit-on, que de 2 à 3 pieds. Comme elle m'étoit inconnue juſqu'à préſent, & que je ne l'ai reçue qu'en automne dernier, je ne puis en parler par expérience. Mon eſtimable ami, M. *Lohmann*, qui me

dre, ſi comme on doit le ſuppoſer, le grain a été ſemé au printemps; il ne m'a jamais paru que les plantes du maïs continuent de croître, quand la floraiſon eſt paſſée.

*) Il y a certainement ici une lourde faute d'impreſſion dans le texte allemand: il faut peut-être lire $\frac{3}{4}$ d'aune & ce ſeroit déjà beaucoup.

**) Cette ſorte de maïs dont l'auteur parle ici, eſt probablement une des deux que notre célèbre Botaniſte M. *Willdenow* a reçues d'Amérique; il y a 4 ans environ. Le grain de l'une étoit blanc, jaune de l'autre; ils étoient aſſez plats; peu tout-à-fait ronds, & avoient près du double de la grandeur des grains du maïs commun. On avoit aſſuré à M. *Willdenow* que ces plantes parvenoient à la hauteur de 20 à 24 pieds; mais leur hauteur fut beaucoup moindre au jardin botanique de l'Académie où ces grains furent ſemés, & 5 grains que j'en eus (deux d'une ſorte & trois de l'autre) ne donnèrent que des plantes de 8 à 11 pieds dans un ſol à la vérité aſſez mauvais où je les mis pour ne pas les perdre de vue. Mais le plus fâcheux a été que nos eſſais avec ces grandes ſortes de maïs tombèrent dans les étés froids de 1802 & 1803; de ſorte qu'aucun des fruits, pas même quelques grains, ne parvinrent à maturité. Les grappes complètes avoient environ 1 pied de long, & portoient 5 à 600 grains. Les tiges au bas avoient peut-être 18 lignes à 2 pouces d'épaiſſeur.

***) L'auteur a peut-être voulu dire: *reſſemblant à-peu-près à de grandes lentilles.*

l'a apportée, m'aſſura que dans ces contrées-là *) les très-vaſtes champs de maïs n'en contiennent point d'autre que de cette eſpèce. Je me ferai un vrai plaiſir d'en donner quelques grains aux amateurs **)."

„La culture de la 2^e^ ſorte ſeroit fort à recommander dans nos contrées, car on connoît ſuffiſamment l'uſage de ces nombreuſes, longues & larges feuilles pour les vaches & les chevaux. Ajoutez encore l'utilité des hautes & fortes tiges pour la combuſtion, vu qu'elles renferment autant de calorique que des bois légers ***). Si donc notre climat permettoit qu'une ſeule grappe parvînt à maturité, il en réſulteroit un avantage extraordinaire. Mais c'eſt à quoi il ne m'a pas été poſſible de parvenir, quelque peine que je me ſois donnée pour cet effet depuis 3 ans †). Malgré cela, je continue de cultiver cette belle

*) M. *Thorey* ſuppoſe aſſez gratuitement que tous ſes lecteurs ſauront ou devineront de quelles contrées il eſt queſtion; je m'imagine par conjecture ſeulement, que c'eſt de quelques provinces des États-unis de l'Amérique.

**) Je n'aurois pas manqué de me mettre ſur les rangs, ſi M. *Thorey* avoit vécu plus long-temps; malheureuſement je n'ai eu connoiſſance de ſon écrit que peu de temps avant ſon décès. Il ſeroit d'autant plus intéreſſant de mieux connoître cette petite eſpèce ou variété du maïs, qu'elle eſt certainement différente de celle que j'ai reçue d'Italie, dont les grains ne ſont point plats, & dont la plante a atteint chez moi, comme celle du maïs commun, la hauteur de 5 à 6 pieds & plus. Étoit-ce (celle de M. Lohmann) le véritable *blé des Mohawks*, ou peut-être la plus petite des deux variétés dont parle *Mathioli* (ci-deſſ. *Mémoire* art. III.) tandis que l'autre moins petite de *Mathioli* eſt peut-être le *blé des Mohawks*? Tout cela reſte à éclaircir.

***) C'eſt de quoi il eſt permis de douter, car ces tiges étant ſéchées, ſont à-peu-près creuſes, leur moëlle ſe réduiſant presque à rien, & extrêmement légères. En revanche, on peut les employer avec bien plus d'avantage dans l'état vert pour les chevaux, en coupant longitudinalement celles qui ſeroient trop épaiſſes.

Il vaudroit la peine auſſi de reprendre avec ces grandes tiges d'une plante dont le fruit vient ſi rarement à maturité, les eſſais de faire du ſirop ou même du ſucre de maïs, dont j'ai parlé dans nos *Mémoires* pour 1803, *Cl. de Philoſ. expér.* p. 15-21 & 33-36. A cette occaſion je dois obſerver encore que *Juſti* a déjà fait de bonnes remarques ſur ce ſujet dans ſes *öconomiſche Schriften* T. I. Berlin 1760. p. 414-419, & que notre célèbre *Hermbſtädt* en a traité d'après ſes propres expériences dans les *Neue Schriften der Geſellſchaft naturforſchender Freunde zu Berlin; 2ter Band* 1799.

†) Je voudrois que l'auteur nous eût dit plus clairement, s'il a fait ces eſſais réitérés avec des grains produits par le premier eſſai, ou bien avec ceux qu'il peut

plante, qui a excité l'admiration de tant de mes concitoyens, ainſi que d'un grand nombre d'étrangers, parmi leſquels il y avoit des connoiſſeurs en botanique à qui néanmoins elle étoit pareillement inconnue. Quelques-uns de ceux-ci ont prétendu que c'étoit une *eſpèce* particulière non encore décrite; mais jusqu'à préſent je ne déciderai rien là-deſſus."

„La culture en grand de cette plante ne laiſſeroit pas de rencontrer de forts obſtacles dans nos contrées à raiſon des vents violens qui y règnent ſi ſouvent, & qui abattroient ou briſeroient ces belles & hautes tiges; ce que je préviens en attachant chacune à un pieu. On eſt par conſéquent fondé à ſoutenir, que la culture du blé de Turquie n'eſt pas à recommander dans nos contrées *), d'autant que des bonnes terres ſont précieuſes, & peuvent être employées plus utilement pour la culture des pommes de terre & autres légumes. De plus, l'humidité ſi fréquente de notre ciel eſt très-contraire au maïs, l'empêchant de croître & de mûrir."

avoir eus en réſerve des originaires. Cela n'eſt pas indifférent à ſavoir; car dans ce dernier cas on conſerveroit plus d'eſpérance que ce grain s'acclimateroit moins difficilement chez nous après qu'on auroit une fois réuſſi d'en gagner d'aſſez mûr pour pouvoir le reſemer avec ſuccès. Il eſt fâcheux que les eſſais de M. *Thorey* ayent eu lieu préciſément, à ce qu'il paroît, dans les mêmes années défavorables qui nous ont empêchés, près de Berlin, de réuſſir avec le grand maïs d'Amérique, & qu'à cauſe de la mort de M. *Thorey*, ces eſſais ne ſe continueront probablement point à *Hambourg*, ſi tant eſt qu'il ait laiſſé des grains propres à être ſemés.

*) La difficulté de porter ce grand maïs à maturité ne devroit cependant pas empêcher d'étendre (avec modération toutefois) dans les pays ſeptentrionaux de l'Allemagne, la culture du maïs ordinaire & celle des eſpèces ou variétés plus petites. Il y a apparence, au reſte, que M. *Thorey*, a jeté ces remarques ſur le papier à l'occaſion d'une queſtion propoſée par la Société Royale de Göttingue pour un prix à diſtribuer en novembre 1803. On demandoit pourquoi la culture du maïs étoit négligée dans la Baſſe-Saxe, & ſi on pouvoit s'en promettre des avantages en l'y traitant en grand? Les annonces littéraires de Göttingue 1803, Nro. 194 & 195, ont donné une idée des pièces qui ont concouru, excepté de celle qui a été couronnée (dont l'auteur ne s'eſt pas fait connoître); on promettoit que celle-ci ſeroit inſérée dans le Magazin de Hannovre, mais je ne l'y ai pas trouvée, au moins pas jusqu'à la fin de 1804.

Sur les variétés du Maïs,

par rapport aux couleurs & à quelques propriétés qui paroiſſent en dépendre.

PAR M. JEAN BERNOULLI *).

Dans ma dernière lecture ſur le *maïs*, je me ſuis engagé de conſidérer encore cette plante à l'égard des couleurs des grains & de quelques propriétés qui paroiſſent dépendre de ces couleurs.

1. Je commencerai par le *maïs blanc* (la *zea maïs, granis albicantibus* de *Tournefort*). Cette variété très-commune & la plus eſtimée dans pluſieurs pays, eſt ſi rare dans le nôtre, que je n'en ai jamais vu, & ayant négligé jusqu'à préſent de m'en procurer de l'étranger, je ſuis hors d'état d'en produire un échantillon **). Voici ce qu'en dit le célébre *Parmentier* dans ſon ouvrage ſur le maïs, dont j'ai fait mention ci-devant & que je poſſède actuellement ***).

*) Lu à l'Académie, le 4 juin 1801.

**) Depuis j'ai reçu de Veniſe quelques livres de *maïs blanc*; je l'ai ſemé en divers endroits dans deux années conſécutives, 1803 & 1804; mais excepté 2 ou 3 plantes qui n'ont pas donné de fruit mûr, aucune n'eſt ſortie de terre; le grain paroît avoir été trop vieux, & ſes germes rongés par les ſouris. Ce mais étoit plus petit que le commun; mais on a vu dans l'*addition* au Mémoire précédent, qu'il y en a de blanc des plus grandes ſortes.

***) *Mémoire couronné le 25 août 1784 par l'Académie Royale des Sciences, Belles-Lettres & Arts de Bordeaux ſur cette queſtion:* Quel ſeroit le meilleur procédé pour conſerver, le plus long-temps poſſible, ou en grain ou en farine, le *maïs* ou *blé de*

„Le *maïs blanc* paſſe en *Béarn* pour le plus productif. L'épi eſt auſſi plus grand & la tige plus élevée. Cependant cette différence dépend de ce que l'on ſème cette variété dans les meilleurs terrains qu'on a eu ſoin de fumer, tandis que dans cette province, on ſème le maïs jaune dans les terres marécageuſes qui n'ont pas beſoin de fumier. Les Américains de la *Nouvelle Yorck* préfèrent le *maïs blanc* à tous les autres, & lorsqu'ils n'ont récolté que du maïs jaune, ils le vendent pour en acheter du blanc, dont la galette, ſelon eux, a une meilleure qualité. Mais s'il s'agiſſoit de décider dans ce moment, ſi cette préférence eſt fondée ou non, nous ſerions fort embarraſſés de prononcer, puisque l'analyſe ne nous a préſenté aucune différence eſſentielle dans la nature & la proportion des parties conſtituantes. Peut-être la prédilection pour le *maïs blanc* ne dépend-elle que de ſa couleur, qui rapproche davantage la bouillie ou la galette qu'on en prépare, de celles des autres farineux également uſités. C'eſt d'ailleurs aux habitans des cantons où l'on cultive l'un & l'autre maïs, à nous éclairer de leurs lumières & de leurs obſervations."

II.

Le *maïs jaune.* C'eſt le plus commun & le plus eſtimé dans tous les pays où le blanc n'eſt pas en uſage. On en diſtingue diverſes nuances, particulièrement le jaune *citrin* ou *paille,* & le jaune *doré.* Le premier me paroît, ſelon ce que j'ai lu, faire dans quelques pays une variété à part; le ſecond eſt plus ordinaire & celui qui chez nous eſt le plus commun, où il a la couleur que préſente l'exemplaire ci-joint *). Cette nuance cependant n'eſt pas conſtante; voici par exemple un au-

Turquie, plus connu dans la Guienne ſous le nom de *blé d'Eſpagne?* & quels ſeroient les différens moyens d'en tirer parti, dans les années abondantes, indépendamment des uſages connus & ordinaires dans cette province? Par M. *Parmentier, cenſeur royal &c. augmenté par l'auteur, de tout ce qui regarde l'Hiſtoire naturelle & la culture de cette plante. A Bordeaux*, 1785. 4to.

*) Je me réfère à des échantillons que j'ai produits en nature, mais j'ai dû me diſpenſer d'en faire tirer des deſſins qu'il auroit fallu graver & enluminer.

tre exemplaire où elle eſt plus claire. Outre cela, il faut remarquer que deux cauſes peuvent amortir la couleur que doit avoir un maïs jaune bien conditionné: l'une, quand la grappe n'eſt pas parvenue à maturité; l'autre, quand la plante a crû dans un ſol glaiſeux: dans l'un & l'autre cas, la couleur des grains, au lieu d'être luiſante & d'un jaune bien prononcé, reſte terne & pâle. Le ſecond cas eſt ſouvent une ſuite du premier. *Kalm* a eu raiſon dans ſon mémoire traduit du ſuédois, de dire: *In Leimen und leimichter Erde kommt er nicht wohl fort, denn wenn er im Sandlande beynahe reife Aehren hat, ſieht man ihn im Leimen kaum zu einigen Aehren gelangen; auſſer dem daſs die Körner von einer bleichen und todten Farbe werden.* Je m'en ſuis convaincu par l'expérience, & ceux qui voudront cultiver le maïs feront bien d'y avoir égard *).

Enfin, dans le maïs jaune on peut diſtinguer auſſi une nuance *orangée;* mais elle eſt très-rare; c'eſt un jaune qui a une ſuffuſion de rouge; les grains paroiſſent avoir eu une diſpoſition à devenir rouges: en voici un échantillon.

III.

Je ſuis porté & me crois fondé à croire qu'il n'y a que ces deux couleurs, la *blanche* & la *jaune,* qui ſoient primitives dans le maïs & originairement affectées à ce grain; mais il n'en eſt pas moins vrai que celles dont je vais parler, ſont aſſez communes.

Le *maïs bleu.* Cette couleur n'eſt jamais bien déterminée, c'eſt plutôt un gris d'ardoiſe & tirant un peu ſur le vert, qu'un bleu véritable. On en peut juger par cet exemplaire-ci. Quoi qu'il en ſoit, il eſt à remarquer que très-ſouvent on rencontre de ces grains bleus ou dits tels, dans des épis jaunes, & ſans qu'il y ait eu des grains bleus plantés dans le voiſinage. Il y a toute apparence que cette couleur eſt

*) M. *Gotthardt*, Profeſſeur à *Erfort*, a indiqué un procédé de culture pour remédier aux inconvéniens d'un pareil ſol argileux ou gras, dans une brochure intitulée *Die Kultur und Benutzung des türkiſchen Weitzens oder Mays. Erfurt 1797, 8vo.* V. *Neue allgemeine deutſche Bibliothek* T. XXXV. p. 337.

eſt dûe à une ſurabondance d'humidité à laquelle ces grains ont été expoſés; mais comme de tels grains bleus étant replantés, donnent, ſoit toujours ou du moins le plus ſouvent, des épis bleus, il arrive que s'il y a des plantes de grains jaunes dans le voiſinage, la pouſſière des fleurs mâles ſe diſperſant par le vent, il en réſulte des épis fécondés en partie par les fleurs des grains bleus & en partie par celles des grains jaunes, & dont les grains ſont les uns jaunes, les autres bleus. En voici un échantillon choiſi ſur un très-grand nombre d'autres, qui ſert encore à confirmer, 1°. que dans la couleur prétendue bleue de ce maïs, il y a beaucoup de vert; & 2°. que ce maïs bleu eſt pourtant originairement un maïs jaune, qui par accident eſt devenu bleu ou verdâtre: la ſeule inſpection de cet exemplaire curieux explique mieux la choſe que je ne pourrois le faire en beaucoup de paroles.

Cette tendance du maïs jaune (j'ignore ſi le blanc l'a également) à devenir bleu, n'a pas laiſſé de rendre cette couleur aſſez commune, mais dans tel pays plus que dans un autre; il en eſt peut-être où l'on a ſoin d'éviter de reſemer ces grains bleus, afin de ne pas propager cette variété. Il eſt vrai que la farine en eſt moins belle que celle du maïs jaune, & que réduite en bouillie, elle eſt plus visqueuſe ou glutineuſe; mais cette dernière qualité pourroit la rendre plus propre à la panification, qui avec la farine du maïs jaune eſt aſſez difficile à cauſe de ſon incohérence.

De plus, on a découvert deux autres qualités dans le maïs bleu, qui ſelon *Kalm* ont donné lieu, du moins dans l'Amérique ſeptentrionale, à le ſemer quelquefois à deſſein & en quantité. L'une eſt qu'il mûrit 8 à 15 jours plus vite que le jaune (ce de quoi pourtant je n'ai pas encore pu m'aſſurer bien poſitivement chez nous); l'autre, qu'il eſt plus utile pour la braſſerie, donnant une plus grande quantité de bière*).

*) Il ne ſera pas ſuperflu de rapporter ici le paſſage de *Kalm*, parce que vû la cherté des grains, il vaudroit la peine que nos braſſeurs eſſayaſſent de faire de la bière de maïs.

IV.

Le *maïs rouge.* Il y en a de pluſieurs nuances: je me contente d'en produire deux. Quand les épis ſont plus clairs, c'eſt ſigne ordinairement qu'ils n'ont pas aſſez mûri. Quoique ci-deſſus je n'aye admis que deux couleurs primitives du maïs, le blanc & le jaune, je ne disputerai pas avec opiniâtreté contre l'opinion de ceux qui (M. *Parmentier* particulièrement) mettent encore le rouge au nombre de ces couleurs primitives. Cependant il me paroit toujours plus probable que c'eſt une variété accidentelle. On a vu dans l'exemplaire (à la fin de l'art. 11.) la tendance du jaune à devenir rouge. Il ſe peut que cette variété ait été produite originairement par une ſurabondance de chaleur, & comme dans notre climat la chaleur n'eſt peut-être jamais aſſez forte & continue pour produire une telle altération dans un grain originaire des pays chauds, il n'y a pas lieu de s'étonner beaucoup ſi chez nous un grain jaune ne produit jamais un épi rouge, tandis que ſelon l'obſervation de M. *de Gleichen* *), confirmée, (mais pas abſolument encore hors de quelque doute) par ma propre expérience, il n'eſt pas rare que des grains rouges produiſent des épis jaunes. Mais une choſe très-remarquable, c'eſt la répugnance de la nature à admettre ſur un même épi un mélange de grains rouges & de grains jaunes, quand même on a ſemé des uns & des autres dans un même eſpace, de ſorte que par le vent les fleurs fécon-

Verſchiedene in Amerika machen Getränke aus dem Mays, und man hält insgemein den blauen Mays am beſten dazu; er ſoll mehr geben als die andere Arten. Man mälzet ihn wie anderes Malz, aber es wird Zeit erfordert ehe er ausgemälzet wird, weil er ſehr viel auswachſen muſs, ja die Spitzen des ausgeſchlagenen meiſtens anfangen müſſen grün zu werden, wenn er viel Bier geben ſoll. Man muſs beym Mälzen auch das beobachten, daſs er oft, und wenn es ſich thun läſst, einmal des Tages gewaſchen wird, ſonſt wird er unrein. Das Malz hievon ſchmecket völlig wie gewöhnliches Gerſten-Malz. Verſchiedene pflanzen mit Fleiſs ſolchen blauen Mays, um Bier daraus zu brauen. Bier und Nachbier ſind eben ſo gut als aus Gerſten-Malz. Sonſt brauet man auch Bier von zerſchnittenem Mays-Brot. — Eben ſo brennt man auch einen ſchönen Branntewein daraus.

*) *Microscopiſche Unterſuchungen*, 1764, p. 16.

dantes doivent néceſſairement s'être mêlées; & que par conſéquent il en devroit être comme du jaune & du bleu qu'on voit ſi ſouvent, même à parties à-peu-près égales, ſur un même épi. Sur plus de cent mille épis qui déjà m'ont paſſé par les mains, je n'ai jamais pu remarquer un tel mélange, & l'exemplaire que voici, où l'on voit 3 grains à demi-jaunes, n'y fait qu'une très-légère exception. Je ne ſuis donc pas ſurpris que M. *Parmentier* diſe à la p. 24 de ſon mémoire, qu'on a prétendu que le maïs rouge ne ſouffroit pas de grain de couleur différente, mais je ſuis ſurpris qu'il ajoute (& il faut l'en croire) avoir vu „des épis rouges avoir des grains jaunes, blancs & violets"; & qu'une remarque ſemblable ſe trouve dans une des dernières éditions du *Syſtème de la nature* de *Linné* *).

Quant aux qualités du maïs rouge, voici quelques obſervations ſur ce ſujet: 1°. La farine prend de l'écorce des grains, quoique blancs intérieurement, une couleur rougeâtre; tout comme du maïs bleu elle en prend une bleuâtre. Ce défaut diſparoît peut-être quand on peut ſe ſervir d'un moulin approprié à la mouture de ce grain: chez nous la pierre des meules paſſe pour être trop tendre, de ſorte que pour éviter que la pouſſière des pierres ſe mêle avec la farine du maïs, je me ſers d'un moulin de fer, ſéparant enſuite le ſon de la farine au moyen d'un tamis.

2°. La farine du maïs rouge, réduite en bouillie, me paroît, comme celle du bleu, plus glutineuſe que celle du jaune, & par-là elle peut auſſi mieux ſatisfaire certains goûts, ou être plus propre à la panification.

3°. Les grains du maïs rouge me paroiſſent, généralement parlant, plus diſpoſés à groſſir ou à s'enfler que ceux du jaune & du bleu; en ſorte qu'on peut s'en promettre une récolte plus abondante, &

*) *C. v. Linné vollſtändiges Pflanzen-Syſtem, nach der XIV. lateiniſchen Ausgabe überſetzt, (von Panzer) 12. Theil, Nürnberg 1785.*

que ſi l'on veut employer du maïs à engraiſſer des animaux, on aura peut-être de l'avantage à y deſtiner le rouge.

V.

Le *maïs ſtrié* ou *étoilé*, jaune & rouge. Cette variété, quoique les auteurs en parlent peu, mérite d'être diſtinguée, parce qu'elle ſe propage facilement, qu'elle eſt certainement une des variétés principales du maïs par rapport à la couleur, & qu'elle préſente matière à réflexion ſur ſon origine. Primitivement je la rapporte encore au maïs jaune; mais l'eſſentiel de ſon apparence conſiſte en ce que ſur le fond jaune des grains il part d'un centre commun pluſieurs rayons plus ou moins rouges, qui ſouvent ſont aſſez larges ou aſſez nombreux pour que ſur la ſurface entière du grain le rouge ſoit la couleur dominante; & de cette combinaiſon des deux couleurs il réſulte un grand nombre de nuances diverſes, comme on le voit par ces quatre échantillons, dont les premiers ne laiſſent pas de doute que la couleur originaire de cette variété ne ſoit la jaune.

Mais d'où vient cette bigarrure étoilée des grains, & pourquoi n'en voit-on jamais une ſemblable en jaune & bleu, ou en bleu & rouge? Je ne haſarderai aucune conjecture ſur la ſeconde queſtion, mais en voici une ſur la première. On ſait que le maïs eſt une plante qui préſente des anomalies ſingulières; on en a vu des preuves ſurtout dans ce que j'ai rapporté & montré précédemment au ſujet des parties de la fructification, où l'on remarque ſouvent des panicules c'eſt-à-dire fleurs mâles qui portent des fruits, & des épis qui ſe terminent par des fleurs mâles, quelquefois garnies, d'autre fois dépourvues de grains *). De plus, j'ai fait obſerver dans le préſent mémoire, que ſi ſelon quelques auteurs, il n'eſt pas ſans exemple de voir des épis dont les grains ſont jaunes les uns, les autres rouges, il eſt du

*) On trouve auſſi des remarques intéreſſantes ſur ce ſujet dans l'ouvrage cité de M. *de Gleichen*.

moins certain que la nature a une répugnance décidée à combiner enſemble les grains de ces deux couleurs. Or ces deux anomalies, quoique difficiles à expliquer, étant néanmoins conſtatées, ne peut-on pas admettre encore celle-ci: que lorsque des grains rouges ont été plantés ou ſemés dans le voiſinage de grains jaunes, & que la pouſſière ſéminale des plantes s'eſt confondue, il arrive que les grains des épis qui ont été expoſés à ce mélange, au lieu de ſe colorer les uns entièrement en jaune, les autres en rouge, prennent plus ou moins le coloris ſtrié dont il queſtion? Ce fait, je l'avoue, ſeroit contraire aux lois ordinaires de la nature, mais elles ont leurs exceptions; & ſi ma conjecture n'eſt pas fondée, je ſerois bien aiſe d'en apprendre une meilleure des maîtres de l'art, auxquels je laiſſe encore le ſoin d'expliquer pourquoi le mélange des deux couleurs prend la figure étoilée, ce qui ſemble avoir quelque analogie avec la formation de la neige & des criſtaux.

Au reſte, je ne crois pas cette variété fort recommandable pour la culture; les grains ordinairement en ſont aſſez petits, & la farine n'en eſt pas belle; pour le goût, elle reſſemble à celle du maïs rouge.

VI.

Le *maïs noir.* Divers auteurs parlent de *maïs noir;* & en effet on trouve des épis auxquels on peut attribuer cette couleur & dont les grains étant reſemés, la propagent; en voici un exemple. Cet épi ſeroit même plus noir s'il étoit mieux parvenu à maturité. Cependant je ſoupçonne fort que ce noir ne fait pas une variété particulière & conſtante en couleur; c'eſt à mon avis un maïs rouge qui a pris avec ſa couleur originale une teinte bleue, par les mêmes accidens qui transforment le jaune en bleu, & qui par-là eſt devenu brun ou plus ou moins noir *). Cette conjecture me ſemble con-

*) Il eſt probable que le maïs brun d'une grande ſorte de grains dont il eſt fait mention dans l'*addition* qui précède, d'après M. *Thorey*, avoit une origine ſemblable.

firmée; 1°. par la ſeule inſpection de l'exemplaire que j'ai produit. 2°. Par la remarque, que tandis que les grains rouges & les jaunes s'allient ſi rarement enſemble ſur un même épi, on voit très-fréquemment un tel mélange de rouge & de noir dont voici deux exemples de diverſes nuances de ces deux couleurs. 3°. Enfin, par cet autre exemplaire aſſez curieux, qui eſt un épi de la variété ſtriée ou étoilée, mais où dans beaucoup de grains le jaune a pris la teinte bleue, laquelle ſe répandant en même temps ſur le rouge de ces grains, l'a changé en noir.

La farine du maïs noir tient beaucoup de cette couleur quand elle n'a pas paſſé par un tamis très-fin, mais au moyen d'un tel tamis on l'obtient aſſez blanche. En voici deux échantillons, l'un de la première, l'autre de la ſeconde mouture, qu'on peut comparer avec les farines du maïs jaune, ſoit de la grande ſoit de la petite eſpèce, toutes paſſées au même tamis fin. Quant au goût & à la qualité de la farine du maïs noir, il me ſemble qu'on en peut dire la même choſe que de celle des variétés bleue, rouge & ſtriée. En un mot, toutes ces farines ont beaucoup de reſſemblance avec celle de l'orge, tandis que celle du grand maïs jaune a moins de ſaveur, & que celle du petit maïs en a davantage; qu'elle a même un goût aſſez fort & particulier.

VII.

On peut lire dans *Tournefort* une énumération plus longue des variétés du maïs en couleur; mais tout ſe réduit néanmoins aux principales avec leurs nuances & leurs mélanges dont j'ai parlé; encore ſemble-t-il que la variété étoilée lui eſt reſtée inconnue. En revanche, nous apprenons de lui que la variété blanche s'allie aiſément ſur un même épi avec les autres couleurs. Quelques-unes des variétés qu'il énonce ſemblent déſigner ce que d'autres auteurs appellent *maïs marbré, jaspé* &c.; mais ce ſont des jeux de la nature, des accidens

qui n'affectent que des grains en plus ou moins grand nombre, & jamais peut-être des épis entiers, de ſorte qu'on ne peut en faire des variétés particulières. Tout ce qu'on en peut dire, c'eſt que les diverſes couleurs principales du maïs produiſent ſouvent par leurs combinaiſons fantasques, des objets curieux & propres pour un moment à récréer la vue.

VIII.

Tout ce que j'ai dit jusqu'ici des variétés du maïs en couleurs, doit s'entendre de l'espèce commune ou tardive. La petite eſpèce, ou la variété précoce, n'offre ni en Amérique, ſelon la remarque de *Kalm*, ni en Europe une telle diverſité de couleurs. Cette eſpèce ne laiſſe pas néanmoins d'avoir quelque dispoſition à la couleur bleue; je n'avois reçu & ſemé que des grains jaunes, & malgré cela, pluſieurs épis ſe ſont trouvés avoir quelques grains bleus ou verdâtres. J'ai reſemé de ces grains bleus, & nous verrons s'ils produiront des épis de cette couleur *).

Je ſoupçonne que cette petite eſpèce peut auſſi dans certains cas devenir rouge; car j'ai remarqué des grains de cette couleur parmi ceux dont étoient chargés quelques panicules mâles, phénomène dont j'ai déjà parlé & qui eſt plus commun encore, à ce qu'il m'a paru, dans la petite eſpèce que dans la grande. Voici auſſi, pour revenir aux couleurs, une ſingularité relative aux feuilles de la tunique ou enveloppe d'un épi de la petite eſpèce: elles ſont rouges d'un côté; ce

*) Les contrariétés de temps ont empêché le peu d'épis que j'en ai eus, de mûrir, mais on voyoit aſſez qu'ils contenoient presqu'autant de grains bleus que de grains jaunes.

qui eſt très-rare à ce point, quoiqu'il ne le ſoit pas de voir des feuilles & des panicules mêlés de rouge, accident qui ne dénote point, comme *Desrouſſeaux* a cru, que la plante ſoit de la variété rouge, car j'ai vu ſouvent des plantes du maïs ordinaire jaune avoir beaucoup de rouge dans leurs panicules.

RE-

REMARQUES
ſur l'art des accouchemens.

PAR M. WALTER PÈRE *).

§ 1.

Ars obſtetricia, Geburtshülfe, *Art de l'accouchement*, ſont des expreſſions ſynonymes dont le ſeul ſens littéral indique évidemment que l'objet déſigné eſt un art, & p. c. une branche de la chirurgie. Si d'une autre part nous conſidérons l'hiſtoire de cette partie de l'art de guérir, & que nous en voyons ſouvent les procédés confiés aux ſoins de femmes ignobles & ſtupides, nous ſommes tentés de la ravaler bien au-deſſous de l'art chirurgical, & jusqu'au niveau des métiers les plus bas. De nos jours même la pratique de l'accouchement ne ſe trouve-t-elle pas encore trop ſouvent abandonnée aux mains de matrones ſuperſtitieuſes & ignorantes? Il n'en eſt pas moins vrai que cette partie, quoiqu'elle ſoit eſſentiellement un art, eſt ſusceptible de s'élever jusqu'à la dignité de la ſcience.

§ 2. Cette aſſertion n'eſt que paradoxe, ſans être contradictoire. La partie de l'accouchement eſt ſcience, du moment où elle nous ex-

*) Lu à l'Académie, le 14 ſeptembre 1797, le 11 juillet 1799, le 24 février 1801, le 6 août 1801.

plique l'origine & la naiſſance de l'homme, & ramène à des principes phyſiques & mathématiques, qui en font une fonction naturelle très-ſimple. *Uno naſcimur & mille morimur modis.*

§ 3. Mais rien dans le monde n'étant exempt d'exceptions, il arrive ſouvent auſſi que la nature, dans des cas individuels, manque des forces néceſſaires pour ſuivre les lois qu'elle s'eſt prescrites comme norme, & c'eſt alors que les procédés auxiliaires indiqués par la théorie, ſe transforment en un art pratique.

§ 4. L'accouchement naturel n'exige donc point le concours de l'art. L'homme naît lorsque 280 jours après la conception il eſt conduit hors de l'uterus du vagin & des parties ſexuelles extérieures, c'eſt-à-dire qu'il traverſe alors le grand & le petit baſſin. Mais cet énoncé très-ſuccinct enferme un détail très-compliqué.

§ 5. Du moment où l'on ſentit que l'art des accouchemens eſt plus qu'un ſimple métier manuel, & dès que des hommes d'une raiſon éclairée s'en occupèrent, ils ſentirent que pour apprécier les lois de cette fonction de la nature & pour en appliquer la connoiſſance au ſoulagement de l'humanité ſouffrante, il falloit avant toutes choſes étudier tous les détails de la route que l'enfant doit franchir au moment de la naiſſance. On partage la cavité totale du baſſin en deux, le grand & le petit baſſin. Le grand baſſin eſt l'eſpace compris par les os des îles latéralement, les dernières vertèbres des lombes poſtérieurement, & par le corps des os pubis avec leur prolongement horizontal. La ſeule inſpection prouve que le grand baſſin forme une cavité, laquelle dans l'état naturel eſt remplie par le jejunum, le coecum & une partie du colon. On auroit donc tort à un certain égard, d'enviſager le grand baſſin comme une ſimple cavité. Il eſt vrai que dans l'art des accouchemens, ſoit qu'on l'enviſage dans ſa partie théorique ou dans ſa partie pratique, la connoiſſance préciſe du grand baſſin n'eſt pas d'une importance déciſive. Malgré ce que je viens de dire, rien n'empêche de conſidérer le grand baſſin comme une cavité, & M. Janus Bang dont je fais un cas infini, parce qu'il eſt de mon ſçu le ſeul qui

dans ſon *Tentamen medicum de mechanismo partus perfecti*, *Copenhagae* 1774, nous ait donné ſur la naiſſance une théorie mathématique & p. c. ſatisfaiſante ſous le point de vue ſcientifique, ne mérite aucun reproche pour avoir défini le grand baſſin comme une ſimple cavité, d'autant plus que ſon intention paroît avoir été de ſe frayer par là la route à une démonſtration plus élégante des propriétés du petit baſſin; & ſous ce rapport M. Bang a répandu plus de lumières ſur l'enſemble de ſon ſujet.

§ 6. Le petit baſſin eſt terminé antérieurement par les os pubis, poſtérieurement par le ſacrum & le coccyx & latéralement par l'os iſchium. Le petit baſſin étant l'objet le plus intéreſſant dans ſes rapports avec l'accouchement, il n'eſt pas étonnant que tant de médecins & de chirurgiens plus ou moins habiles ſe ſoient occupés de la deſcription du petit baſſin, quoiqu'avec un ſuccès très-différent. L'enfant devant à ſa naiſſance traverſer le baſſin, il doit exiſter une certaine proportion déterminée entre la tête & tout le corps de l'enfant d'une part, & de l'autre, entre cette cavité qu'il doit franchir. Il eſt donc très-important de connoître les dimenſions comparatives de la tête & du petit baſſin. Mais comme cette dernière cavité eſt d'une conformation irrégulière, on eſt dans l'obligation de la partager en trois régions: l'orifice ſupérieur ou entrée, l'orifice inférieur ou ſortie, & la cavité moyenne entre ces deux.

§ 7. Les deux orifices du baſſin forment des plans inclinés, qui s'élèvent dans la partie poſtérieure, & s'abaiſſent dans la région antérieure. L'orifice ſupérieur s'étend de bas en haut entre la dernière vertèbre lombaire & l'apophyſe de la fauſſe vertèbre du ſacrum; de là il s'avance, comme je l'ai dit, de haut en bas, & ſe termine au pubis. Cette région forme le plan incliné ſupérieur. L'orifice inférieur ou ſortie du petit baſſin s'étend derrière en avant & de haut en bas de la pointe de la dernière fauſſe vertèbre du ſacrum jusqu'au milieu de l'arcade que forment les deux os du pubis. Cette région forme le plan incliné inférieur. Outre ces deux plans inclinés, il

exiſte encore un troiſième plan horizontal, ainſi que l'a très-bien obſervé M. Janus Bang. Ce dernier plan s'étend depuis la commiſſure de la dernière & de l'avant-dernière fauſſe vertèbre de l'os ſacrum, jusqu'au point où les branches horizontales du pubis viennent ſe réunir.

C'eſt entre ces deux orifices qu'eſt contenue la cavité propre du petit baſſin, dont à la rigueur la figure eſt entièrement irrégulière, mais où l'on peut néanmoins diſtinguer deux régions, l'une poſtérieure plus élargie & tellement évidée qu'elle forme une cavité ſemi-circulaire, & l'autre antérieure beaucoup plus rétrécie & moins évidée. Il eſt peut-être plus convenable encore de concevoir la cavité du petit baſſin comme formée par quatre parois, l'une poſtérieure, l'autre antérieure, & deux latérales.

§ 8. Dans l'accouchement on doit ſe rendre également attentif à la configuration des cavités que l'enfant doit parcourir, & à la direction qu'il doit prendre ſucceſſivement durant ſon mouvement progreſſif. Des meſures exactes priſes ſur le baſſin rempliſſent la première condition, & une détermination exacte des rapports de ſituation de ſes diverſes cavités ſert au ſecond objet.

Quand on paſſe en revue les nombreux écrits qui dans ces derniers temps ſurtout ont paru ſur l'art des accouchemens, on eſt véritablement étonné de la diverſité des opinions énoncées relativement aux deux points dont je viens de faire mention. Une eſpèce de mode introduite parmi les écrivains modernes fait penſer à la plupart qu'il eſt du bon ton de diſſerter avec une grande apparence d'érudition ſur les dimenſions du baſſin & ſur la direction de ſon axe, tandis que quelques autres affectant un ſavoir encore plus conſommé, nient la poſſibilité de rien ſtatuer ſur la direction de l'axe du baſſin.

§. 9. De tous ceux qui ont entrepris des meſures pour déterminer l'axe du baſſin, M. Janus Bang mérite ſelon moi la préférence, ſans que je prétende par là déroger aux titres reconnus des célébres écrivains Smellie, Johnſon, Wend, Burton, Roeder, Saxtorph, Plenk,

Thebeſius, Stein, Steidele, Camper, Deleure & Beaudelocques. M. Bang l'emporte ſur ſes devanciers non ſeulement par la préciſion des meſures qu'il a priſes, mais encore parce qu'il a déterminé des points fixes auxquels ces meſures ſe rapportent. C'eſt pour obtenir cette fixité que M. Bang a évité de référer ſes meſures au coccyx, parce que ſuivant la diverſité des individus, cet os eſt ſouvent compoſé de plus ou moins de parties, & que le mode de ſon articulation avec le ſacrum eſt tantôt plus tantôt moins mobile, de façon qu'il eſt facile d'être induit en erreur en prenant cet os pour baſe des dimenſions du baſſin. M. Bang s'eſt donc décidé à un ſyſtème de dimenſions abſolument neuf, & ſelon moi très-ingénieux, d'où il eſt réſulté une nouvelle détermination de l'axe du baſſin.

§ 10. Le plan incliné ſupérieur préſente quatre dimenſions qu'il importe de déterminer; un petit & un grand diamètre, & outre cela deux autres formant des diagonales. Le petit diamètre eſt la ligne droite tirée depuis le milieu du promontoire du ſacrum, jusqu'au point de rencontre des branches horizontales de l'arcade du pubis équivalente à une longueur de $4\frac{1}{2}$ pouces rheinlandiques, meſure adoptée par M. Bang, & que j'adopterai auſſi pour mieux le ſuivre dans le cours de ce mémoire. Le grand diamètre s'étend depuis le milieu de la ligne demi-circulaire de l'un des os des îles, jusqu'au milieu de la ligne correſpondante du côté oppoſé, faiſant une longueur de $5\frac{1}{4}$ pouces. Les dimenſions obliques ſe prennent depuis le milieu du plan d'articulation de la première fauſſe vertèbre avec l'os des îles, jusqu'au milieu du foramen ovale. Ces lignes ſont de $5\frac{1}{2}$ pouces. Ces deux lignes diagonales ſe coupent non ſeulement à angles aigus entr'elles, mais elles donnent encore ſous des angles aigus des points d'interſection avec le grand & le petit diamètre: quant à ces deux derniers ils ſe coupent à angle droit. Si l'on réunit toutes ces conſidérations, on en voit naître huit angles appartenans au plan incliné ſupérieur & réſultans de la décuſſation mutuelle des deux diagonales obliques & des deux diamètres.

§ 11. Le plan incliné inférieur nous offre auſſi deux diamètres, l'un grand & l'autre petit. Le grand s'étend depuis le milieu de l'arcade du pubis jusqu'à la pointe de la dernière fauſſe vertèbre du ſacrum, & donne une longueur de $3\frac{1}{4}$ pouces. C'eſt ce diamètre que les autres auteurs ont nommé le petit, & ſelon moi à tort: ils le meſurent depuis le milieu de l'arcade du pubis jusqu'à la pointe du coccyx, & ils lui attribuent une longueur de 4 pouces. Mais comme le coccyx varie extrêmement dans ſa poſition locale, ainſi que je l'ai dit § 9; comme les pièces qui le compoſent diffèrent quelquefois en nombre, & que le mode de ſon articulation n'eſt pas non plus entièrement conſtant, M. Janus Bang a eu parfaitement raiſon de choiſir pour points fixes de la meſure du grand diamètre du plan incliné inférieur, le ſommet de la courbure de l'arcade du pubis & la pointe de l'os ſacrum, ce qui donne une dimenſion beaucoup plus conſtante & plus appropriée aux démonſtrations mathématiques auxquelles elle doit ſervir de baſe. Quant au petit diamètre, il s'étend depuis le milieu de la tubéroſité de l'os iſchium, jusqu'au même point correſpondant du côté oppoſé, & donne une longueur de $4\frac{1}{2}$ pouces. Quelques écrivains affectant une grande préciſion mathématique, admettent encore deux autres diamètres obliques ou deux diagonales tirées depuis le milieu de la tubéroſité de l'os iſchium jusqu'à la pointe du coccyx, dont la longueur ſeroit de $4\frac{1}{2}$ pouces. Ces deux diamètres font avec le petit diamètre qui a également $4\frac{1}{2}$ pouces de longueur, un triangle équilatéral de $4\frac{1}{2}$ pouces pour chaque côté. Ces accoucheurs mathématiciens ajoutent que ces trois diamètres font enſemble une circonférence de $13\frac{1}{2}$ pouces. Mais en laiſſant à part cette vaine gloire, il ſuffit d'obſerver que la meſure de ces deux diamètres obliques n'eſt abſolument d'aucun uſage ſoit dans la théorie ſoit dans la pratique, & que p. c. cette ſubtilité mathématique ne mérite pas notre attention.

§ 12. Quoique la cavité du petit baſſin ſoit ovale, & ait à ſa partie poſtérieure une plus grande capacité qu'à ſa partie antérieure, on peut néanmoins la concevoir comme terminée par quatre parois,

l'une poſtérieure de 3 pouces de hauteur, l'autre antérieure de 2 pouces & deux latérales, ayant 4 pouces d'élévation.

§ 13. Selon M. Janus Bang, il faut en déterminant les dimenſions du petit baſſin, faire encore les obſervations ſuivantes. Le plan incliné ſupérieur forme avec le plan horizontal un angle d'environ 55°, & le plan incliné inférieur fait avec ce même plan horizontal un angle de 18°. Outre cela, ſi d'après les dimenſions indiquées par M. Bang pour le petit baſſin, on en conſtruit une délinéation, on verra que ſes parois antérieure & poſtérieure font avec le plan incliné ſupérieur & inférieur un trapèze, dont le côté poſtérieur a 5 pouces de haut, & celui antérieur deux, tandis que des deux faces latérales l'une à $4\frac{1}{2}$ pouces & l'autre $5\frac{1}{4}$ pouces. Si de plus, on prolonge le côté ſupérieur & le côté inférieur de ce trapèze, ils ſe coupent, & au lieu du trapèze nous obtenons un triangle dont la baſe eſt le côté poſtérieur du petit baſſin, & les deux autres côtés ſont la prolongation des deux plans inclinés ſupérieur & inférieur. Il réſulte de là évidemment que l'orifice ſupérieur & inférieur du petit baſſin, dont ſe forment les deux plans inclinés, ne ſont point ſitués dans le même plan parallèle.

§ 14. D'après ces prémiſſes nous pouvons paſſer à des conſidérations ſur l'axe du baſſin. On peut partager tous les écrivains qui ſe ſont occupés de cet objet, en deux claſſes. Les uns ont admis l'exiſtence de cet axe, & les autres l'ont entièrement niée. Roeder & Levret ſont les premiers dont les écrits faſſent mention de l'axe du baſſin. Après eux vinrent Bang, Camper, Stein, Plenk, Jacobs, Saxtorph, Beaudelocques, Sommer, & tant d'autres que je me fatiguerois à en faire l'énumération: il ſuffira d'ajouter que tous répètent d'une manière plus ou moins intelligible, l'expreſſion *axe du baſſin* qui leur a été transmiſe par leurs devanciers.

M. Creve eſt le ſeul qui dans ſon Traité du baſſin de la femme ne ſe contente pas ſeulement de nier l'exiſtence d'un axe que l'on pourroit y diſtinguer, mais cherche encore à ridiculiſer ſon admiſſion. Il dit avoir connu à Mayence pluſieurs ſages-femmes qui dans l'hospice

d'accouchement pratiquoient avec la plus grande dextérité & avec beaucoup d'intelligence l'attouchement des femmes enceintes & de celles en travail d'enfant, ſans avoir aucune connoiſſance d'un prétendu axe du baſſin, quoique du reſte elles euſſent une idée très-nette de la figure & de la direction du petit baſſin, de ſa cavité & de ſon ouverture. Quelques-unes d'entr'elles pratiquoient même lorsque l'occaſion s'en préſentoit à la campagne, la verſion de l'enfant avec beaucoup d'habileté & un tel ſuccès que ni la mère ni l'enfant n'en ſouffroient le moins du monde. Mais comme la théorie auſſi bien que l'expérience leur avoit appris qu'il convient dans tous les cas d'abandonner à la nature le ſoin de ſe délivrer du placenta, je n'ai jamais eu occaſion d'obſerver, ajoute-t-il, comment ces ſages-femmes ſe ſeroient tirées d'une extraction de l'arrière-faix ſans avoir de connoiſſance poſitive touchant l'axe du baſſin. Avouons que cet argument eſt ridicule, & que M. Creve mérite notre commiſération s'il ſe trouve réduit à invoquer pour ſa défenſe le témoignage des bonnes femmes de la campagne. Faudra-t-il proſcrire toute étude de médecine parce que des vieilles femmes, des vachers, des bergers, des bourreaux & autres charlatans de ce genre entreprennent des cures médicinales & chirurgicales ſans poſſéder aucune connoiſſance du corps humain? Quant aux argumens directs par lesquels M. Creve entreprend de réfuter l'exiſtence d'un axe du baſſin, ils ſont de la plus grande futilité. Il voudroit nous perſuader que les dimenſions & la figure du baſſin ſont diverſifiées & variables à l'infini, dans les divers individus. Or c'eſt ce que je nie formellement. Il ſuffit de comparer un nombre ſuffiſant de ſujets, trente par exemple, pour ſe convaincre de la conſtance à laquelle la nature s'aſtreint dans l'organiſation de cette partie. Si l'on prend une centaine de ſujets pour établir entr'eux la comparaiſon, on verra avec la dernière évidence, que la nature a aſſigné au baſſin de la femme une forme & des dimenſions conſtantes. Quant aux prétendus argumens géométriques que M. Creve eſſaie de mette en avant contre l'exiſtence d'un axe déterminé dans le baſſin, on peut hardiment les

taxer

taxer de ſophismes. Après avoir entaſſé avec diffuſion des raiſonnemens contre l'exiſtence de l'axe, pour en bannir l'idée de la théorie de l'accouchement, où il la regarde comme entièrement ſuperflue, il finit par ſubſtituer à l'expreſſion d'axe, celle de ligne de direction du baſſin, comme ſi l'une & l'autre de ces idées n'étoient pas parfaitement identiques. Voici les propres termes de M. Creve dans ſa *diſſertation ſur la ſtructure du baſſin dans la femme*, page 92, § 111. „Il convient donc de bannir de la théorie de l'accouchement le terme d'axe du baſſin, afin de ne pas y répandre inutilement de l'obſcurité. Si l'on déſire de ramener la figure & les dimenſions du baſſin à une ligne déterminée, ce qui peut avoir ſes avantages pour rendre le ſujet plus ſenſible, je doute que l'idée d'un axe du baſſin ſoit heureuſement trouvée; j'inclinerois davantage pour celle de ligne de direction de la cavité du baſſin, qui n'offre rien de contradictoire, & qui eſt très-importante dans la théorie de l'accouchement. C'eſt en effet ſelon cette ligne de direction que l'opérateur doit conduire ſes inſtrumens & ſa main elle-même."

§ 15. Roeder eſt décidément le premier qui a fait mention de l'axe du baſſin, dans une diſſertation imprimée en 1751 ſous le titre de *Programma de axi pelvis*. La verſatilité avec laquelle ce petit ſucceſſeur du grand Haller ſavoit revêtir toutes ſortes d'apparences, eſt connue. Il affecta d'abord le titre de dictateur dans l'art des accouchemens, puis il ambitionna de primer dans l'anatomie. En énonçant ſon opinion ſur l'axe du baſſin, il prit la mine d'un géomètre, orna ſon programme de figures trigonométriques, & inſiſta fortement ſur l'importance de la détermination d'un axe du baſſin. Il établiſſoit cet axe ſur le plan incliné ſupérieur, le prolongeoit enſuite ſur le plan horizontal, de là ſur le plan incliné inférieur, & enfin il lui faiſoit couper la ligne horizontale. Par là, non ſeulement Roeder déterminoit l'angle d'inclinaiſon que fait le plan incliné du petit baſſin avec le plan horizontal, mais il déterminoit encore l'angle que fait l'axe du baſſin avec la perpendiculaire du corps. Or comme, ſelon lui, l'axe de l'ute-

rus, & celui du corps de l'enfant dans l'accouchement, coïncident parfaitement avec l'axe du baſſin, il ne ſe contentoit pas de fixer ainſi l'angle que fait cet axe avec la perpendiculaire du corps, mais il en déduiſoit la démonſtration, que l'enfant dans les épreintes de l'accouchement agit néceſſairement ſur le centre des forces. (*Centrum vis*).

§ 16. Quoique Roeder ait fait pluſieurs fautes en déterminant la figure & les dimenſions de ſon triangle, quoiqu'il ait totalement manqué l'obſervation que le petit baſſin eſt compoſé, ainſi que nous l'avons vu plus haut, de trois plans, le plan incliné ſupérieur, le plan horizontal & le plan incliné inférieur ayant chacun une inclinaiſon reſpectivement différente, & quoique par ce défaut ſon axe ſe trouve établi ſur des baſes défectueuſes; ſon opinion trouva néanmoins un grand nombre de partiſans, qui ſans rien comprendre à la théorie de Roeder, en trouvèrent le réſultat ſi impoſant, qu'ils s'imaginèrent que ſans la connoiſſance préciſe de l'axe déterminée par cet auteur, il étoit impoſſible de rien expliquer dans la théorie, & de rien tenter avec ſuccès dans la pratique.

§ 17. On a peine à concevoir comment cet aſſentiment a pu devenir ſi univerſel, puiſque M. Janus Bang dans ſon *Opusculum aureum, tentamen medicum de mechanismo partus perfecti* qui parut à Copenhague dès l'année 1774, a dévoilé les erreurs commiſes par Roeder dans la détermination de ſon axe, & démontré qu'il eſt néceſſaire d'admettre trois axes dans le petit baſſin, ſi l'on veut arriver avec préciſion à une théorie mathématique de l'accouchement. Il eſt bien ſurprenant que l'on ait ſitôt perdu le ſouvenir des généreux efforts que Janus Bang fit pour approcher de la vérité. Le fait eſt que ſon nom n'eſt plus cité par aucun écrivain. M. Creve, qui a fait de la théorie de l'axe du baſſin l'objet de ſes facéties, s'égaie en citant trois déterminations de cet axe différentes l'une de l'autre, mais il ſe garde bien de nommer Bang, quoiqu'il prétende donner le catalogue complet de ceux qui ont traité cette matière. Mais il faut convenir que peu d'hommes veulent ſe donner la peine de méditer l'ouvrage qu'ils

liſent. L'écrit de Bang eſt rempli des plus heureuſes idées; mais elles exigent un lecteur exercé à la réflexion. Ceci nous explique pourquoi on aime mieux le laiſſer à l'écart, & paſſer ſous ſilence ſon nom, comme s'il n'eût jamais vécu. Il eſt beaucoup d'hommes qui aiment mieux écrire que penſer.

§ 18. Selon Bang, le premier axe eſt la ligne érigée perpendiculairement ſur le milieu de l'ouverture ſupérieure du petit baſſin, c'eſt-à-dire ſur le plan incliné ſupérieur. Cette ligne prolongée en avant & dans ſa partie ſupérieure, paſſe par le nombril de la femme enceinte. Si dans ſa partie inférieure on la prolonge en arrière, elle coupe le plan horizontal du petit baſſin, & par conſéquent auſſi la ligne de niveau horizontal ſous un angle de trois degrés. Le ſecond axe du petit baſſin eſt la ligne droite tirée perpendiculairement ſur l'ouverture inférieure du baſſin, c'eſt-à-dire ſur le plan incliné inférieur; prolongée vers le haut, elle rencontre la partie ſupérieure du diaphragme, & vers le bas elle coupe la ligne de niveau horizontale ſous un angle de 72 degrés.

§ 19. Nous avons vu dans le paragraphe 13 que l'élévation poſtérieure du petit baſſin forme un triangle avec les prolongemens des lignes des deux plans inclinés. Or ſi prenant pour rayon la ligne qui va du ſommet de ce triangle jusqu'au point où l'axe ſupérieur & inférieur rencontrent les plans inclinés, on trace un arc de cercle dans la cavité du petit baſſin, cet arc ſera le troiſième axe, ou l'axe de la cavité du petit baſſin, & repréſentera en même temps la courbure qui exiſte entre l'axe ſupérieur & l'axe inférieur.

§ 20. Ces déterminations nous dévoilent le mécanisme de l'accouchement. D'abord la nature conduit l'enfant à travers l'ouverture ſupérieure, de là il traverſe la cavité du petit baſſin, & finalement il franchit l'ouverture inférieure. Comme M. Bang a donné ſur cet objet tous les développemens mathématiques & toute l'évidence que l'on peut déſirer, je ne juge point à propos de m'y arrêter ultérieurement. J'ajouterai ſeulement que ceux qui ſe ſont faits ſervilement les

échos de Roeder, ont tellement exagéré l'importance de la détermination de l'axe du baſſin, qu'il eſt difficile de ſouscrire entièrement à leur jugement: je crois bien plutôt que cette détermination n'a pas a beaucoup près ſur la pratique l'influence déciſive qu'ils lui attribuent.

§ 21. La prétendue poſition oblique de l'uterus eſt une grande pierre d'achoppement pour les théoriciens dans l'art des accouchemens; elle les a entraînés aux plus grandes abſurdités, & même à des atrocités. La plupart des traités, ſurtout ceux écrits dans le goût le plus moderne, proclament ſi hautement ces abſurdités, qu'on court risque d'être accuſé de la plus craſſe ignorance par leurs auteurs, ſi l'on ne ſouſcrit pas aveuglément à leur déraiſon: il vaut donc bien la peine de ſe livrer ici à un examen très-réfléchi.

§ 22. Il convient de conſidérer d'abord l'uterus dans ſon état naturel, c'eſt-à-dire lorsqu'il ne contient point de foetus, afin de l'enviſager enſuite dans l'état de groſſeſſe.

L'uterus eſt fixé ou plutôt retenu dans ſa poſition naturelle par deux ligamens nommés les ligamens larges, & qui ne ſont que des duplicatures du péritoine, & ne ſont pas par conſéquent capables d'un grand effet. Comme ces ligamens ſont dans la ſituation naturelle de l'uterus également tendus de part & d'autre, ils retiennent la matrice préciſément au milieu du petit baſſin. Quoique j'aye obſervé pluſieurs milliers de cadavres de femmes, de tout âge & de toute condition, je n'ai pas une ſeule fois trouvé l'uterus dans une ſituation oblique, & il n'exiſte en effet aucune cauſe qui puiſſe opérer ce déplacement. Cette partie n'a donc pas eu beſoin d'autres attaches pour être maintenue dans ſa ſituation, & c'eſt bien à tort que l'on attribue cette fonction ſuccurſale aux ligamens ronds, puisque ceux-ci ne ſont autre choſe qu'un faiſceau d'artères, de veines, de vaiſſeaux lymphatiques & de nerfs.

§ 23. Mais auſſitôt que l'uterus a conçu, il éprouve un changement conſidérable. Le corps hétérogène qu'il contient, c'eſt-à-dire le foetus, augmente à chaque inſtant de volume & de poids par là

l'uterus ſe trouve converti après quarante ſemaines de geſtation, en un grand ſac, dont les parois n'exercent abſolument aucune réaction juſqu'au terme de l'accouchement, & qui obéit ainſi d'une manière purement paſſive aux impulſions que lui donne la peſanteur de l'enfant. Cet effet eſt d'autant plus concevable, que les ligamens larges, loin d'augmenter en force durant la geſtation, perdent plutôt une partie de celle qui leur étoit propre.

§ 24. Pour ſe convaincre ultérieurement de la fauſſeté de l'opinion qui attribue à l'uterus une ſituation oblique, il faut conſidérer que dans l'état naturel, le grand axe de la matrice coïncide parfaitement avec l'axe de l'enfant. Celui-ci diſtend donc par ſon poids toutes les parties de la matrice également dans tous les ſens, ſans qu'il exiſte une raiſon qui puiſſe tirer cet organe de ſon aſſiette naturelle; il y demeurera donc avec perſévérance, & ſa poſition eſt droite & non point oblique.

§ 25. Mais ſi la poſition de l'enfant vient à changer, tous les rapports changent avec elle. Alors l'axe de l'enfant ceſſe de coïncider avec celui de la matrice. Le foetus s'incline par ſa peſanteur d'un côté ou de l'autre, ou même il ſe penche en avant, entraînant avec lui l'uterus. Ce viſcère obéit d'autant plus aiſément à cette impulſion, que ſes attaches ſont en elles-mêmes fort lâches, & c'eſt ainſi que ſe produit ce qu'on appelle la poſition oblique de l'uterus. Il réſulte de ce qui a été dit, que cette obliquité naît excluſivement de la ſituation oblique de l'enfant; ſi l'on peut parvenir à redreſſer celle-ci, la matrice reprend auſſitôt ſon à plomb. On voit donc que les ſecours de l'art doivent être excluſivement dirigés vers le redreſſement de l'enfant. L'abſurdité de la pratique que l'on a propoſée de placer dans ces cas la femme ſur le côté, ou même ſur ſes quatre membres durant l'accouchement, ſaute aux yeux par là-même.

§ 26. C'eſt une queſtion bien importante que celle de la poſſibilité de la ſuperfétation. Les avis ont été très-partagés; les uns admettent cette poſſibilité, d'autres la rejettent abſolument. Commen-

çons par bien établir ce qu'on doit entendre par ſuperfétation. Elle auroit lieu toutes les fois qu'une femme déjà enceinte & portant un foetus dans ſon abdomen, viendroit à concevoir une ſeconde fois, à quelque diſtance que cette ſeconde conception ſe trouvât de la première. Ce n'eſt pas ſans raiſon que j'ai dit que la femme enceinte dont il s'agit, porte ſon fruit dans l'abdomen; cette expreſſion eſt la plus générale poſſible, elle ne détermine point dans quel viscère de l'abdomen le foetus eſt contenu, ſoit dans l'ovaire, ſoit dans les trompes de Fallope, ſoit dans la cavité de l'abdomen, ſoit enfin dans l'uterus. Ces quatre cas ſont également poſſibles, & c'eſt d'après cette multiplicité de chances que l'on partage les groſſeſſes en heureuſes & en malheureuſes. La première claſſe comprend excluſivement celles où le foetus ſe développe dans la matrice. Mais dès que l'enfant ſe trouve ou dans l'ovaire, ou dans les trompes, ou dans la cavité de l'abdomen, la groſſeſſe eſt réputée malheureuſe, parce que d'ordinaire elle entraîne la mort de la mère & de l'enfant.

§ 27. Je crois à propos de placer ici la discuſſion importante de la queſtion, ſi la geſtation dans l'ovaire, dans les trompes ou dans l'abdomen, doit être conſidérée comme mortelle abſolument & par elle-même, (*per ſe et abſolute lethalis*): ou en d'autres termes, eſt-il poſſible à l'art de ſauver en pareil cas la femme & ſon enfant? Il eſt évident que tout dépend ici de l'habileté de l'accoucheur. De tous les cas que préſente la pratique, c'eſt ici ſans contredit le plus épineux, & il n'exiſte abſolument d'autre remède à apporter au mal que l'opération céſarienne. Il eſt clair auſſi qu'il n'y a rien à attendre en pareil cas d'une ſage-femme; la plus habile & la mieux inſtruite participe toujours trop à la foibleſſe de ſon ſexe. C'eſt donc un accoucheur qu'il faut appeler, & même le plus verſé dans cet art, celui qui poſſède le plus éminemment la connoiſſance de l'organiſation de la femme. Si cet homme a une forte tête, s'il eſt capable d'une réſolution prompte & décidée, on peut ſe promettre beaucoup de lui, ſans que lui-même néanmoins puiſſe garantir le ſuccès.

§ 28. C'eſt déjà durant la groſſeſſe malheureuſe qu'un accoucheur habile peut pronoſtiquer la nature du danger qui entourera l'accouchement. Tous les autres ſignes ſoit naturels ſoit phyſiques de la groſſeſſe pourront exiſter chez une perſonne deſtinée à éprouver cette fatalité; mais ni l'accroiſſement de l'abdomen ni les changemens de l'orifice de la matrice n'offriront la régularité progreſſive qui doit les caractériſer ſelon les ſemaines & les mois de la geſtation. Dans une groſſeſſe malheureuſe les ſignes pris de l'accroiſſement de l'abdomen ſe préſenteront dans un ordre interverti & troublé, & ceux que doit préſenter l'os uteri pourront bien ne pas exiſter du tout.

§ 29. Il ſuffit de mettre en parallèle les phénomènes d'une groſſeſſe heureuſe & d'une groſſeſſe malheureuſe, pour donner la plus grande évidence à ce qui vient d'être dit; c'eſt par cette raiſon qu'il convient de placer ici une esquiſſe rapide des changemens progreſſifs que préſente l'uterus & la face extérieure de l'abdomen depuis le premier mois de la groſſeſſe jusqu'à ſon dernier terme.

§ 30. Pendant le premier & le ſecond mois de la groſſeſſe, l'uterus s'abaiſſe; ſon orifice s'élève davantage dans le vagin. L'affluence d'une plus grande quantité de ſang vers l'uterus y produit une plus copieuſe transpiration dans le tiſſu cellulaire de la matrice, & donne à cette partie une conſiſtance plus molle; les vaiſſeaux gorgés de plus de ſang que dans l'état naturel, tendent davantage à ſe développer, & à ſortir de leur poſition tortueuſe; par là tout le viſcère doit néceſſairement acquérir plus de volume, paroître moins compact & plus mou. Dans le troiſième mois l'uterus commence à remonter, entraînant avec lui le col & l'orifice de la matrice. L'ileum ſitué dans le petit baſſin & au-deſſus de l'uterus, eſt pareillement ſoulevé de bas en haut; de là l'élévation arrondie & molle au toucher que l'on ſent dans la région hypogaſtrique. Dans le quatrième & cinquième mois l'uterus continue à monter, & avec lui l'orifice de la matrice. Mais le poids toujours croiſſant du foetus commence dès lors à altérer la figure du cou de la matrice, qui s'abrège inſenſiblement, ſans que néanmoins l'em-

bouchure propre de la matrice éprouve encore de changement apperceptible. Ce mouvement aſcenſionnel de l'uterus qui entraîne celui des inteſtins grêles, produit une diſtention toujours croiſſante de la région hypogaſtrique, laquelle s'étend jusqu'à la région ombilicale. Ces parties préſentent alors une tuméfaction arrondie & molle au toucher. Dans le ſixième & ſeptième mois, les changemens de l'uterus & de l'abdomen ſe prononcent encore avec plus de force. L'uterus continue de remonter; le cou de la matrice a perdu ſa forme conique alongée, il s'eſt conſidérablement abrégé. L'os uteri qui préſentoit auparavant une pente transverſale, revêt maintenant une forme arrondie. L'uterus refoule les inteſtins grêles vers la région de l'ombilic: il en réſulte que la convexité molle que préſentoit déjà l'abdomen, doit s'élever de plus en plus vers la région hypogaſtrique & ombilicale, & le nombril qui auparavant étoit déprimé, doit devenir proéminent. Enfin, durant le huitième & neuvième mois, tous les changemens deviennent de plus en plus prononcés. Depuis le huitième mois jusqu'à l'époque qui précède de huit ou dix jours le terme de l'accouchement, la maſſe du foetus toujours croiſſante, & l'affluence toujours plus abondante du ſang vers l'uterus distendent ce viscère toujours de plus en plus en longueur, largeur & profondeur; tout le canal inteſtinal en eſt refoulé davantage vers le haut, & remplit de plus en plus la région épigaſtrique. La protubérance molle & arrondie de l'abdomen doit donc s'étendre maintenant ſur toute la ſurface du bas-ventre. Le cou de la matrice qui dès le ſeptième mois étoit ſi ſenſiblement accourci, commence maintenant à s'effacer entièrement, & revêt une apparence presque ſphérique, au centre de laquelle on trouve l'ouverture de la matrice, qui de longitudinale qu'elle étoit auparavant, s'eſt changée en un orifice parfaitement circulaire. Ce changement remarquable a été produit par la preſſion de la tête arrondie & lourde de l'enfant qui agiſſant comme un coin, force la partie inférieure de l'uterus, c'eſt-à-dire le col de la matrice, à revêtir une forme ſphérique.

Quand

Quand enfin l'enfant a atteint ſa maturité, c'eſt-à-dire huit ou dix jours avant le terme de la délivrance, l'uterus tombe au plus bas & l'enfant ſe rapproche par là du paſſage qu'il doit franchir. Il réſulte de ce mouvement de deſcente ultérieure, que la région ſupérieure de l'abdomen perd de ſa convexité & de ſa tenſion. Quand enfin l'orifice de la matrice s'eſt amplifié, quand les bords en ſont amincis & ſont devenus moins capables de réſiſtance, alors l'accoucheur attend de la nature le ſignal de la délivrance, & ce ſont les douleurs de l'enfantement qui le donnent. Telle eſt l'hiſtoire d'une groſſeſſe heureuſe, c'eſt-à-dire de celle où l'enfant ſe trouve dépoſé dans l'intérieur de la matrice.

§ 31. Les phénomènes d'une groſſeſſe malheureuſe ſont bien différens. Parlons d'abord de la conception abdominale. Dans celle-ci l'enfant eſt contenu immédiatement dans la cavité de l'abdomen, quel que ſoit d'ailleurs le viſcère auquel il s'eſt greffé, ſoit la veſſie, ſoit une portion quelconque du tube inteſtinal, ou bien quelqu'une des parties internes de la génération, telles que ſont la face extérieure de l'uterus des trompes ou des ovaires. Dans tous ces cas, le foetus ne peut prendre ſes accroiſſemens qu'à l'aide du ſang qu'il reçoit des vaiſſeaux du péritoine, qui comme on ſait, fournit un revêtement extérieur à tous les viſcères que j'ai nommés. Mais ces vaiſſeaux ſont beaucoup trop petits pour fournir toute l'abondance du ſang qu'exige le foetus pour ſon développement. En ſuppoſant donc que dans la conception abdominale l'enfant ſe ſoit greffé à la ſurface extérieure ſoit de la trompe, ſoit de l'ovaire, ſoit même de l'uterus, ce n'eſt jamais que cette ſurface extérieure qui eſt concernée; la face interne de ces parties, qui en eſt entièrement indépendante, & dont les vaiſſeaux ſanguins n'ont aucune communication avec ceux de la ſurface extérieure, ne pourront donc point être modifiés dans ce genre de conception, c'eſt-à-dire que ces viſcères n'augmenteront point en longueur & en volume, & cela eſt ſurtout vrai de l'uterus, qui n'éprouveroit abſolument aucun changement de ce genre. Or nous avons vu plus haut,

que c'eſt préciſément ce viscère qui dans la geſtation naturelle ſubit les plus importantes modifications correſpondantes à chaque mois de la groſſeſſe, & ſert ainſi à en dénoter la marche avec la plus grande évidence. Auſſi voyons-nous que dans la conception abdominale c'eſt tout au plus le bas-ventre qui eſt diſtendu, & cela encore ſans aucune régularité périodique, c'eſt-à-dire que l'on n'obſerve aucune des gradations qui doivent dans l'ordre naturel des choſes, correſpondre aux différentes dates de la conception priſes de mois en mois. L'accoucheur le plus habile ne ſait à quoi s'en tenir: tous les ſignes phyſiques & rationaux de la groſſeſſe & de ſes périodes ſe trouvent en défaut, & le livrent à la perplexité. Les ſymptomes ſemblent indiquer une conception abdominale, mais ils peuvent également être produits par quelqu'autre dérangement de la ſanté, ainſi p. e. un ſtéatome de la matrice ou des ovaires acquiert ſouvent un volume démeſuré, & diſtend l'abdomen auſſi puiſſamment qu'il peut l'être dans la conception abdominale. Je poſſède moi-même un pareil ſtéatome de l'uterus, dont le volume égale celui d'une matrice dans le neuvième mois de la groſſeſſe. Il y a vingt ans environ que je fus appelé à diſſéquer une femme que l'on croyoit enceinte. En ouvrant l'uterus j'y trouvai un ſtéatome qui avoit produit la tuméfaction de l'abdomen, & dont le volume immenſe l'emportoit encore de moitié ſur celui dont je viens de faire mention, & ce qui m'empêcha de le placer dans mon cabinet, fut l'impoſſibilité de trouver un bocal aſſez grand pour l'y mettre dans l'eſprit de vin.

§ 32. Il me paroît convenable de placer ici quelques obſervations ſur les ſtéatomes de la matrice. Le nom qu'on lui a donné, ſynonyme de tumeur lardacée, vient de ce qu'en effet ces concrétions préſentent l'apparence du lard compact lorſqu'on y porte le ſcalpel. Or voici ce qui me détermine à m'arrêter ici un moment ſur cet objet. Je poſſède l'uterus d'une femme morte environ trente-ſix heures après l'accouchement. Elle avoit porté ſon fruit neuf mois complets. Or on obſerve à la face antérieure de la matrice, près du fond, un

ſtéatome aſſez volumineux. Cet objet me frappa beaucoup, & j'en ai pris occaſion de ſoumettre les ſtéatomes de l'uterus à un examen plus approfondi. J'ai donc injecté avec tout le ſoin dont je ſuis capable, un très-grand nombre de matrices dans leſquelles ſe trouvoit un ſtéatome, employant pour ce travail la cire d'injection la plus déliée. Le réſultat de cette recherche a été, que le ſtéatome ne ſe produit que ſur la ſuperficie des parois de l'uterus, & qu'il n'a d'autre revêtement que la membrane ſuperficielle de la matrice, qui comme on ſait, n'eſt qu'une continuation du péritoine. Les vaiſſeaux qui ſervent à la nutrition du ſtéatome, ſont une prolongation de ceux de la matrice, mais ils ſont peu abondans & ne ſauroient nullement être comparés ſous ce rapport avec ceux qui appartiennent en propre à la matrice. Il eſt facile de ſe convaincre de cette vérité, en faiſant l'inciſion d'un uterus au point où ſon ſtéatome ſe trouve attaché; ſi l'injection a parfaitement réuſſi, on verra conſtamment que les vaiſſeaux propres à l'uterus ſont innombrables, tandis que ceux qui ſe diſtribuent au ſtéatome ſont peu nombreux; de là vient que l'uterus paroît teint d'une couleur vive, tandis que le ſtéatome n'offre qu'une nuance très-pâle. Il eſt auſſi très-facile de cerner un ſtéatome, & de le retirer de la ſubſtance cellulaire où il eſt implanté; on le détache ainſi de la matrice préciſément comme le placenta s'en ſépare: il va ſans dire au reſte, que cette ſéparation du ſtéatome eſt d'autant plus pénible que ſon volume & ſa ſurface ſont plus conſidérables. Il eſt facile de ſentir qu'un ſtéatome doit comprimer les parois de la matrice d'autant plus fortement, qu'il eſt lui-même plus volumineux. Lorsque ces concrétions ſont extrêmement grandes, on a de la peine à les ſéparer & à les diſcerner de la ſubſtance propre de la matrice, tant elles en ont foulé les parois. Ce qui vient d'être dit, ſuffit pour nous faire concevoir comment une matrice peut contenir un enfant, même dans le cas où elle eſt en partie occupée par un ſtéatome. La ſuperficie interne de l'uterus, qui ſeule eſt à conſidérer ici, à cauſe de ſes rapports directs avec la groſſeſſe, puiſque c'eſt elle ſeule que l'enfant tire ſa nourriture & ſes accroiſ-

ſemens, n'eſt en aucune manière désorganiſée par la préſence d'un ſtéatome. Auſſi long-temps donc que cette concrétion n'eſt pas devenue aſſez volumineuſe pour encombrer la cavité de la matrice deſtinée à loger l'enfant, rien ne s'oppoſe à ce que la femme conçoive, quand même ſa matrice contiendroit un ſtéatome. La préſence de ce corps hétérogène n'empêchera pas non plus la dilatation ultérieure de l'uterus, pourvu que le volume de la concrétion ne ſoit pas trop conſidérable. Enfin, comme le ſtéatome ne ſe trouve implanté que ſur la ſuperficie de l'uterus, nous concevons pourquoi ſes accroiſſemens ne ſont pas aſſez rapides pour s'égaler à la marche d'une véritable groſſeſſe. En effet, le ſtéatome n'a reçu qu'un très-petit nombre de vaiſſeaux, & de plus, durant la groſſeſſe, une partie du ſang que ces vaiſſeaux charient, eſt dérivée vers l'enfant pour ſervir à ſes développemens.

§ 33. Ce qui vient d'être dit, s'applique également aux hydatides que l'on rencontre quelquefois dans la cavité abdominale. Elles ſe fixent ſoit à l'ileum, ſoit au rectum, ſoit au meſocolon ou à quelqu'autre partie du tube inteſtinal; quelquefois auſſi ces corps s'attachent aux trompes ou aux ovaires. J'ai vu pluſieurs fois de ces hydatides d'une grandeur énorme, qui contenoient pluſieurs points d'une liqueur claire & diaphane. Le ventre de ces femmes étoit extrêmement tuméfié, & préſentoit les apparences d'une groſſeſſe.

§ 34. La conception dans les ovaires ou dans la trompe offre à l'accoucheur une facilité plus grande pour diſcerner ſi la femme eſt enceinte en effet ou non; nous verrons néanmoins dans la ſuite, que même ici l'erreur eſt très-poſſible. Les ovaires, la trompe & l'uterus ne ſont à proprement parler qu'un ſeul organe dont l'action totale eſt néceſſaire à la réproduction de l'homme; auſſi voyons-nous que la nature a uni ces parties entr'elles par une diſtribution de nerfs & de vaiſſeaux communs à tous. Mais chacune de ces parties a des fonctions qui lui ſont propres. L'ovaire fournit le premier germe du nouvel individu. Je n'entrerai point ici dans les diſcuſſions interminables auxquelles le mécanisme de cette première opération a donné lieu; je les

envisage comme des questions *de lana caprina*. Il suffit du fait très-avéré que c'est dans l'ovaire que l'homme reçoit le mouvement & la vie. La trompe n'a d'autre fonction que de conduire le nouvel individu depuis l'ovaire jusque dans l'uterus. Le mécanisme de cette fonction est si singulier que je ne puis m'empêcher de m'y arrêter un moment. On sait que la trompe de Fallope est un canal membraneux qui a reçu son nom de sa ressemblance avec une trompette. Ce canal est formé par trois membranes qui se recouvrent l'une l'autre. La première est un prolongement du péritoine, la seconde est la membrane nerveuse, & la troisième est la vasculeuse. Je dois m'arrêter ici à considérer de plus près la membrane vasculeuse. Lorsque par l'injection la plus habile & la plus heureuse, on est parvenu à donner la plus grande perfection possible à la préparation des parties sexuelles de la femme, on est surpris en voyant l'incroyable quantité d'artères & de veines qui se distribuent à ces organes. En considérant attentivement cette complication de vaisseaux, on observe qu'ils deviennent de plus en plus nombreux, plus les trompes se rapprochent insensiblement de l'uterus; & que par conséquent, l'abondance des vaisseaux sanguins n'est nulle part plus grande que là où la trompe s'ouvre dans la matrice. Si d'une autre part on considère un oeuf contenant le germe de l'homme, on s'apercevra que toute sa superficie extérieure est villeuse, chevelue, & comme hérissée d'un grand nombre de tuyaux capillaires. Ce n'est qu'en combinant ces deux observations, que l'on parvient à concevoir comment la trompe, quoique dépourvue de muscles, & longue de quelques pouces, parvient néanmoins à enlever l'oeuf & à le voiturer jusque dans l'uterus. Mais ce que j'ai dit du grand nombre de vaisseaux propres à la trompe, & de la proportion dans laquelle leur nombre croît, plus elle approche de l'uterus, peut nous expliquer ce mystère.

En effet, aussitôt que l'oeuf a pénétré dans la trompe, les villosités de l'oeuf sont attirées par les vaisseaux capillaires de la trompe; & comme le nombre des vaisseaux capillaires de cet organe augmente,

plus on remonte vers ſon embouchure dans l'uterus, il eſt néceſſaire que l'oeuf obéiſſe à cette traction croiſſante, & par là l'oeuf doit être charié juſque dans la matrice.

§ 35. Cette propriété des trompes me conduit à une autre conſidération intimement liée à la précédente. On ſait que l'uterus forme une cavité qui aboutit finalement dans le vagin. Or ſans une connoiſſance très-préciſe de l'uterus, on auroit peine à comprendre pourquoi l'oeuf introduit dans l'uterus ne continue pas ultérieurement ſon mouvement progreſſif pour arriver dans le vagin, & annuler par là les fins de la nature. Ici encore une injection parfaite peut ſeule réſoudre le problème. Si après une pareille injection, on ouvre la matrice & le vagin, on verra que les vaiſſeaux ſanguins ne ſont pas diſtribués avec uniformité à toute la cavité de la matrice. Un obſervateur attentif ſe convaincra aiſément que les vaiſſeaux exiſtent en beaucoup plus grande abondance dans le fond de la matrice & dans ce que l'on appelle ſon corps, tandis que leur nombre diminue inſenſiblement, plus on approche du cou de la matrice. Or comme les dernières ramifications des vaiſſeaux doivent être conſidérées comme des vaiſſeaux capillaires propres à opérer une ſuction, il eſt néceſſaire que la ſomme de ces forces de ſuction ſoit beaucoup plus grande vers le fond & dans le corps de la matrice, que non pas vers ſon cou. Ainſi nous concevrons avec facilité pourquoi l'oeuf que la trompe a conduit dans l'uterus, n'eſt pas ultérieurement charié jusqu'au dehors de ce viscère. Il doit arriver au contraire, que l'oeuf s'uniſſe & ſe greffe par ſes villoſités aux vaiſſeaux de l'uterus, & reçoive d'eux la nourriture qui lui convient. On m'objectera peut-être qu'il exiſte des cas où l'oeuf s'eſt trouvé adhérent au cou, & même à l'orifice de l'uterus, qui eſt le point le plus diſtant du fond; & que par conſéquent les faits ſont contraires à ma théorie. Je conviens qu'il exiſte des cas pareils, j'en ai moi-même obſervé trois de ce genre; mais heureuſement pour l'humanité, ces exceptions à la règle ſont infiniment rares; car des cas pareils donnent les accouchemens les plus périlleux que l'on connoiſſe,

& ſi l'accoucheur n'eſt pas bien ſur ſes gardes, il n'eſt point rare qu'ils coûtent la vie à la mère. Quant à la cauſe de ce phénomène, on ne peut douter qu'il n'ait exiſté quelque dérangement à l'inſtant où l'oeuf a paſſé de la trompe dans la matrice; & que c'eſt cette perturbation qui a rendu poſſible la marche ultérieure de l'oeuf vers l'orifice de l'uterus. Mais quel homme pourroit entreprendre d'aſſigner la véritable cauſe de ce dérangement fortuit & momentané? Ce qui démontre néanmoins que les accidens dont il s'agit ne dépendent que d'une pareille cauſe fortuite, c'eſt que la même mère qui aura eu pluſieurs couches heureuſes où l'enfant affectoit ſa place naturelle dans le fond de la matrice ou contre les parois de ſon corps, pourra finalement voir dans une nouvelle groſſeſſe, ſon exiſtence menacée par la place où l'oeuf eſt allé ſe fixer, ſoit dans le col de la matrice, ſoit même à ſon orifice. J'ai moi-même été témoin d'un fait pareil, ayant été appelé à accoucher une femme dont les trois groſſeſſes antérieures avoient été très-heureuſes, mais que j'eus beaucoup de peine à ſauver dans la quatrième, parce que le placenta ſe trouvoit adhérent préciſément à l'orifice de la matrice.

Je placerai ici une explication relative au mécanisme par lequel l'oeuf ſe meut, & s'attache finalement ſoit aux parois de l'uterus, ſoit (dans les groſſeſſes malheureuſes) à l'ovaire, ou à quelque point de la cavité abdominale ou à la trompe. Toutes ces parties ſont pourvues d'artères & de veines. Or l'oeuf lui-même eſt hériſſé d'un chevelu qui n'eſt pareillement compoſé que d'artères & de veines, comme on peut s'en convaincre dans la ſuite, lorſque l'oeuf a pris des accroiſſemens ultérieurs, & manifeſte ſa ſtructure primitive par celle qu'offre le placenta. Ici ſe préſente la queſtion, quels ſont les vaiſſeaux qui proprement opèrent le mouvement progreſſif de l'oeuf, & qui finiſſent par le fixer en un point déterminé? Cette fonction ne ſauroit appartenir aux artères, parce que leurs extrémités ſont exhalantes, & que par cette propriété elles devroient bien plutôt repouſſer l'oeuf que l'attirer. Ce ſont donc les veines qui opèrent cette ſuction, & l'on doit

convenir qu'elles y ſont éminemment propres, puisque leur action conſtante eſt d'aſpirer & de réſorber des liquides quelconques qui leur ſont préſentés, & même du ſang, ainſi que nous le voyons dans l'érection du penis. Ce ſont donc les veines de la mère qui attirent les artères de l'oeuf, & qui s'uniſſent intimement, c'eſt-à-dire qui s'anaſtomoſent avec elles. Pareille attraction & anaſtomoſe finale a lieu de la part des veines de l'oeuf envers les artères de la mère. C'eſt ainſi que s'opère le mouvement progreſſif de l'oeuf, & la fixation définitive par laquelle il s'implante à une face de la matrice. Dans le ſens le plus rigoureux, ce ſont donc les veines de la mère qu'il faut regarder comme le principe premier du mouvement de l'oeuf & de l'adhéſion qu'il finit par contracter avec la matrice.

§ 36. J'ai dit plus haut dans le paragraphe 34. qu'un accoucheur intelligent a pour discerner une groſſeſſe des trompes ou des ovaires, plus de facilités que lorsqu'il ſe trouve avoir à faire à une conception abdominale. En voici la raiſon. La trompe & les ovaires ſont, par tout l'appareil de leurs vaiſſeaux ſanguins, dans une connexité très-intime avec l'uterus. Lorsqu'il exiſte donc une conception dans les trompes ou dans les ovaires, il en réſulte non-ſeulement un changement dans la ſurface extérieure de l'abdomen qui diſtend & gonfle cette partie, mais l'uterus lui-même éprouve des modifications conſenſuelles. Les vaiſſeaux ſanguins, en raiſon des rapports qui les uniſſent avec les trompes, charient vers la matrice une plus grande abondance de ſang; par là, le viscère eſt diſtendu & préſente tous les phénomènes propres à une matrice qui contient un foetus; avec la ſeule différence que ces phénomènes ſe préſentent ici d'une manière beaucoup plus imparfaite & plus irrégulière que dans la véritable conception utérine. Car ni l'intumescence de l'abdomen, ni la contraction progreſſive du cou & de l'orifice de la matrice ne ſuivent la progreſſion graduelle que nous leur avons aſſignée pour le cas d'une groſſeſſe naturelle.

Il réſulte de ces obſervations, que l'accoucheur a dans la ſuppoſition dont il s'agit, plus de données pour ſe tenir aſſuré que la femme

eſt

eſt effectivement enceinte; on ne doit pas néanmoins oublier que toutes ces apparences peuvent le tromper. En effet, dans l'hydropiſie de l'ovaire, un oeuf non fécondé produit les mêmes phénomènes. L'ovaire a reçu en proportion de ſon volume une grande abondance de vaiſſeaux ſanguins. Ce viscère n'eſt lui-même qu'un ſac formé de deux membranes, l'une extérieure, qui eſt une prolongation du péritoine, & l'autre, qui eſt la membrane vraie & d'une grande ſimplicité de texture, offrant des rapports frappans avec la membrane albuginée du tortícule, mais pourvue d'une prodigieuſe abondance de vaiſſeaux ſanguins. L'ovaire n'a d'autre ſubſtance propre qu'un tiſſu cellulaire, dans lequel ſont dépoſés les oeufs, (*ovula vera*) auxquels, ainſi qu'au tiſſu cellulaire ambiant, vont aboutir une innombrable quantité de vaiſſeaux. Il réſulte de cette organiſation, qu'il eſt très-facile qu'il ſe ſécrète dans l'ovaire une abondante ſéroſité, comme nous voyons effectivement que cela arrive quelquefois juſqu'au point de donner à ce viscère un volume démeſuré. Il arrive ſouvent dans les cas d'hydropiſie de l'ovaire, que l'uterus, qui eſt mis en communication avec l'ovaire par l'intermède des artères ſpermatiques & utérines, éprouve conſenſuellement des modifications & une intumescence analogues à ce qui ſe paſſe dans la groſſeſſe. Dans ce cas l'accoucheur peut aiſément être induit en erreur. S'il n'eſt pas très-circonſpect, il déclarera enceinte une femme qui ne l'eſt pas réellement. Il lui ſera facile néanmoins de ſe délivrer après coup de cette illuſion, s'il compare aſſidument les phénomènes de cette groſſeſſe menſongère avec ceux que préſentent dans une ſucceſſion régulière & conſtante, les groſſeſſes heureuſes. J'ai eu l'honneur, il y a quelques années, de préſenter à l'Académie un Mémoire ſur l'hydropiſie de l'ovaire, accompagné d'un deſſin qui repréſentoit les dimenſions de ce viscère, qui dans un cas donné ſe trouva contenir pluſieurs pintes de liquide. Ce deſſin préſente en même temps la matrice qui offroit toutes les apparences d'un uterus contenant un enfant de trois mois. Depuis l'époque où je préſentai ce Mémoire, j'ai eu plus d'une occaſion d'obſerver des cas analogues. Dans le courant de

l'hiver dernier, mon fils fut invité par un bourgeois de cette ville à faire l'obduction de ſa femme, afin d'avérer la cauſe de la prodigieuſe tuméfaction de ſon abdomen. Cette femme avoit éprouvé des affections très-douloureuſes, & portoit depuis 19 ans le fardeau d'un ventre démeſuré. Le défunt chirurgien-général Voitus l'avoit déclarée enceinte, & pluſieurs médecins & chirurgiens la viſitoient aſſidument pour voir ce qui arriveroit finalement de cette prétendue groſſeſſe. Cette infortunée expira enfin dans la cinquantième année de ſa vie après avoir prodigieuſement ſouffert. En ouvrant le corps, on vit par deſſus tous les inteſtins l'immenſe ovaire qui les recouvroit en totalité. La forme en étoit arrondie. La périphérie étoit de trois aunes, & p. c. le diamètre en avoit une. Les membranes de ce viscère étoient très-amincies; elles ſe trouvèrent contenir 90 quartes ou 180 livres peſant d'un liquide d'une couleur rougeâtre tirant ſur le brun. Ce ne fut qu'après avoir fait écouler le contenu de cet ovaire, que l'on put apercevoir les autres inteſtins ſitués au deſſous de lui, tant il les recouvroit complètement. Quelque conſidérable qu'ait été la preſſion que ce monſtrueux ovaire faiſoit ſubir aux parties ſubjacentes, celles-ci n'en avoient pas moins une apparence de ſanté; & c'eſt probablement à cette circonſtance qu'il faut attribuer la durée de 50 années à laquelle cette femme porta ſa vie non-obſtant les ſouffrances qu'elle avoit endurées. Je ne doute pas que cet ovaire ne ſoit un des plus volumineux qui ait jamais exiſté, & ce qui rend ce cas encore bien plus remarquable, c'eſt que ni la trompe ni l'uterus ne ſe trouvèrent le moins du monde altérés.

§ 37. Je dois faire mention ici d'une autre ſuite qu'entraîne après ſoi l'hydropiſie des ovaires. Ce que j'en dirai eſt deſtiné à éclairer l'attention des accoucheurs. Les femmes, & ſurtout celles de la claſſe indigente, ſont fort ſujettes au prolapſus du vagin. Cette incommodité n'eſt autre choſe qu'un retournement du vagin, tellement que les membranes intérieures de cette partie font ſaillie en dehors. On imaginera ſans peine que cette chute du vagin eſt accompagnée de

ſenſations douloureuſes; auſſi a-t-elle fixé de tout temps & même dans la plus haute antiquité l'attention des experts dans l'art des accouchemens, ce qui eſt prouvé ſurtout par la multiplicité des inſtrumens nommés peſſaires, dont la deſtination eſt de rendre cette incommodité moins douloureuſe, & même d'en amener la guériſon. Je poſſède une collection très-nombreuſe d'inſtrumens de ce genre, & je puis même me flatter qu'elle eſt abſolument complète. Les chutes du vagin ſont produites ou par un relâchement particulier des parties de la génération & ſpéciellement du vagin, ou bien par des dimenſions trop grandes du baſſin, ou bien enfin par des efforts trop violens pour ſoulever des fardeaux diſproportionnés aux forces du ſujet, ou pour prendre un élan trop fort en ſautant; dans ces divers cas, l'uterus eſt comprimé vers le vagin, & repouſſe devant lui les membranes internes de cette partie, d'où réſulte le prolapſus. On voit donc que les filles ſont ſujettes à cet accident tout comme les femmes mariées. Si l'on n'oppoſe point à ce dérangement d'organiſation des remèdes efficaces, tant internes qu'externes, ce prolapſus, déjà fort incommode en ſoi-même, peut traîner à ſa ſuite les accidens les plus graves. On comprend aiſément pourquoi les femmes de la claſſe inférieure & pauvre y ſont plus ſujettes, & pourquoi il eſt plus difficile de les en guérir; les travaux pénibles excédant les forces de l'individu, la pénurie des moyens de tout genre qui rend impoſſible entr'autres l'acquiſition des inſtrumens & des remèdes appropriés, ſont ſans doute les cauſes de ce phénomène. La négligence à oppoſer une digue à ce mal eſt ſouvent punie par des ſouffrances qui s'égalent aux plus cruelles. J'ai eu occaſion d'examiner le cadavre d'une malade de ce genre. C'étoit une femme de 30 ans environ; le prolapſus qu'elle portoit, égaloit en groſſeur la tête d'un homme de forte taille. Le vagin étoit complètement retourné. La preſſion de l'uterus de bas en haut avoit entraîné la veſſie, liée à cette partie par divers points d'attache; celle-ci formoit au milieu du prolapſus & vers le haut de ſa partie antérieure, là où dans l'état naturel ſe trouve la *columna carneo-papilloſa anterior*, un ſac proéminent

dans lequel l'urine ſe raſſembloit, & pour évacuer ce liquide par l'uretère, cette femme étoit obligée de relever tout le prolapſus, & par conſéquent auſſi le ſachet formé par la veſſie. Cette chute du vagin étoit extrêmement enflammée & endolorée. Les vaiſſeaux ſanguins étoient tellement dilatés & engorgés, que la partie étoit d'un rouge vif & comme trempée de ſang. Cette inflammation, avec l'apparence ſanguinolente qui en réſultoit, s'étendoit à toutes les parties ſexuelles externes ſupérieures & latérales, jusque bien au deſſus du *mons veneris* & de la région inguinale. Cette inflammation ſe propageoit ſur les côtés jusqu'à la partie interne des cuiſſes; de là elle ſe répandoit en bas ſur tout le périnée, l'anus & la face inférieure des feſſes; toutes ces parties étoient complètement excoriées, & l'on imagine aiſément à quelques ſouffrances l'exiſtence de cette femme étoit dévouée. Sa vue inſpiroit l'horreur, & cependant des ſymptomes auſſi graves étoient les ſuites naturelles d'un ſimple prolapſus du vagin négligé dans les commencemens de la maladie.

§ 38. J'ai indiqué précédemment les cauſes les plus fréquentes de la chute du vagin; je vais en alléguer une autre tout auſſi réelle, quoiqu'infiniment plus rare. Cette cauſe eſt la preſſion d'un ovaire atteint d'hydropiſie. Il y a environ deux ans que j'eus occaſion d'obſerver le cadavre d'une femme atteinte d'un prolapſus très-volumineux. Elle pouvoit avoir autour de trente ans, étoit d'une conſtitution robuſte, & à en juger par l'apparence extérieure, ſon baſſin avoit les bonnes proportions. Toutes ces circonſtances réunies me firent trouver l'exiſtence de ce prolapſus très-paradoxe. En poſant la main ſur l'abdomen je diſtinguai une tumeur aſſez volumineuſe molle & arrondie; l'idée d'une affection maladive de l'ovaire ſe préſente auſſitôt à mon eſprit: je procédai ſans délai à l'ouverture de l'abdomen: le baſſin ſe trouva bien conformé, mais l'ovaire droit étoit très-dilaté par une liqueur limpide. Ce viscère rempliſſoit toute la cavité du petit baſſin: par ſa peſanteur il déprimoit l'uterus vers le vagin, & cauſoit ainſi le prolapſus de cette dernière partie. Ce cas de pratique inté-

reſſant par ſon extrême rareté, eſt remarquable encore en ce qu'il eſt par ſa nature au deſſus de tout ſecours de l'art humain: en effet, le peſſaire le mieux combiné ne ſauroit dans un cas pareil être d'aucune utilité.

§ 39. Je reviens maintenant après quelques digreſſions, dont j'ai lieu d'eſpérer qu'elles n'auront pas été entièrement désagréables ni inutiles au lecteur, vers le ſujet qui m'occupoit dans le paragraphe 25. & je vais examiner la queſtion que je me propoſois alors, *la conception dans l'ovaire, dans la trompe & dans l'abdomen eſt-elle par elle-même & abſolument mortelle?* Ce que j'ai dit jusqu'ici de ces divers genres de groſſeſſes malheureuſes démontre que dans tous, les ſignes diagnoſtiques ſont très-équivoques, & exigent de la part de l'artiſte une grande ſagacité, pour éviter erreur. Mais ſuppoſons que l'opérateur ait aſſis un jugement entièrement conforme au vrai, il ne lui reſte néanmoins dans tous les cas d'autre reſſource que l'opération céſarienne à tenter, pour ſauver, s'il ſe peut, la mère avec l'enfant. Si l'on y procède avec dextérité & dans le moment opportun, l'enfant ſera certainement ſauvé; mais ſuivant ma conviction la mère court le danger le plus imminent. Dans l'accouchement heureux la nature a veillé avec un ſoin égal à la conſervation de la mère & à celle du nouvel individu. A l'inſtant de la naiſſance & auſſitôt que le placenta ſort détaché de la matrice, celle-ci ſe contracte, & la plaie conſidérable qui réſulte de la ſolution de continuité d'un ſi grand nombre de vaiſſeaux d'un ſi grand diamètre, ne ſauroit devenir mortelle, d'abord parce que pour la totalité de l'uterus, & par conſéquent auſſi pour chacun de ſes vaiſſeaux, il s'établit une contraction énergique qui diminue rapidement la lumière des vaiſſeaux & empêche l'épanchement de ſang qui ſans cela deviendroit mortel; enſuite parce que le paſſage du ſang des artères dans les veines s'opère avec une très-grande facilité, ainſi que je l'ai montré dans un Mémoire lu dans cette Académie, ſur les maladies du péritoine; le départ du placenta ne ſauroit donc produire un épanchement de ſang capable d'amener la mort. Mais dans la groſſeſſe malheureuſe,

tous ces adminicules n'exiſtent plus. Ni les trompes ni les ovaires ni aucun des viscères auxquels le foetus peut ſe greffer dans la conception abdominale, ne poſſèdent aſſez de force contractile pour s'aſſimiler à l'uterus ſous ce rapport; & d'un autre côté, aucun des organes concernés dans la conception extra-utérine n'eſt doué d'un appareil de vaiſſeaux ſemblable à ceux de l'uterus, où par des anaſtomoſes innombrables les artères & les veines s'uniſſent étroitement. Si nous dirigeons enfin notre attention ſur les voies d'écoulement que la nature préſente au ſang épanché dans les deux cas, nous verrons que dans la conception extra-utérine il n'exiſte abſolument aucun canal par où le ſang épanché après le départ du placenta pourroit s'écouler après une conception extra-utérine quelconque. Ce ſang extravaſé doit donc s'accumuler dans l'abdomen, où, en croupiſſant, il deviendra mortel pour la mère par la putridité qu'il contractera. La femme eſt donc dans le danger le plus imminent, mais l'enfant ſera ſauvé dans la preſque-totalité des cas, ſi l'accoucheur poſſède les qualités requiſes pour une opération auſſi ſcabreuſe.

§ 40. Je vais maintenant aborder la grande queſtion qui fait principalement le ſujet de ce Mémoire. La ſuperfétation eſt-elle poſſible? Pour trouver la ſolution de ce problème, il faut reporter encore notre attention ſur l'organiſation ultérieure de l'uterus. Je me ſuis convaincu par les recherches les plus aſſidues, répétées j'oſe dire juſqu'à ſatiété, que la matrice eſt compoſée d'une ſubſtance qui n'a d'analogie avec celle d'aucun autre organe du corps humain. Je la déſigne par la dénomination de tiſſu cellulaire doué du plus haut degré d'élaſticité. L'uterus ne poſſède point de fibres musculaires, mais il a par contre un grand nombre d'artères pourvues d'un appareil de nerfs très-conſidérable. Or les artères pouvant être conſidérées comme des muscles creux, auxquels convient la propriété commune à tous les muscles, l'irritabilité & la ſenſibilité, on conçoit à quoi tient l'extrême ſenſibilité & irritabilité que l'on découvre dans la matrice. C'eſt la ſubſtance cellulaire qui détermine la forme extérieure de l'uterus, qui

le feroit prendre au premier coup-d'oeil pour un corps compact, nonobſtant la cavité qui s'y trouve renfermée. Cette cavité communique dans ſa partie ſupérieure avec les deux trompes, & dans ſa partie inférieure avec le vagin. La membrane de l'uterus ſe trouve tapiſſée d'une membrane propre que l'on doit qualifier de vasculeuſe, & qui eſt une prolongation de la membrane extérieure de l'uterus, laquelle eſt elle-même une prolongation de la peau de la ſuperficie du corps, qui ſe replie vers l'uterus & jusque dans les trompes en pénétrant dans le vagin. C'eſt préciſément ainſi que la peau qui recouvre la ſurface extérieure du viſage, pénètre avec continuité par le *cavum oris* dans les poumons, l'eſtomac & le tractus inteſtinal, pour retourner enſuite à la ſurface extérieure dans la région de l'anus. Il n'eſt pas poſſible de préparer cette membrane vasculeuſe de l'uterus tant qu'elle ſe trouve dans ſon état naturel, ce qui réſulte de la briéveté & de la ténacité du tiſſu cellulaire par lequel elle s'attache à la ſuperficie interne de l'uterus. Mais dans des cas d'hydropiſie de la matrice, elle s'en ſépare auſſi aiſément que la membrane villeuſe ſe détache du jéjunum. Il paroît que cet effet tient au ramolliſſement du tiſſu cellulaire interpoſé entre l'uterus & cette membrane vasculeuſe. Ce ramolliſſement a décidément lieu, & c'eſt lui certainement qui permet à un anatomiſte habile d'enlever à force de ſoins & de patience, la membrane vasculeuſe de deſſus la ſurface de l'uterus. J'ignore ſi avant moi aucun anatomiſte a jamais réuſſi à exécuter cette préparation. Je reçus un jour au théâtre anatomique le cadavre d'une femme d'environ trente-deux ans, qui ſembloit groſſe de cinq mois à en juger par le degré de tuméfaction de l'uterus; mais les ſignes pris de l'orifice & du cou de la matrice ſe trouvoient en contradiction avec ceux de l'abdomen. J'ouvris donc la cavité de l'abdomen, & j'y trouvai l'uterus diſtendu par un liquide dont j'évaluai la quantité à trois quartes ou environ ſix livres; cet organe étoit remonté, & en quittant le petit baſſin, il avoit refoulé de bas en haut les inteſtins grêles dans la région hypogaſtrique, préciſément comme dans les groſſeſſes ordinaires; mais la forme de cet

organe s'écartoit très-ſenſiblement de celle de l'uterus lorsqu'il contient un foetus. Dans le cas préſent, elle étoit plutôt alongée qu'arrondie. Je réſolus de ſoumettre cet uterus avec toutes les parties ſexuelles qui s'y rapportent, à une injection très-ſoignée, pour laquelle j'employai la cire la plus déliée. L'injection réuſſit à ſouhait. Tous les vaiſſeaux qui ſe diſtribuent à l'uterus, c'eſt-à-dire les ſpermatiques internes & externes & les *vaſa uterina* ſe prononcèrent fortement par leur diſtention; mais il n'en étoit pas de même de la ſubſtance propre de l'uterus. Ayant fait à cet organe une inciſion longitudinale de haut en bas, pour mettre à découvert ſes deux ſurfaces, je trouvai la ſubſtance de l'uterus beaucoup moins épaiſſe qu'elle ne l'eſt dans les groſſeſſes ordinaires; il paroiſſoit bien plutôt que tout cet organe s'étoit converti en un ſac membraneux. Or, comme le cou de l'uterus arrivé au cinquième mois de la groſſeſſe, n'eſt pas encore ſenſiblement altéré, il eſt très-remarquable que dans le cas préſent, ce fut la totalité de l'organe qui changea de dimenſion pour former une grande cavité, tellement que le fond, le corps & le cou de la matrice étoient uniformément diſtendus. Quant à l'orifice, il étoit arrondi, & fermoit exactement la cavité, tellement que pas une goutte du liquide jaunâtre & trouble qu'elle contenoit, ne pouvoit s'en échapper. Ayant fait écouler ce liquide, je procédai à l'examen de la membrane vasculeuſe, qui a reçu de la nature un grand nombre de vaiſſeaux qui ſont les prolongemens des artères & des veines propres de la matrice, lesquelles percent la membrane vasculeuſe, & aboutiſſent par leurs orifices libres dans la cavité de l'uterus. Dans le cas que je décris, cette membrane ſe laiſſa détacher avec une aſſez grande facilité.

§ 41. Dans l'état naturel, l'extrémité des vaiſſeaux de la membrane vasculeuſe de l'uterus eſt tellement déliée que leur diamètre ne peut recevoir que la portion la plus atténuée du ſang qui transſude ſous l'apparence d'un halitus réſorbé par les orifices des veines. C'eſt dans cet état ſeulement que ces vaiſſeaux ſont dans toute leur perfection, & poſſèdent le maximum de force attractive. Si nous nous de-

demandons maintenant ce qui caractériſe le moment de la conception, nous trouverons que c'eſt un érétisme énergique de tout l'appareil ſexuel de la femme. Le ſang afflue aux ovaires, aux trompes & à l'uterus, & les orifices ſi éminemment déliés des vaiſſeaux augmentent ſenſiblement leur diamètre. Or l'oeuf lui-même eſt hériſſé à ſa ſurface d'une infinité de villoſités capillaires, qui poſſèdent également une force de ſuction. Auſſi long-temps donc qu'il exiſte un certain équilibre entre l'orifice & la force de ſuction des villoſités de l'oeuf d'une part, & l'orifice & la force réſorbante des vaiſſeaux ſuperficiels internes de la matrice, de l'autre part, le foetus doit prendre un mouvement progreſſif vers l'uterus, & y demeurer finalement ſtationnaire. Mais dès l'inſtant de la conception, les vaiſſeaux du ſyſtème ſexuel de la femme changent leurs proportions, ils ſe dilatent conſidérablement: l'équilibre qui exiſtoit précédemment entre les vaiſſeaux du ſyſtème de la mère & ceux de l'oeuf eſt troublé, & de là vient qu'il eſt impoſſible qu'une femme qui ſe trouve fécondée, puiſſe concevoir une ſeconde fois durant la même groſſeſſe. Mais il exiſte une ſeconde cauſe qui rend la ſuperfétation impoſſible: dès que l'embryon eſt formé, il exige des ſucs nourriciers appropriés à l'extrême délicateſſe de ſes organes naiſſans; mais il eſt de plus deſtiné à prendre des accroiſſemens; il faut donc qu'à cette progreſſion correſpondent des ſucs toujours appropriés: à meſure que le foetus ſe corrobore, il exige un fluide alimentaire plus ſolide & plus terreux. Or cette appropriation ne peut s'exécuter à moins que les vaiſſeaux de la mère qui pourvoient l'enfant de la nourriture qui lui convient, ne ſe modifient tellement, que l'amplification de leur diamètre permette le paſſage à des molécules plus ſubſtantielles & plus terreuſes. Mais il eſt évident qu'une pareille modification doit rompre décidément l'équilibre de ſuction entre les vaiſſeaux de la matrice, & ceux d'un nouvel oeuf, qui par une fécondation poſtérieure ſeroit ſuppoſé ſe qualifier à l'intuſſusception dans la matrice; ce qui confirme pleinement le réſultat précédent, qu'une femme, dès qu'elle a conçu, ceſſe d'être habile à une conception nouvelle. Ce n'eſt pas

ſans deſſein que j'ai donné à ma démonſtration une grande généralité, en partant de la conſidération des vaiſſeaux de tout le ſyſtème ſexuel, enviſagé collectivement, en y comprenant les ovaires & les trompes tout auſſi bien que l'uterus lui-même, pour faire mieux reſſortir par là ce qu'il y a d'abſolu dans l'impoſſibilité de la ſuperfétation. En effet, l'accord conſenſuel qui règne entre toutes ces parties, eſt tel, que la révolution produite par la conception s'étend à toutes en même temps; c'eſt ſur toute la ſurface de l'organe ſexuel que l'équilibre entre les forces de ſuction de l'oeuf, & celle des vaiſſeaux de la mère eſt tellement rompu que toute conception eſt rendue impoſſible. Elle le demeure également, lors même que l'uterus eſt double. Il exiſte dans ce cas une cloiſon mitoyenne qui ſépare la cavité totale en deux cavités partielles: mais comme les vaiſſeaux de chaque côté de l'uterus ſont dans la convexité la plus intime, le changement qu'éprouvent ceux d'un côté, réagit à l'inſtant ſur les vaiſſeaux du côté oppoſé. Je vais alléguer en finiſſant l'argument pris des cauſes finales, le plus fort & le plus péremptoire contre la poſſibilité d'une ſuperfétation. La bonté & la ſageſſe de l'auteur de la nature s'oppoſoient à la ſuperfétation; il entroit dans ſon plan de la rendre impoſſible, parce que, ſans un pareil obſtacle, la groſſeſſe ſeroit devenue l'état permanent & continu de la femme, & des accouchemens conſécutifs n'auroient jamais opéré qu'une délivrance partielle. Or comment un individu humain vexé de cette manière, auroit-il jamais pu réparer ſes forces proportionellement à la disperdition qui ſeroit réſultée d'un pareil ordre de choſes?

§ 42. Je paſſe maintenant à un nouvel objet également important dans la théorie & dans la pratique de l'accouchement; c'eſt le placenta ou arrière-faix. Les anatomiſtes & les accoucheurs ſe ſont de tout temps occupé de l'arrière-faix, mais leurs travaux multipliés n'ont pas produit encore un réſultat aſſez ſatisfaiſant pour que nous puiſſions y acquieſcer pleinement. On partage l'arrière-faix en deux parties, dont l'une eſt le placenta proprement ainſi dit, & la ſeconde comprend le cordon ombilical, qui eſt une prolongation du placenta.

Ce cordon eſt d'une organiſation très-ſimple, & manifeſte à l'oeil du premier abord les parties dont il eſt compoſé. Ces parties ſont deux artères & une veine; entre ces vaiſſeaux s'étend parallèlement un canal membraneux d'un petit diamètre, que l'on nomme l'uraque, & qui a été pendant long-temps tantôt le jouet des anatomiſtes, tantôt l'objet de leur admiration. L'opinion la plus accréditée enviſageoit l'uraque comme un ligament deſtiné à retenir la veſſie urinaire dans ſa poſition naturelle. Quand l'uraque ſe trouvoit un peu plus dilaté que d'ordinaire, cette modification excitoit le plus grand étonnement, & l'on s'eſtimoit heureux toutes les fois que le haſard préſentoit l'occaſion de décrire & de faire graver un pareil objet. L'illuſtre Haller & le profeſſeur Boehmer de Halle, dont les mérites ne ſont point conteſtés, offrent des exemples d'un pareil empreſſement. Quant à moi, j'ai prouvé dès l'année 1777 dans mes *Obſervations anatomiques*, (Obſervationes anatomicae) que l'uraque exiſte ſous la forme d'un canal creux dans les individus humains de tout âge, de tout ſexe, & que ce canal eſt une ſimple prolongation de la membrane interne de la veſſie, laquelle ſe termine en pointe vers la région du cordon ombilical, & ſe prolonge entre les vaiſſeaux qui le compoſent, en diminuant toujours plus de diamètre, tellement qu'elle finit par ſe dérober entièrement à l'oeil. Il eſt bien plus difficile d'aſſigner les uſages auxquels la nature a deſtiné l'uraque. Je crois néanmoins y avoir réuſſi dans mes *Obſervationes anatomicae*, où j'ai prouvé que l'uraque eſt un canal deſtiné à exercer une réſorption, qui tant que l'enfant eſt contenu dans l'uterus, verſe ce fluide excrémentiel dans le parenchyme du placenta, où il ſe mêle au ſang, & rentre avec lui dans les voies de la circulation.

§ 43. Je paſſe maintenant à la conſidération du tiſſu cellulaire du cordon ombilical. Cette partie préſente une organiſation très-ſingulière, tant ſous le rapport de ſes intégumens, que relativement au tiſſu cellulaire qui unit les artères, les veines & l'uraque. Voyons d'abord ſi le revêtement membraneux du cordon ombilical (involucrum funiculi umbilicalis) eſt une membrane propre (membrana ſui generis) ou

ſi elle doit ſon origine aux membranes de l'oeuf, ou enfin ſi elle eſt une prolongation de la peau de l'embryon. Albinus, à en juger par ſon explication des *Tabulae uteri gravidi* Tab. 5, lettre *o*, ſemble croire que la peau de l'abdomen de l'enfant, là où le cordon ſort de l'anneau, donne un revêtement au cordon ombilical. Voici ſes propres termes: *Quaedam quaſi vaginae ſpecies cutis propago, unde principium umbilici qui ad placentam juxta centrum ejus pertinet.* Mais dans un ouvrage poſtérieur (Annotationes academicae) Liv. I. Chap. XIX. p. 72, il dit poſitivement: *umbilicus membranis ovi continuatus*, & il appuie cet énoncé ſur la 4^me^ figure de la planche, lettres *a a d e.* Selon ma conviction, la nature de cet intégument eſt différente. C'eſt la peau de l'embryon, qui avec ſon épiderme propre ſe prolonge ſur toute la longueur du cordon ombilical, jusqu'au placenta, & là ou les artères & les veines du cordon ſe diſtribuent par leur bifurcation en pluſieurs rameaux, la peau dont il s'agit, s'unit à la membrane de l'amnios: une inſpection attentive ſuffit pour démontrer cet aperçu. Il ſuit de ce qui a été dit, que l'involucre du cordon ombilical n'eſt point une membrane propre (*membrana propria*) mais une ſimple prolongation de la peau du foetus. Or tel devoit néceſſairement être l'involucre du cordon ombilical; il devoit être doué de force & de ténacité, qualités que l'on trouve bien dans la peau, mais point dans la membrane de l'amnios, qui eſt mince, ductile & d'une grande fineſſe.

Ce qui vient d'être dit, explique parfaitement l'origine des hernies ombilicales dans les foetus d'un âge tendre. Ces hernies ont lieu toutes les fois que la peau qui ſert de revêtement au cordon, & le tiſſu cellulaire qui le remplit, éprouvent un certain degré de relaxation. Alors le nombril n'eſt plus en état de réſiſter à la preſſion qu'exercent ſur lui le tractus des inteſtins & les autres viscères; l'ombilic diſtendu par là forme un ſac hernieux ou poche qui contient les inteſtins, mais qui reçoit dans ſa partie inférieure l'uraque & les deux artères ombilicales, tandis que la veine ombilicale procède de ſa partie ſupérieure. Cette poche fait ſaillie dans l'intérieur du cordon ombilical & dans ſon tiſſu

cellulaire, ce qui produit à la fois une hernie ombilicale & une hernie du cordon. Tant que la peau de l'enfant & celle du cordon ont un degré de rigidité & d'élaſticité ſuffiſant, il ne peut exiſter ni hernie de l'ombilic ni hernie du cordon. Les trois embryons que je préſente ici, confirmeront cette théorie. Le premier ſujet eſt un oeuf de trois ſemaines, le ſecond de cinq, & le troiſième eſt entre la ſixième & la ſeptième ſemaine.

Il eſt rare que ces embryons arrivent à maturité; il eſt beaucoup plus commun de les voir périr très-jeunes. Quand par un cas fortuit, ils atteignent le terme naturel de la geſtation & voient le jour, ils périſſent très-peu de temps après leur naiſſance. Les hernies du cordon ombilical nous conduiſent à dire un mot en paſſant des hernies ombilicales dans les adultes. Je ſuppoſe un ſujet qui n'ait apporté en naiſſant aucun vice de conformation des parties abdominales, & qui ſous ce rapport n'ait rien qui le diſtingue des autres hommes par une organiſation abnorme. Je ſuppoſe que par une cauſe fortuite, cet homme prenne une hernie ombilicale, c'eſt-à-dire que l'anneau de l'ombilic ſe relâche & s'étende, & que par cette relaxation le péritoine faſſe ſaillie au dehors, & diſtende ultérieurement l'anneau. J'obſerve qu'une hernie de ce genre eſt poſſible en elle-même, mais qu'elle eſt infiniment rare: c'eſt dans la pratique le corbeau blanc; je n'ai jamais vu durant la mienne que trois hernies ombilicales proprement ainſi dites, desquelles j'en conſerve deux dans mon cabinet. Ce que l'on appelle improprement des hernies de l'ombilic, eſt beaucoup plus commun; j'en ai vu & traité un grand nombre, mais aucune de celles-là ne préſentoit les caractères eſſentiels de cette affection. C'étoit ou bien une dilatation de l'ouverture de la ligne blanche, qui dans l'état de ſanté ne doit laiſſer paſſer que des vaiſſeaux; ou bien une relaxation de la ligne blanche elle-même, telle qu'il en réſultoit une poche dans laquelle tomboient quelquefois l'eſtomac & une partie du foie, de la rate & des inteſtins. On ſe figure ſans peine qu'un pareil ſac hernieux doit ſurpaſſer de beaucoup les dimenſions d'une forte tête

d'homme. Je conſerve dans mon cabinet deux ſacs herniaux de ce genre, remarquables par leurs énormes dimenſions.

Quant au tiſſu cellulaire du cordon, qui unit entr'elles les artères & les veines ombilicales, ainſi que l'uraque, on doit obſerver qu'il eſt d'une nature toute particulière, très-analogue à celle du même tiſſu dans l'uterus. Il eſt tiſſu de fibres & de lamelles très-courtes, fort tenaces & douées d'une grande élaſticité. Ce qui diſtingue la cellulaire du cordon de celle de l'uterus, c'eſt que les mailles ou cellules de la première ſont remplies d'un liquide analogue à l'albumine, & que l'on peut tirer en fils très-longs en l'étirant entre les doigts. Il eſt très-difficile d'aſſigner à cette liqueur une origine propre & des organes excréteurs; l'injection la plus déliée & la plus heureuſe ne donne aucun réſultat ſur ce point. J'oſe dire que j'ai porté à un très-haut degré la fineſſe de mes injections dans un grand nombre de préparations relatives tant à l'homme qu'à des ſujets d'anatomie comparée; les connoiſſeurs les ont vues avec étonnement: mais je n'ai pu réuſſir jusqu'à ce jour à découvrir les vaiſſeaux qui opèrent la ſécrétion dont il s'agit. Les artères & les veines du cordon ombilical ne donnent dans toute leur longueur, depuis leur origine jusqu'à leur terminaiſon, c'eſt-à-dire depuis le placenta jusqu'à l'ombilic de l'enfant, aucune ramification quelconque: du moins eſt-il certain que la plus heureuſe injection, ſoumiſe enſuite à l'inſpection microscopique, n'en préſente abſolument aucune trace. Ne pourroit-on point penſer que c'eſt l'uraque qui amène cette liqueur depuis la veſſie de l'enfant jusque dans la cellulaire du cordon? Car, ſelon moi, c'eſt bien à tort que l'on nomme urine le liquide contenu dans l'uraque. Ceux qui répugneroient à admettre cette hypothèſe, n'ont d'autre parti à prendre que d'attribuer l'excrétion de la matière albumineuſe dont il s'agit, aux vaiſſeaux propres de l'involucre du cordon ombilical. Cette peau étant une prolongation de celle du corps de l'enfant, doit poſſéder des vaiſſeaux ſanguifères, qui lors même qu'ils échappent par leur ténuité à l'oeil & même au microscope, doivent néanmoins opérer une ſécrétion,

précisément comme la liqueur de l'amnios eſt ſécrétée par des vaiſſeaux ſi infiniment déliés, qu'aucun microscope ne nous les révèle, & que par conſéquent l'oeil d'aucun mortel ne les a encore aperçus jusqu'à ce moment.

§ 44. La veine ombilicale eſt la ſeule qui ſe rapproche de la nature de la veine porte, car elle eſt également dépourvue de valves; mais ſous tous les autres rapports, la ſingularité de ſon organiſation l'emporte de beaucoup ſur celle de la veine porte. Je veux bien pour un moment adopter l'idée favorite des Anglois, que la veine porte n'opère abſolument aucune réſorption dans le tractus inteſtinal, mais que ſa deſtination excluſive eſt de charier le ſang que lui apportent les artères des inteſtins. Quelque fauſſe que ſoit cette opinion en elle-même, on conçoit néanmoins comment la veine porte peut verſer aſſez promptement le ſang qu'elle contient, dans la veine cave. Mais ſi la veine ombilicale n'a, ainſi que nous le verrons plus bas, abſolument aucune anaſtomoſe avec les artères ombilicales; ſi, d'une autre part, le cordon ombilical ſe trouve avoir fréquemment une longueur de trois pieds & même au delà, on a droit de s'étonner de l'extrême intenſité de l'attraction que les parois de la veine ombilicale doivent exercer ſur le ſang qui s'y trouve contenu. On dira peut-être que le cordon ombilical n'a pas une direction droite dans toute ſa longueur, mais qu'il eſt contourné de manière à préſenter un grand nombre de ſpices. Mais on doit convenir que ces circonvolutions augmentent ſa longueur totale, & que les anfractuoſités qui en réſultent, doivent ajouter encore à la difficulté de mettre le ſang en mouvement dans toute l'étendue de cette veine.

§ 45. Je conviens qu'une longueur de trois pieds n'eſt pas la dimenſion ordinaire du cordon ombilical; je ſais que dans les cas les plus communs il n'a qu'une longueur moyenne de deux pieds; il conviendra néanmoins de fixer un inſtant notre attention ſur ces cordons remarquables par leur grande étendue. Ils ne ſe préſentent guère que là où ils s'enlacent autour de quelque partie de l'enfant, p. e. du cou,

des bras ou des jambes. Mais on doit convenir que dans ces cas l'attraction de la veine ombilicale pour le ſang qu'elle charie, éclate dans toute la force, car il eſt bien évident que ces circonvolutions autour des parties du foetus doivent apporter au libre mouvement du ſang un nouvel obſtacle qu'il ne ſera pas facile de vaincre. Ma grande collection anatomique préſente entre pluſieurs embryons très-remarquables, un ſujet de ſept ſemaines où le cordon ombilical eſt enlacé comme un ſerpent tout à l'entour de la main & de l'avant-bras du foetus, & s'eſt de plus uni avec les chairs de ces parties. Je propoſai il y a plus de 36 ans à feu M. Burdach, de prendre ce cas pour ſujet de la diſſertation par laquelle il devoit paſſer du grade de maître-ès-arts à celui de docteur à l'univerſité de Leipzig. Sa diſſertation parut depuis, accompagnée d'une très-belle gravure deſſinée par le défunt Hopffer.

§ 46. Une longueur abnorme du cordon ombilical doit être enviſagée comme une maladie de cette partie, tout comme une briéveté exceſſive. Je placerai ici l'énumeration des maladies du cordon ombilical. Il peut être trop long ou trop court, trop mince ou trop épais; dans ce dernier cas, les praticiens l'appellent un cordon couënneux, (*ſpeckichte Nabelſchnur*) & lorsqu'il ſe trouve trop mince, il paroit d'ordinaire rougeâtre, ce qui fait qu'on le nomme alors un cordon ſanguinolent (*eine blutige Nabelſchnur*). Dans les cordons couënneux, la cellulaire contient une plus grande abondance de la matière albumineuſe qui caractériſe, ainſi que nous l'avons, dit le funiculus umbilicalis. Un pareil cordon a ſon tiſſu cellulaire & les parois de ſes vaiſſeaux trop rigides & trop élaſtiques; il faut donc dans l'accouchement ſerrer avec beaucoup de force la ligature que l'on y établit; dans les cordon ſanguinolent, c'eſt préciſément le contraire; ils contiennent moins de matière albumineuſe; de là, la couleur rougeâtre, le tiſſu cellulaire & les vaiſſeaux qu'il contient ſont peu élaſtiques, & il eſt facile, en raiſon du peu de réſiſtance qu'ils peuvent offrir, de les couper, ſi on ſerre trop le fil par lequel on comprime un pareil cordon. Ceci demande beaucoup d'attention de la part de l'opérateur. Car ſi

dans

dans ce cas il ſerroit en effet le fil outre meſure, il pourroit réſulter de l'inciſion des vaiſſeaux une hémorrhagie mortelle.

§ 47. Un cordon qui pèche par excès de briéveté, peut être bien conſtitué ſous tous les autres rapports, c'eſt-à-dire n'être ni trop mince ni trop épais: pour lors il n'aura d'autre inconvénient que de rendre la délivrance plus pénible, parce qu'il exige presque toujours l'accouchement artificiel, ſoit à la main libre, ſoit avec le ſecours des inſtrumens. Mais ſi le cordon qui pèche par ſa briéveté, ſe trouve de plus, être très-épais, (& ſouvent il préſente un diamètre égal à celui du foetus,) l'embryon doit mourir & l'avortement s'enſuit. On ſeroit très-fondé à dire dans un cas pareil, qu'il y a eu *hydropiſie du cordon*. *Bernard Sigfried Albinus* donne dans ſes *Annotationes academicae* la délinéation de quelques cas pareils. Liv. I. Planche I. fig. 12. & Planche V. fig. 3, 4, 5. Mais l'explication qu'il y a jointe, ne m'a jamais paru ſatisfaiſante. J'ai dans ma collection anatomique quelques embryons très-remarquables, abſolument ſemblables à ceux d'Albinus: j'ai donc été à portée de rapprocher ſa deſcription de la nature; mais je dois convenir que je n'ai point aperçu tout ce qu'Albinus a cru voir. Quoique les embryons que j'ai ſous les yeux, ſoient abſolument pareils à ceux décrits par Albinus, je n'y trouve point le *proceſſus infundibuliformis*, que forme ſuivant lui la membrane de l'amnios, lorsqu'elle ne s'applique pas immédiatement au cordon, à l'inſtant même qu'elle abandonne la ſubſtance propre du placenta. Albinus dit de plus, qu'entre ce proceſſus infundibiliformis & le cordon proprement ainſi dit, il exiſte une certaine ſubſtance qu'il appelle *lanam ſubtilem atque raram*.

§ 48. Il eſt bien étonnant qu'Albinus qui, ſans poſſéder la perſpicacité & le génie obſervateur de Haller ſon contemporain, doit néanmoins être compté parmi ceux qui ont porté un haut degré d'aſſiduité & de préciſion dans l'étude anatomique du corps humain, ait donné ſi peu d'attention à la configuration, ou ſi l'on veut, à l'organiſation de la ſurface interne de l'oeuf. Dans l'explication de la troi-

ſième figure de la première Planche du Livre premier, il ſe contente de dire en deux mots ſous la rubrique *d. d.*: *interior ovi inæquabilia.* Il eſt poſſible néanmoins, qu'Albinus n'ait pas eu le bonheur de voir & d'étudier un plus grand nombre d'oeufs humains outre celui qu'il décrit. Les circonſtances m'ont été plus favorables; j'ai vu & anatomiſé un grand nombre d'oeufs de la même époque, & je ſoumets pluſieurs de ces ſujets aux regards de l'Académie.

§ 49. L'hydropiſie du cordon ombilical ſe produit ſelon mes obſervations, dans le tiſſu cellulaire du funiculus, qui contient alors en grande abondance un liquide analogue à la liqueur de l'amnios, qui le diſtend, & lui donne un volume démeſuré. Cet effet peut ſe produire en deux manières différentes; ou bien l'affluence de la liqueur épaiſſie diſtend le cordon uniformément dans toute ſa longueur, ou bien cette dilatation n'a pas lieu également ſur toute la longueur de cet organe. Il s'y forme alors des élévations & des dépreſſions plus ou moins conſidérables, dont la convexité eſt auſſi différente. Il eſt facile de diſtinguer un pareil funiculus hydropique, d'un cordon ombilical hernieux. Mais il eſt poſſible de confondre ces tubéroſités lorſqu'elles ſont ſituées très-près du *placenta*, avec le *proceſſus infundibuliformis* tel qu'Albinus l'a décrit d'après la figure qu'il en a donnée. L'hydropiſie du cordon ombilical eſt ſouvent accompagnée d'une conformation ſingulière de la face interne de l'oeuf. On y obſerve alors des tubéroſités plus ou moins grandes, ſemblables aux cotylédons dans les animaux. Ces tubéroſités ſont formées de la ſubſtance propre de la matrice, c'eſt-à-dire qu'elles ſont un tiſſu de vaiſſeaux. Un pareil oeuf mérite la dénomination *d'oeuf tuberculeux*. On conçoit qu'une telle conformation doit devenir très-fatale aux développemens du foetus contenu dans un pareil oeuf. Dans ce cas, l'embryon infiniment débile & facile à bleſſer, nage au milieu d'écueils très-dangereux pour ſon exiſtence, & contre leſquels il peut facilement échouer, car le foetus ſuſpendu dans une veſſie fermée & remplie d'un liquide, y éprouve de très-fortes commotions lorſque la mère ſe livre à des exer-

cices violens, comme la marche, la danſe & le ſaut. Toutes les fois donc qu'il y a dans une groſſeſſe, complication de l'hydropiſie du cordon ombilical avec tubéroſité de l'oeuf, l'embryon eſt expoſé à un double danger, d'abord de la part des tuberculoſités, & enſuite par l'effet de la compreſſion qu'éprouvent les vaiſſeaux du cordon ombilical hydropique, laquelle empêche que l'embryon encore tendre ne puiſſe prendre ſes accroiſſemens auſſi librement qu'il le feroit ſi les ſucs nutritifs pouvoient affluer à travers les vaiſſeaux du cordon vers le corps de l'embryon.

Les conſidérations que je viens d'énoncer, me conduiſent à approfondir les détails de la nutrition du foetus humain durant le temps de la geſtation où il ſe trouve contenu dans l'uterus.

§ 50. L'homme & tous les animaux dont la conception s'opère dans l'uterus, ſont nourris durant la geſtation par le *placenta*. Tous les phyſiologiſtes conviennent de cette vérité; mais les opinions ſont très-différentes touchant le mécanisme de cette nutrition. Ce dont tous conviennent, c'eſt que le placenta eſt lié par un appareil de vaiſſeaux aux parois de l'uterus; que le placenta lui-même eſt un tiſſu de vaiſſeaux; & enfin, que les vaiſſeaux du placenta aboutiſſent au corps de l'enfant, lui apportent du ſang, & en ramènent de nouveau vers la mère.

§ 51. Mais des phénomènes importans, tels que les *naevi materni* & les monſtruoſités des foetus rendoient néceſſaire un examen plus approfondi du mécanisme de la nutrition par le placenta. On commença donc à rechercher avec plus de préciſion, quelle eſt la véritable conſtitution du placenta; & ici les opinions ſe partagèrent. Les uns crurent avoir démontré par la voie de l'injection, que le ſang circule librement de la mère au foetus, & de celui-ci vers la mère, à travers le funiculus ombilical.

Le défunt Meckel, mon prédéceſſeur dans la chaire d'anatomie, eſt à la tête des fauteurs de cette hypothèſe; mais des injections répétées depuis ont prouvé qu'il s'étoit trompé. On ne ſauroit disconvenir

que cette hypothèſe a le mérite de la ſimplicité. Elle explique l'origine des *naevi materni* & des monſtruoſités par la réaction de l'imagination de la mère ſur le corps du foetus. Mais non-obſtant cette ſimplicité & la ſymmétrie de l'édifice qu'elle préſente, elle croula ſur ſes fondemens & dut s'évanouir comme un beau ſonge.

§ 52. La ſeconde hypothèſe ſur l'organiſation & les fonctions du placenta repoſe ſur des raiſonnemens ſolides & ſur des expériences conſtatées.

Ces expériences ont prouvé que le placenta poſſède un double ſyſtème de vaiſſeaux, réunis par un parenchyme interpoſé, dont la nature eſt un véritable tiſſu cellulaire. Un de ces ſyſtèmes de vaiſſeaux appartient excluſivement à la mère, & l'autre à l'enfant, tellement qu'ils ſont parfaitement iſolés l'un de l'autre, & n'ont d'autres points de contact que le tiſſu cellulaire.

Les artères de la mère procèdent de ſon corps & aboutiſſent par les orifices les plus déliés dans le tiſſu cellulaire. Les veines de la mère prennent leur origine dans ce même tiſſu par des orifices extrêmement déliés; elles prennent un diamètre toujours plus grand, jusqu'à ce que finalement elles ſe transforment dans des veines eſſentiellement propres au corps de la mère. Ces deux appareils de vaiſſeaux ſont en continuité parfaite avec le corps de la mère, & leur réunion forme la face maternelle du placenta. L'appareil puéral des vaiſſeaux eſt également compoſé d'un ſyſtème artériel & d'un ſyſtème veineux. Ce dernier naît du tiſſu cellulaire par des orifices très-déliés, qui vont en ſe dilatant toujours de plus en plus. Il ſe forme ainſi des troncs veineux, qui aboutiſſent enfin à la veine ombilicale, laquelle conduit tout le ſang qui afflue vers l'enfant. Les artères au contraire prennent leur origine du corps de l'enfant ſous la forme de troncs principaux, finiſſent par s'épanouir en rameaux très-fins, & ſe terminent par des orifices infiniment déliés dans le tiſſu cellulaire du placenta. Ces artères charient par une route rétrograde le ſang de l'enfant vers le tiſſu cellulaire. Ces deux ſyſtèmes de vaiſſeaux épanouis en ramifications nombreuſes

& revêtus par la membrane de l'ammios, forment une grande ſurface, qu'il conviendroit d'appeler la ſurface puérale.

§ 53. Le mode propre d'union entre la mère & l'enfant ſe définit avec préciſion d'après ce qui a été dit. Le tiſſu cellulaire interpoſé eſt purement paſſif: le ſang arrive de la mère dans le tiſſu cellulaire par les artères maternelles; de là il paſſe par les veines maternelles vers l'enfant, il circule dans le corps de l'enfant, & après lui avoir fourni les alimens néceſſaires à ſa croiſſance, il s'épanche par les artères de l'enfant dans le tiſſu cellulaire du placenta. Là, repompé par les veines de la mère, il rentre dans la maſſe de ſon ſang d'où il étoit provenu. Ce mode d'union entre la mère & l'enfant rend impoſſible la réaction de l'âme de la mère ſur le corps de l'enfant, & il eſt décidé que ni les conformations monſtrueuſes du foetus ni les *naevi materni*, de quelque nom qu'on les nomme, & quelle que ſoit leur configuration, ne peuvent s'expliquer par l'intervention de l'imagination de la mère. Les *naevi materni* & les monſtruoſités ont donc une origine purement mécanique, lorsque la nature eſt entravée dans ſes développemens, ſans que l'âme de la mère y concoure en rien.

§ 54. Cette théorie repoſe ſur des inſpections anatomiques & ſur des principes phyſiques; elle explique aiſément la nutrition & les développemens du foetus dans l'uterus. Nous devons ſans doute nous étonner de ce qu'il y a de contradictoire en apparence à admettre que dans la ſubſtance parenchymateuſe du placenta il s'opère un mélange du ſang maternel & puéral, tel que tous les élémens néceſſaires au développement du foetus s'y trouvent contenus. Mais cette paradoxie diſparoît du moment où nous peſons mûrement les opérations de la nature. De l'eau & de la terre compoſée des mêmes élémens donnent naiſſance à une diverſité incalculable de plantes, ſans que nous puiſſions aſſigner à cette hétérogénéité de produits aucune autre cauſe que l'attraction, ou ſelon l'expreſſion moderne, l'affinité de compoſition qui eſt modifiée ſi puiſſamment par la peſanteur.

De même auſſi les vaiſſeaux de l'enfant n'aſpirent durant toutes les époques différentes de la geſtation, que les parties du fluide épanché dans le parenchyme du placenta qui peuvent s'aſſimiler au corps du foetus ſelon ſon développement donné, & fournir à ſes accroiſſemens. La portion qui n'a point été abſorbée, & qui n'eſt point propre à s'aſſimiler au corps de l'enfant, eſt repompée par les veines de la mère, dont les affinités d'attraction élective ſont très-différentes de celles de l'enfant. Cette portion ſe reverſe dans le ſang de la mère. C'eſt ainſi que les gradations de la nutrition de l'enfant s'expliquent depuis l'inſtant qui ſuit la conception jusqu'au moment de la naiſſance.

§ 55. Telle eſt l'esquiſſe d'une théorie que les plus habiles médecins ſe ſont efforcés d'établir à l'envi, & qui a été reçue avec un applaudiſſement général. Mais comme rien n'eſt ſtable dans ce monde, on a vu auſſi le goût de l'innovation attaquer cette théorie. Les Anglois ayant entr'autres fabrications nouvelles de leur induſtrie littéraire, mis en avant le ſyſtème de la tranſudation, & y ayant ſurajouté depuis la réſorption par les vaiſſeaux lymphatiques, ces opinions ſe répandirent dans tout le monde ſavant. Dès qu'il fut décidé que les théories de Brown & de Darwin devoient être regardées comme le *non plus ultra* de la ſcience, dès que l'on ſe crut en poſſeſſion de tant de forces vitales de nouvelle création, dès que Lavoiſier eut ébloui les chimiſtes de l'éclat de ſes lumières & révolutionné la chimie, enfin dès qu'on eut découvert tant de gas nouveaux, & tant de ſubſtances chimiques inconnues jusque là, on fut conduit néceſſairement à conclure que toutes les opérations phyſiologiques repoſent ſur des procédés chimiques, & que toutes les théories qui avoient ſubſiſté, jusqu'alors étoient ou évidemment fauſſes, ou du moins aſſiſes ſur des fondemens ruineux. On répugnoit ſurtout à la complication d'effets qu'elles ſuppoſent. On s'empreſſa donc de ſimplifier toutes les explications, & on en vint à enviſager le corps humain comme un laboratoire chimique, où les affinités décident de toutes les fonctions animales.

L'anatomie dût alors être mépriſée & négligée; c'étoit la conſéquence la plus immédiate de cette manière d'enviſager les choſes. A quoi bon en effet, s'enquerir de la ſituation & de l'organiſation propre du poumon, s'il ſuffit de ſavoir que l'air atmosphérique qui y afflue y eſt décomposé, que l'oxigène ſe combine avec le ſang, lui rend ſa couleur floride, & que la chaleur auparavant combinée, devient rayonnante & élève la température du corps. Il en eſt de même de l'organe cutanée; quelle que ſoit ſa texture, ſes fonctions ſont purement chimiques, & ſe bornent, ainſi que celles du poumon, à fournir de l'oxigène au ſang.

§ 56. Armé de ces principes nouveaux, M. Schreger, profeſſeur à Erlangen, ſe préſente dans l'arène, en publiant une diſſertation anatomique ſous la forme d'une lettre adreſſée au conſeiller intime Soemmerling, & intitulée *De functione placentae uterinae* 1799. Le profeſſeur Schreger rejette d'emblée tout ce que l'anatomie & la phyſiologie nous avoient appris jusque là ſur les fonctions du placenta, & réuniſſant en un foyer toutes les nouvelles théories, il lui aſſigne une deſtination dont on n'avoit pas eu jusqu'alors le moindre ſoupçon. On imagine bien que M. Schreger ne négligea rien de ce qui pouvoit donner à ſa théorie le plus haut degré d'évidence. Il débute donc par prouver à force de faits & de raiſonnemens, que dans le corps humain les veines n'opèrent aucune eſpèce de réſorption; il les enviſage comme de ſimples vaiſſeaux qui reçoivent le ſang épanché par les artères, & le reverſent dans le coeur. Cette théorie a pour inventeur Guillaume Hunter; Cruikſchank & Mascagni l'ont propagée depuis: je m'abſtiens dans ce moment de la réfuter, parce que dès l'année 1786 j'ai lu à l'Académie un Mémoire ſur la réſorption, dans lequel je me ſuis efforcé de réfuter cette opinion. Quant aux nouvelles expériences de M. Schreger, elles ne prouvent point ce qu'elles doivent prouver, ainſi qu'il paroît l'avoir ſenti lui-même; c'eſt pourquoi il s'eſt rabattu ſur l'hypothèſe de la tranſudation, ſi agréable aux Anglois. Mais dans le Mémoire cité précédemment, j'ai également tenté de battre en ruine

cette hypothèſe. M. Schreger ayant ainſi préparé les voies, poſe en fait que le placenta n'eſt autre choſe qu'une prolongation du corps même de l'enfant, dans laquelle le ſang artériel de l'enfant s'épanche dans les artères puérales du placenta, paſſe enſuite dans les veines puérales du placenta, & retourne de là vers le coeur du foetus. Mais dans cette théorie, M. Schreger ſuppoſe que les artères ont deux genres de terminaiſon eſſentiellement différens.

1. L'une, par des anaſtomoſes (*extremitates anaſtomoticae*) par leſquelles le ſang paſſe immédiatement des artères dans les veines.

2. L'autre, par des orifices exhalans (*extremitates transpirabiles*) qui ne laiſſent point paſſer la partie rouge du ſang, mais ſeulement une certaine ſéroſité fortement imprégnée d'hydrogène & de carbone, laquelle s'épanche dans la ſubſtance parenchymateuſe du placenta, eſt repompée par les vaiſſeaux lymphatiques de la partie maternelle du placenta, pour être reverſée enſuite dans le ſang de la mère.

Telle eſt ſuivant M. Schreger, la première voie par laquelle le ſang du foetus eſt dépuré durant toute l'époque de la geſtation, tandis que dans l'adulte qui reſpire l'air atmosphérique, cette dépuration s'opère par les poumons & par l'organe cutanée. La ſeconde voie de dépuration pour le ſang du foetus eſt ſuivant M. Schreger la ſuivante; une portion conſidérable du *cruor* ou partie rouge du ſang eſt employée à ſécréter la bile. Ce *cruor* entraîne avec lui hors de la maſſe du ſang une portion conſidérable de carbone, qui arrive ainſi aux matières excrémentielles dépoſées dans le tractus inteſtinal. Il réſulte de tout ceci, que M. Schreger nie toute communication directe de la mère & de l'enfant par des vaiſſeaux ſanguins: il n'admet donc conſéquemment aucune nutrition du foetus par les artères & les veines du placenta. Il falloit donc aſſigner une autre voie à cette nutrition; & ce ſont les vaiſſeaux lymphatiques qu'il charge de cette fonction.

§ 57. M. Schreger admet l'exiſtence de vaiſſeaux lymphatiques prenant leur origine dans le parenchyme du placenta, & accompagnant les vaiſſeaux ſanguifères de la partie maternelle du placenta; cet appareil

reil lymphatique communiqueroit ſelon lui, au ſyſtème lymphatique de l'uterus, & ſe termineroit en dernière analyſe dans le ductus thoracique de la mère. Ce ſont ces mêmes vaiſſeaux lymphatiques qui par l'intermède du placenta, transmettent au corps de la mère le ſerum, le carbone & l'hydrogène ſécrété de la maſſe du ſang de l'enfant. Pour plus de netteté, il convient de déſigner ce premier appareil de vaiſſeaux lymphatiques par la dénomination de vaiſſeaux lymphatiques maternels, parce que M. Schreger en admet encore d'une autre eſpèce, qui ſelon lui prennent leur origine dans la ſubſtance parenchymateuſe du placenta, s'avancent parallèlement aux vaiſſeaux ſanguins du placenta & du cordon ombilical, arrivent avec ceux-ci juſqu'au foie, s'uniſſent au ſyſtème lymphatique de cet organe, & aboutiſſent en dernier reſſort au ductus thoracique de l'enfant. C'eſt cet appareil qui ſelon lui conduit au foetus les ſucs nourriciers néceſſaires à ſon exiſtence & à ſes accroiſſemens. Pour mettre ceci dans tout ſon jour, M. Schreger ſuppoſe que les artères de la mère ſécrètent dans le parenchyme du placenta une lymphe imprégnée d'oxigène, laquelle eſt introduite dans le corps de l'enfant par les vaiſſeaux lymphatiques, par où il eſt pourvu aux accroiſſemens du foetus & à l'entretien de ſa vitalité.

§ 58. Pour démontrer ces aſſertions, M. Schreger s'appuie des principes ſuivans dont l'évidence eſt généralement accordée.

1. Aucun animal ne peut exiſter ſans le concours de l'oxigène.

2. Une compreſſion du cordon ombilical long-temps ſoutenue, eſt ſuffiſante pour amener la mort du foetus tant qu'il eſt contenu dans l'uterus. M. Schreger explique ce dernier fait d'après ſon hypothèſe favorite. Il dit que cette compreſſion entraîne celle des vaiſſeaux lymphatiques, & que par là la lymphe nourricière & l'oxigène dont elle eſt imprégnée, eſt arrêtée dans ſon cours, ce qui entraîne la mort du foetus. Mais après la naiſſance, la ligature appliquée au cordon ombilical n'entraîne aucunes ſuites pareilles, l'enfant continue de vivre, parce que l'oxigène atmoſphérique introduit dans le poumon, entretient ſa vitalité. Quant à moi, je penſe que la cauſe de ce phénomène eſt

beaucoup plus ſimple. La compreſſion du cordon ombilical d'un embryon entraîne ſa mort parce qu'elle intercepte toute affluence des ſucs nourriciers: tandis qu'après la naiſſance & p. c. après que le cordon a été lié, l'enfant reçoit des alimens par une autre voie, & par conſéquent les cauſes qui auroient entraîné la mort, ceſſent d'exiſter.

§ 59. Je dois convenir que M. Schreger a ſu donner beaucoup de force à ſes argumens, & il faut des connoiſſances plus que médiocres en anatomie pour ne pas être entraîné à donner un aſſentiment aveugle à ſes ſophismes brillans. L'importance du ſujet me décida du moment où j'eus pris connoiſſance de l'écrit de M. Schreger, à ſoumettre de nouveau à un examen approfondi l'organiſation du placenta, pour tâcher par des expériences victorieuſes d'arriver à un réſultat définitif. Ce ſont ces expériences dont je vais communiquer le détail à l'Académie.

§ 60. Tout roule ici ſur la déciſion des trois queſtions ſuivantes.

1. Les vaiſſeaux lymphatiques qu'on prétend aller du placenta à la mère pour dépurer le ſang du foetus, exiſtent-ils en effet? Et pareillement auſſi, y a-t-il réellement des vaiſſeaux lymphatiques allant du placenta au foetus, pour nourrir l'enfant?

2. Quelle eſt la nature des artères qui conduiſent le ſang de la mère vers le placenta, & celle des veines qui ramènent le ſang du placenta vers la mère?

3. Le ſang paſſe-t-il immédiatement des artères du funiculus dans les veines de cette partie, c'eſt-à-dire, en d'autres termes, les artères s'anaſtomoſent-elles avec les veines: ou bien au contraire, les artères ſe terminent-elles dans le parenchyme du placenta, & les veines prennent-elles leur origine dans ce même parenchyme?

§ 61. Il faut être ſecondé par des circonſtances favorables, pour arriver à une réponſe directe de la première de ces queſtions; c'eſt-à-dire qu'il faut avoir eu l'occaſion très-ſouvent répétée de ſoumettre à l'examen un grand nombre de ſujets dans l'état de groſſeſſe. Ces oc-

caſions ne m'ont certainement point manqué. Je poſſède dans ma grande collection anatomique un uterus avec ſon embryon de ſix ſemaines, un autre à l'époque de quatre mois, un autre à cinq mois, un de ſept mois, trois de neuf mois & ainſi de ſuite. Quatre de ces ſujets ſont injectés avec les matières balſamiques les plus déliées & teintes de leurs diverſes couleurs. Je poſſède outre cela plus de douze matrices avant ou après l'époque de l'accouchement, ſoit dans l'eſprit de vin, ſoit deſſéchées, avec ou ſans injection. Quant à toutes celles que j'ai fait inhumer après les avoir ſuffiſamment examinées, je n'en ferai aucune mention, quelque grand qu'en ſoit le nombre. Peu d'anatomiſtes ont ſans doute été auſſi favoriſés par les circonſtances; il eſt réſulté de ces recherches réitérées, qu'il n'exiſte point de vaiſſeaux lymphatiques prenant leur origine dans le placenta & aboutiſſant au corps de la mère, c'eſt-à-dire point d'appareil deſtiné à la dépuration du ſang du foetus. Il y a ſans doute dans l'uterus proprement ainſi dit une grande abondance de vaiſſeaux lymphatiques, mais ils appartiennent excluſivement à cet organe; ils pompent dans le parenchyme de l'uterus la liqueur qui s'y eſt exhalée, & la diſpenſent enſuite aux veines de l'uterus immédiatement, ce qui eſt le cas le plus fréquent, ou bien ils s'uniſſent aux vaiſſeaux lymphatiques du baſſin & de l'abdomen. Quant aux vaiſſeaux lymphatiques dont on prétend qu'ils naiſſent immédiatement du placenta, pour aller au foetus & opérer ſa nutrition, je dois dire que je les ai toujours cherchés en vain, ſans en trouver aucune trace.

§ 62. Le nombre des ſujets que j'ai ſoumis au ſcalpel, m'a mis également en état de donner une réponſe à la ſeconde queſtion, touchant la conſtitution propre des vaiſſeaux qui conduiſent le ſang au placenta, & qui le ramènent de là vers le corps de la mère. Les injections ſeules ſont péremptoires dans cette matière, & elles m'ont prouvé 1) Que les artères qui vont de la mère dans le parenchyme du placenta, ſe terminent dans cet organe, & n'ont dans tout leur trajet pas la moindre anaſtomoſe avec les veines. 2) Que les veines

naiſſent du parenchyme du placenta, & s'anaſtomoſent dans les grands troncs des veines de l'uterus.

Pour échapper à la miſérable objection qu'on ne manqueroit pas de faire, que l'injection a produit la lacération des vaiſſeaux, j'ai redoublé de précautions en faiſant choix des matières colorantes les plus atténuées, que j'ai lévigées moi-même avec tout le ſoin imaginable, & que j'ai incorporées dans les liqueurs les plus appropriées. J'ai fait ces injections avec la preſſion la plus ménagée; ſouvent j'ai choiſi pour ſujets, des chiennes & des brebis fécondées, que je ne tuois que dans le moment où tout ſe trouvoit préparé pour l'injection. Je plongeois à l'inſtant même les cadavres dans l'eau chaude, & procédois ainſi à l'injection des vaiſſeaux de l'uterus. Mais je n'ai vu dans aucun cas, que la liqueur injectée paſſât dans les veines, mais elle s'arrêtoit conſtamment dans le parenchyme du placenta. Il en eſt abſolument de même des veines; l'injection qu'on y pouſſoit, n'arrivoit également qu'au placenta, ſans que la moindre portion de la maſſe eût paſſé dans les artères.

§ 63. J'aborde maintenant la troiſième queſtion, qui énoncée avec la plus grande préciſion, & dans le ſens propre de la théorie de M. Schreger, ſe réduit à ceci: Les veines de la partie puérale du placenta n'ont-elles d'autre deſtination que de recevoir le ſang amené par les artères, pour le diſpenſer ultérieurement au foetus? Cette queſtion éminement importante & péremptoire, ſur laquelle repoſe en entier toute la théorie, m'a paru exiger, pour être embraſſée dans toute ſon étendue & conduite à une déciſion ſatisfaiſante, les expériences neuves & réitérées auxquelles j'ai ſoumis un grand nombre de placenta humains pris dans toute leur intégrité & leur fraîcheur.

1. *Expérience.*

J'établis une ligature ſur les deux artères ombilicales, très-près du placenta, là où, comme on ſait, elles s'ébranchent en pluſieurs rameaux: j'injectai de l'eau dans ces vaiſſeaux, mais quoique la preſſion d'abord

foible du piſton augmentât graduellement, le funiculus n'éprouva abſolument aucun changement, c'eſt-à-dire qu'on n'y obſerva aucun gonflement. Je fis enſuite ſur le cordon une inciſion longitudinale, je dégageai ſoigneuſement les intégumens du funiculus de la cellulaire dans laquelle ils ſont engagés, mais je ne trouvai pas non plus que cette partie eût éprouvé la moindre altération. La liqueur contenue dans cette cellulaire n'étoit altérée ni dans ſa nature ni dans ſa quantité, & préſentoit, comme dans l'état naturel, une apparence visqueuſe, analogue à celle de l'albumine.

2. *Expérience.*

Je ſoumis un autre placenta à la même injection, en opérant cette fois ſur la veine ombilicale, dans laquelle je pouſſai de l'eau; mais dans ce cas également, le funiculus & la liqueur contenue dans ſa cellulaire demeurèrent exemptes de toute altération.

J'ai dû conclure de ces deux expériences

1. Que les artères ombilicales n'ont dans tout leur trajet depuis le corps de l'enfant jusqu'à leur entrée dans le placenta, aucune eſpèce d'anaſtomoſe, ſoit entr'elles, ſoit avec la veine ombilicale.

2. Le liquide épanché dans la cellulaire du cordon, n'eſt donc point ſécrété par les vaiſſeaux du placenta, ou du moins les vaiſſeaux qui opèrent cette ſécrétion, ſont d'une fineſſe ſi prodigieuſe que la preſſion du piſton n'eſt point capable de les dilater. Par conſéquent, ces orifices échappent à la vue, tout comme les vaiſſeaux de l'amnios.

3. *Expérience.*

J'établis une ligature ſur la veine ombilicale, puis j'injectai de l'eau dans les deux artères ombilicales: je vis le placenta ſe gonfler inſenſiblement. Les innombrables orifices du ſyſtème utérin, ou, ce qui revient au même, toute la face maternelle du placenta, fit ſuinter l'eau en gouttes, & l'on s'aperçut alors que la veine ombilicale elle-même étoit diſtendue par l'eau dans toutes ſes ramifications. Un aſſiſtant continua d'injecter l'eau dans les artères ombilicales, tandis qu'à l'aide

d'une forte loupe j'obſervois alternativement les deux faces du placenta, celle maternelle, & celle puérale. Mais il me fut impoſſible de découvrir ni ſur l'une ni ſur l'autre aucune trace de vaiſſeaux lymphatiques.

Pendant cette injection on apercevoit diſtinctement que dans la partie moyenne entre les deux faces du placenta il exiſte une ſubſtance ſpongieuſe, qui fut la première à ſe remplir d'eau, & de laquelle les vaiſſeaux de la partie maternelle repompèrent l'eau injectée; après quoi les rameaux de la veine ombilicale qui appartiennent à la face puérale, ſe remplirent d'eau. Cette circonſtance eſt infiniment remarquable; elle ſervira dans la ſuite à démontrer que les artères & les veines du placenta n'ont aucune communication directe, c'eſt-à-dire qu'il n'y a aucune anaſtomoſe entre les artères puérales & les veines puérales du placenta.

4. *Expérience.*

J'établis une ligature ſur les deux artères ombilicales, j'injectai de l'eau dans la veine ombilicale, je fis continuer l'opération par un aide, tandis que j'obſervai moi-même les deux ſurfaces du placenta, mais ſans apercevoir non plus dans cette expérience aucune trace de vaiſſeaux lymphatiques. Ayant répété la 3 & 4 expérience ſur un plus grand nombre de placenta pris dans toute leur fraîcheur, j'en conclus qu'il n'exiſte point de vaiſſeaux lymphatiques ni ſur la face maternelle ni ſur la face puérale du placenta.

5. *Expérience.*

Je fis une inciſion longitudinale ſur tout le funiculus ombilical, juſqu'au point où il s'inſère dans le placenta; je dégageai avec beaucoup de préciſion une portion de la membrane externe qui revêt le cordon, de ſon tiſſu cellulaire, afin d'examiner ainſi ce qui ſe paſſeroit dans l'intérieur même du funiculus. Pendant cette opération je fis continuer l'injection dans les vaiſſeaux du placenta, & je dirigeai toute mon attention & le foyer d'une bonne loupe ſur le cordon ombilical: mais je ne pus y découvrir aucune trace de vaiſſeaux lym-

phatiques, quoique tout le parenchyme du placenta & tous ſes vaiſſeaux fuſſent très-diſtendus par l'eau injectée. La réitération de cette expérience ſur un grand nombre de placenta, où j'opérois tantôt ſur les artères tantôt ſur les veines ombilicales, ne m'ayant laiſſé découvrir aucune trace de vaiſſeaux lymphatiques, j'ai dû en conclure que le cordon ombilical lui-même eſt dépourvu d'un pareil ſyſtème de vaiſſeaux.

6. Expérience.

Je me procurai un placenta qui peu d'heures auparavant s'étoit détaché de l'uterus après la naiſſance de l'enfant. J'établis une ligature ſur l'extrémité du cordon, & je ſuſpendis le placenta à une balance; je la mis en équilibre par des contre-poids, puis je fis baigner ce placenta dans un ſceau d'eau parfaitement pure. Mais comme cette partie ſe trouva plus legère que l'eau, il fallut ajouter des poids additionnels au baſſin auquel elle étoit ſuſpendue, afin de la tenir ſubmergée à un pouce de profondeur au-deſſous de la ſurface de l'eau, & de maintenir le tout en équilibre dans cette ſituation. J'y laiſſai le placenta durant trente heures, après quoi je le retirai; je laiſſai égoutter l'eau adhérente à la ſurface, & je trouvai enſuite par une peſée, que le placenta avoit augmenté en poids d'une quantité égale à huit lots: il y avoit donc eu autant d'eau réſorbée par cet organe.

7. Expérience.

Le placenta qui dans la ſixième expérience avoit baigné dans l'eau, demeura ſuſpendu dans l'air libre accroché à la même balance. Il en découla de l'eau mêlée de ſang, & ſon poids abſolu diminua. Je le replongeai alors dans l'eau comme dans la ſixième expérience; il y ſéjourna durant 17 heures, après leſquelles, après avoir égoutté ſuffiſamment, il ſe trouva être augmenté de $7\frac{1}{2}$ lots, par conſéquent ce placenta avoit réſorbé de nouveau cette quantité d'eau.

8. Expérience.

Je pris un autre placenta qui s'étoit également détaché de lui-même dans l'accouchement, & qui me fut porté immédiatement après.

Je le ſuspendis dans l'eau, ſous les mêmes conditions que dans l'expérience 6^me^; je le laiſſai dans l'eau durant 18 heures. L'ayant enſuite retiré & égoutté, il ſe trouva avoir réſorbé ſept lots peſant d'eau.

9. *Expérience.*

Le placenta de la huitième expérience fut ſuspendu à l'air libre durant trois heures & demi, attaché à la même balance; il ſe trouva avoir perdu au bout de ce temps préciſément autant d'eau qu'il en avoit acquis par la réſorption. Je le replongeai auſſitôt dans l'eau, & je l'y laiſſai durant 18 heures, comme dans la huitième expérience. L'ayant retiré alors, je laiſſai égoutter l'eau ſuperflue, & je trouvai qu'il avoit acquis ſept lots moins quelques grains de poids, ce qui énonçoit la quantité de l'eau qui avoit été réſorbée. Le déchet de quelques grains qui ſe trouve dans cette expérience s'explique par le deſſéchement qu'avoit éprouvé durant 18 heures le cordon ombilical qui ne plongeoit point dans l'eau, & qui avoit une longueur de vingt-un pouces. J'avois commencé l'expérience le 24 avril (1801) à 4 heures après-midi, & elle avoit duré jusqu'au vingt-cinq à dix heures du matin, l'air étant alors très-clair & ſec, & point froid. En tenant compte de ces détails, on voit que ce placenta avoit dans un temps égal réſorbé la même quantité d'eau que dans la huitième expérience.

10. *Expérience.*

Je pris un placenta qui s'étoit détaché ſpontanément, j'établis la ligature très-près du point où le funiculus s'inſère dans le placenta, & je retranchai le cordon; puis je retournai le placenta, pour mettre à l'extérieur ſa face puérale, dans laquelle ſe trouve contenu l'enfant & la liqueur de l'amnios. J'établis des ligatures ſur les intégumens, tellement que l'eau ne pouvoit pénétrer dans la face maternelle du placenta. Le placenta ainſi préparé fut ſuspendu dans l'eau ſous les mêmes conditions que dans les expériences 6. 7. 8. & 9. Je l'y laiſſai durant 18 heures, après quoi je le retirai, je laiſſai égoutter l'eau ſuper-

perflue, & je trouvai que l'augmentation de poids avoit été d'un lot, ce qui exprime la quantité d'eau réſorbée par la face puérale.

11. *Expérience.*

Ce placenta ayant été ſuspendu comme dans la dixième expérience, à l'air libre durant 4 heures, & ayant perdu un lot de ſon poids, c'eſt-à-dire préciſément ce qu'il avoit réſorbé d'eau durant 18 heures, je le ſuspendis de nouveau dans l'eau pendant 18 heures. L'en ayant retiré enſuite, il ſe trouva avoir encore réſorbé un lot peſant d'eau. Si donc conſéquemment aux expériences 10 & 11, la face puérale ne peut réſorber qu'un lot d'eau, tandis que ſelon les expériences 6 & 7 les deux faces (maternelle & puérale) agiſſant enſemble, opèrent une réſorption de huit lots, & de ſept ſuivant les expériences 8 & 9, il s'enſuivroit qu'en ſouſtrayant un lot comme appartenant à la face puérale, l'abſorption de la face maternelle auroit été dans la 6 & 7 expérience ſept fois plus grande, & dans la 8 & 9 ſix fois plus grande que celle de la face puérale. S'il étoit poſſible d'employer dans ces expériences des placenta de dimenſions parfaitement égales, on trouveroit qu'il exiſte une proportion conſtante entre la réſorption propre à chacune de ces faces, & les anomalies qui donnent tantôt un ſeptième, comme dans la 6 & 7^{me} expérience, tantôt un ſixième, comme dans l'expérience 8 & 9, disparoîtroient certainement.

12. *Expérience.*

Je pris un placenta qui s'étoit détaché de lui-même de l'uterus. J'établis une ligature ſur la veine ombilicale, & j'injectai de l'eau à l'aide d'une canule double dans les deux artères en même temps. Le placenta ſe gonfla ſenſiblement à meſure que l'eau y pénétra, mais les troncs des veines ombilicales ſur leſquels j'avois établi une ligature, demeurèrent vides. Mais lorsque je pouſſai dans l'artère la charge en eau d'une ſeconde ſeringue, cette eau s'écoula de la face maternelle par d'innombrables orifices, & ce ne fut qu'alors que les veines ombilica-

les commencèrent à s'emplir. Quelques heures après cette expérience, toute l'eau réſorbée s'écoula par les orifices de la face maternelle, & le placenta revint à ſes dimenſions primitives.

13. *Expérience.*

Un autre placenta également provenu d'un accouchement naturel de l'arrière-faix, fut ſoumis à une expérience ſemblable à la 12^me^. Je liai la veine ombilicale & je fis injecter, par un tiers, de l'eau dans les deux artères en même temps; durant l'opération j'obſervai la face maternelle avec une bonne loupe, je vis d'abord ſe gonfler le placenta, mais il n'y eut aucun épanchement de liquide par ſes orifices, encore moins y eut-il un paſſage de l'eau dans les troncs de la veine ombilicale. Mais une ſeconde charge d'eau de la ſeringue ayant pénétré dans les artères, on vit l'eau ſuinter par les orifices des vaiſſeaux du placenta, & ce ne fut qu'alors que les veines ombilicales ſe remplirent d'eau & parurent gonflées. J'ordonnai que l'on continuât d'adminiſtrer une preſſion modérée jusqu'à ce que l'eau ſuintât des orifices de la face du placenta, presqu'auſſi pure qu'elle y étoit entrée. Pendant que cela ſe faiſoit, je retournai le placenta, & j'obſervai à la loupe la face puérale, ſur laquelle ſe répandent les troncs des artères & des veines ombilicales, & qui contient les eaux de l'amnios. Mais cette face ne laiſſoit ſuinter aucun liquide, & il me fut impoſſible d'obſerver aucun pore ou orifice par lesquels la liqueur auroit pu s'épancher. Je répétai cette 13^me^ expérience ſur d'autres placenta dans des circonſtances également favorables, mais j'eus préciſément le même ſuccès. Or comme nous avons vu dans la 10 & 11^me^ expérience que la face puérale du placenta ne réſorbe que la ſeptième ou huitième partie de la quantité abſolue de l'eau abſorbée, il s'enſuit que les orifices réſorbans ou bien ne ſont point très-nombreux, ou ſont d'une ténuité extrême & telle que la loupe ne ſauroit nous les faire apercevoir. Il n'eſt donc point étonnant que dans cette 13^me^ expérience je n'aye point vu d'eau ſuinter par ces orifices de la face puérale.

14. *Expérience.*

Je pris un arrière-faix provenu d'un accouchement naturel, j'ouvris la veine ombilicale, & j'injectai à la fois de l'eau dans les deux artères. Le placenta ſe tuméfia, comme s'il eût été ſoufflé; l'injection de la ſeconde charge d'eau de la ſeringue fit tranſuder de l'eau hors des orifices de la face maternelle, mais rien ne s'écoula par l'ouverture de la veine ombilicale. Mais en continuant toujours la preſſion, & lorsque la ſeconde ſeringue pleine d'eau fut à-peu-près introduite dans la partie, l'eau commença à ſe montrer dans la veine ombilicale, tellement que l'eau injectée finit par s'écouler ſimultanément & par la veine ombilicale & par les orifices de la face maternelle que la loupe me faiſoit diſtinguer.

Je répétai cette même expérience ſur trois divers placenta, & je vis conſtamment que l'eau ſuintoit d'abord par les orifices de la face maternelle du placenta, jusqu'à ce qu'enfin elle s'écouloit auſſi par la veine ombilicale.

Quelques heures ſe furent à peine écoulées après l'expérience, que déjà toute l'eau injectée s'étoit écoulée par les orifices des vaiſſeaux de la face maternelle du placenta, & j'obſervai le même réſultat dans toutes les expériences de ce genre que je répétai depuis.

Les expériences que je viens de rapporter, prouvent ſelon moi quelle eſt la vraie ſtructure & la deſtination du placenta. Nous y voyons en effet très-diſtinctement, que le placenta eſt formé d'un double ſyſtème de vaiſſeaux, l'un maternel, l'autre puéral. Nous voyons, de plus, qu'il exiſte une ſubſtance parenchymateuſe interpoſée entre-deux, laquelle n'eſt autre choſe qu'un tiſſu cellulaire, que l'on peut enviſager comme une éponge dans laquelle s'ouvrent les vaiſſeaux de la mère & ceux de l'enfant. Dès que ce tiſſu ſpongieux ſe remplit d'un liquide quelconque, ſoit eau, ſoit ſerum, ſoit ſang, il eſt auſſitôt réſorbé par les orifices des vaiſſeaux qui y aboutiſſent, & ces vaiſſeaux ſe chargent de cette liqueur.

Dans l'état de vie il n'y a que les veines qui puiſſent réſorber, les artères ſont dépourvues de cette propriété, parce qu'elles ſont des canaux qui réſiſtent à l'affluence de tout liquide, & qui bien plutôt expriment celui qui y eſt contenu par la force contractile qui leur eſt propre. Mais dans le cadavre les artères ne peuvent plus être enviſagées que comme des tubes capillaires, qui par leur attraction ſpécifique ſont capables de pomper un liquide, c'eſt-à-dire d'exercer une réſorption. De là vient que nous vîmes l'eau injectée dans le parenchyme & réſorbée par les vaiſſeaux maternels s'écouler par les orifices des vaiſſeaux maternels, & la veine ombilicale qui doit être conſidérée comme un vaiſſeau puéral, ſe remplir entièrement de l'eau qu'elle avoit pompée dans le tiſſu cellulaire interpoſé entre les deux faces.

Ces expériences prouvent démonſtrativement que la veine ombilicale n'a pas de communication immédiate avec les artères ombilicales, puisque nous avons vu que l'eau injectée ne paſſe pas immédiatement de l'artère dans la veine, ce qui arriveroit infailliblement ſi une pareille anaſtomoſe avoit lieu. Nous voyons bien plutôt, que c'eſt d'abord le parenchyme qui ſe remplit de l'eau d'injection, qu'enſuite les vaiſſeaux de la face maternelle en opèrent la réſorption, & que finalement elle pénétra dans la veine ombilicale que l'on doit enviſager comme un vaiſſeau puéral.

15. *Expérience.*

Dans un arrière-faix provenu d'un accouchement naturel, je liai les artères, & j'injectai de l'eau par la veine ombilicale; les phénomènes du placenta furent les mêmes que dans toutes les expériences précédentes, c'eſt-à-dire il ſe tuméfia par la liqueur, les orifices de la ſurface maternelle ſuintèrent avant que les troncs des artères commençaſſent à s'emplir; mais en continuant l'opération, l'eau pénétra dans les rameaux & les troncs des artères, & les tuméfia.

16. *Expérience.*

Les artères d'un arrière-faix qui s'étoit détaché de lui-même dans l'accouchement, furent laiſſées ouvertes; je pouſſai de l'eau dans la veine

ombilicale; l'iſſue de l'expérience fut la même que dans les précédentes; d'abord le placenta ſe tuméfia, l'eau ſuinta enſuite par les orifices des vaiſſeaux de la face maternelle, & ce ne fut qu'après qu'il ſe fût écoulé ainſi une ou deux onces d'eau par les orifices de la face maternelle, que le liquide commença à ruiſſeler par les deux artères en même temps. Je répétai cette expérience ſur trois autres placenta. Il faut ſe rendre très-attentif à la circonſtance ſuivante qui eſt très-déciſive & que j'obſervai dans tous ces cas. L'eau injectée pénètre bien plus lentement dans les troncs des artères que dans la veine ombilicale, ou ce qui revient au même, les troncs des artères ne réſorbent point l'eau auſſi promptement que les troncs des veines ombilicales.

17. *Expérience.*

Je pris un placenta provenant d'un accouchement naturel, je liai une des artères & la veine ombilicale, puis j'injectai de l'eau dans la ſeconde artère. Il arriva que tout le placenta ſe tuméfia comme dans les expériences précédentes, l'eau ſuinta d'abord par les orifices des vaiſſeaux de la face maternelle, ſans que les troncs de la veine fuſſent diſtendus. Par l'action continuée de l'injection la veine ombilicale elle-même ſe remplit d'eau; mais il n'en pénétra point d'abord dans les rameaux de la ſeconde artère. Ce ne fut qu'après coup, lorſqu'il y eut une quantité d'eau plus grande encore injectée dans le placenta, que la ſeconde artère commença finalement à ſe remplir.

18. *Expérience.*

Je laiſſai ouverte la veine ombilicale & une des artères, & j'injectai de l'eau dans la ſeconde. Voici ce qui arriva. Le placenta ſe gonfla, c'eſt-à-dire que ſon parenchyme ſe remplit d'eau. Il en ſuinta d'abord des vaiſſeaux de la face maternelle, puis elle coula de la veine ombilicale, & enfin de l'artère ombilicale demeurée ouverte. Je répétai la 15 & 16 expérience ſur trois autres placenta, & l'iſſue de toutes ces recherches fut, qu'il n'exiſte aucune communication immédiate entre les artères puérales & la veine ombilicale. Ce qui eſt ſur-

tout remarquable dans ces expériences, c'eſt que l'eau injectée pénètre beaucoup plus lentement dans les rameaux de l'artère que dans ceux de la veine ombilicale, ce qui prouve que les rameaux de l'artère puérale n'opèrent pas leurs fonctions réſorbantes auſſi promptement que les rameaux de la veine ombilicale; mais ne s'enſuit-il pas de là que la veine ombilicale eſt un vaiſſeau réſorbant bien qualifié, deſtiné par la nature à la nutrition du foetus?

La 17 & 18 expérience me paroiſſent prouver bien péremptoirement

1. Qu'il n'exiſte point d'anaſtomoſe entre les vaiſſeaux de l'enfant, c'eſt-à-dire entre la veine & les artères ombilicales.

2. Qu'une pareille anaſtomoſe n'a pas non plus lieu entre les deux artères puérales.

19. Expérience.

Ayant pris un placenta, je fixai dans la veine ombilicale & dans les deux artères, des canules de laiton, telles qu'on les emploie dans les injections des vaiſſeaux. Je laiſſai ouvertes les canules de la veine & de l'une des artères, puis je plaçai un vaſe au-deſſous de chaque canule. J'injectai alors de l'eau dans la canule de la ſeconde artère. Le placenta commença auſſitôt à ſe gonfler, enſuite il ſuinta de l'eau par les orifices des vaiſſeaux de la face maternelle du placenta, & enfin l'eau s'écoula par la veine, & long-temps après cet écoulement ſe fit par l'artère. Comme je recueillois dans des vaſes ſéparés le produit de l'écoulement des deux vaiſſeaux, je me trouvai en état d'en comparer les quantités relatives; je trouvai donc dans trois expériences, que dans le même temps les deux vaiſſeaux en s'écoulant donnent des quantités très-différentes; il s'écoule par la veine ombilicale environ cinq fois plus de liquide que par l'artère ombilicale.

Si l'on vouloit donc ſuppoſer que l'eau eût coulé à la fois par les deux artères, elles auroient donné les $\frac{2}{5}$, c'eſt-à-dire moins de la moitié de l'eau qui auroit coulé par la ſeule veine ombilicale. Je ſuis bien en droit de déduire de là le principe très-important dans cette ma-

tière que la veine ombilicale amène à l'enfant beaucoup plus de ſang que les artères ombilicales ne peuvent en éconduire, & que par conſéquent l'enfant eſt nourri par le ſang de la veine ombilicale, & non point par de prétendus vaiſſeaux lymphatiques.

Ce que je viens de dire jusqu'à préſent ſuffit pour donner une idée préciſe de la manière dont le foetus humain eſt nourri durant tout le temps qu'il ſe trouve enfermé dans l'uterus. Il en réſulte en même temps, que l'édifice que M. Schreger a conſtruit avec tant d'art & décoré avec tant de luxe, pèche par les fondemens, & que l'on peut en dire avec vérité: *Cecidit in profundum.*

RECHERCHES
ſur l'acide fluorique contenu dans une dent foſſile d'Éléphant.

PAR M. KLAPROTH *).

Traduit de l'allemand.

M. C. L. Morozzo a publié dans les *Memorie di Matematica e di Fiſica della Società Italiana delle ſcienze* (*Modena Tomo* X. *parte* I. 1805 pag. 164) des détails ſur un ſquelette d'un très-grand animal trouvé en avril 1804 dans une colline voiſine de Rome, hors la Porta del popolo. Les payſans qui creuſoient la terre en cet endroit, étoient loin de ſoupçonner qu'ils détruiſoient un des plus beaux objets d'hiſtoire naturelle que l'on puiſſe imaginer. Le volume démeſuré des os qu'ils briſèrent en partie en fouillant, fut la ſeule circonſtance qui les rendit attentifs, & leur apprit que le lieu qu'ils exploitoient, avoit ſervi de ſépulture à quelqu'animal d'une taille gigantesque.

M. Morozzo s'étant transporté ſur les lieux, trouva que la plupart de ces oſſemens étoient briſés, & que pluſieurs tomboient en pouſſière au moment où ils touchoient l'air. Il diſtingua entr'autres un fémur entier jusqu'à ſa pointe, tellement que l'on pouvoit en prendre les dimen-

*) Lu le 22 novembre 1804.

dimenſions: elles ſe trouvèrent être de 2 pieds 4 pouces meſure de Paris. Outre ces os il trouva encore des dents, ou plutôt des fragmens de dents molaires, ayant ſix à ſept pouces de hauteur, ſur quatre pouces de longueur; quelques autres morceaux avoient la même hauteur, mais une largeur beaucoup moindre.

Une inſpection plus détaillée lui apprit que ce ſquelette étoit celui d'un éléphant. Mais la grandeur démeſurée des oſſemens & des dents lui apprit en même temps que l'individu étoit d'une taille gigantesque, & plus que double de celle des plus grands éléphans aſiatiques; en un mot, qu'il appartenoit à une race qui n'exiſte plus aujourd'hui.

La direction dans laquelle on trouva le ſquelette étoit du nord au ſud: la profondeur à laquelle il étoit enfoui, étoit de 5 ou 6 palmes romaines, & par conſéquent très-peu conſidérable. Il repoſoit ſur un lit de matières volcaniques très-peu compactes, ſemblables à une pouzzolane endurcie, & dans laquelle étoit diſſéminée une grande quantité de leucites. La terre qui recouvroit le ſquelette, étoit calcaire, mêlée d'un peu de terre végétale.

En examinant plus attentivement ces dents foſſiles, on y diſtingue deux ſubſtances très-diſtinctes: l'une eſt très-blanche, peu dure, opaque comme de l'argile, & happant fortement à la langue. L'autre eſt demi-transparente, plus dure, luiſante, d'un jaune pâle, ſemblable à la corne, & s'étend depuis la racine de la dent jusqu'à ſa ſuperficie.

Le docteur Morecchini, profeſſeur de chimie au collége de la Sapience à Rome, procéda à l'analyſe chimique de ces deux ſubſtances, & trouva que parmi leurs principes conſtituans le fluate de chaux ſe trouve à côté du phosphate calcaire.

Cette découverte eſt très-importante. Car l'acide fluorique étant au nombre de ceux dont le radical eſt encore inconnu, ce fait pourroit nous autoriſer à penſer que la nature a opéré ici une converſion de l'acide phosphorique en acide fluorique, & que par conſéquent nous ſerions en droit d'enviſager l'acide fluorique comme n'étant qu'une modification de l'acide phosphorique.

Il étoit donc à déſirer que cette découverte fût ſoumiſe à un examen ultérieur, & j'ai mis d'autant plus d'empreſſement à me prévaloir de l'occaſion qui s'eſt offerte à moi de ſoumettre à l'analyſe chimique ces dents foſſiles, dont on m'a envoyé de Rome une quantité aſſez conſidérable, pour y avérer avec certitude l'exiſtence de l'acide fluorique.

M. Morecchini ayant fait l'obſervation que la ſubſtance demi-transparente, ſemblable à la corne, & ſe diſtinguant par ſa dureté, contient une plus grande abondance d'acide fluorique que la ſubſtance blanche opaque & friable, je les traitai ſéparément. Je pris 120 grains de chacune d'elles, je les triturai avec ſoin, & je les délayai avec parties égales d'acide ſulfurique concentré, & les portai dans deux creuſets de platine. Au moment même il s'éleva de chaque creuſet d'abondantes vapeurs blanches qui ſe dégagèrent avec effervescence, & qui préſentoient une odeur animale, mêlée à l'odeur poignante propre au gas fluorique. Je couvris les creuſets de plaques de verre enduites de cire, ſur laquelle j'avois tracé des caractères avec un poinçon. Ayant enlevé ces plaques au bout d'une demi-heure, & fait diſparoître l'enduit de cire, je trouvai que ſur l'une & l'autre les caractères étoient gravés dans le verre, tout auſſi nettement & auſſi profondément que ſi j'euſſe employé du fluate de chaux natif au lieu de la ſubſtance foſſile en queſtion.

Le réſidu de ces deux expériences fut détrempé d'eau; la liqueur fut dépouillée de ſon ſulfate de chaux à l'aide de la filtration, puis neutraliſée par le carbonate d'ammoniaque, filtrée & miſe criſtalliſer jusqu'à ſiccité. Le ſel provenu de cette opération, chauffé au rouge dans un creuſet de platine, donna un réſidu fixe d'apparence vitrée, & ſe trouva être de l'acide phosphorique pur.

Ces expériences confirment la découverte de M. Morecchini touchant l'exiſtence de l'acide fluorique dans les dents foſſiles d'éléphant, & ſa coexiſtence avec l'acide phosphorique.

Or comme dans l'état actuel de nos connoiſſances nous ne ſommes point fondés à ranger l'acide fluorique parmi les élémens des corps or-

ganiſés animaux, ce fait ſemble confirmer l'aperçu énoncé au commencement de ce mémoire, que durant un laps de temps indéterminé, & équivalent peut-être à pluſieurs milliers d'années *), il s'eſt opéré une converſion partielle de l'acide phoſphorique en acide fluorique. Il ſera très-important d'examiner ſous ce point de vue pluſieurs autres os foſſiles pour y avérer également l'exiſtence de l'acide fluorique.

*) On ne ſauroit attribuer à ce ſquelette une origine plus récente, comme le public de Rome paroît y incliner, en la rapportant à quelqu'éléphant qui auroit ſuivi l'expédition d'Hannibal; ce qui conſpire à prouver le contraire, c'eſt que ſelon Morozzo, la ſtructure organique de ces dents démontre qu'elles ont appartenu à un individu de race aſiatique & non point de race africaine.

Analyſe chimique de la véritable terre de Lemnos.

PAR M. KLAPROTH *).

Traduit de l'allemand.

La terre lemnienne qui dès les temps d'Homère étoit connue comme un médicament très-efficace, ſurtout dans les maladies contagieuſes, a conſervé jusqu'à aujourd'hui une grande réputation dans tout l'Orient. Quelques anciens placent ſans doute d'autres terres médicamenteuſes à côté de celle dont il s'agit, & en parlent ſous la même dénomination; mais il eſt bien décidé qu'elles diffèrent de la véritable terre lemnienne par leur conſtitution propre & par le mode de leur application au traitement des maladies. Le paſſage ſuivant de Galien (De ſimpl. med. facult. Lib. IX.) ſuffit pour le prouver. „Tres ejus (terrae lemniae) ſignantur differentiae, una quam poſuimus terrae ſacrae, quam alii nemini praeter unam ſacerdotem contingere fas eſt: altera vero ejus quae revera miltos eſt ſive rubrica; utuntur autem eâ potiſſimum fabri: demum tertia ejus extergit, qua utuntur qui lintea et veſtes lavant, quibus utique collibitum eſt." De ces trois eſpèces, la dernière appartient à l'eſpèce de terre dont Pline parle ſous le nom de *cimolia*; laquelle ſervoit aux foulons pour nettoyer & dégraiſſer les draps, & dont j'ai donné l'analyſe ſous le nom de *Cimolithe* dans un précédent mémoire chimico-minéralogique. La ſeconde eſpèce que Galien nomme *Miltos* ou *Rubrica*, paroît, ainſi que l'indique le nom & la de-

*) Lu le 1 mai 1804.

ſtination qu'il lui attribue, coïncider avec notre ſanguine ou crayon rouge.

Quant à la première eſpèce qui fait proprement le ſujet de ce mémoire, elle étoit la véritable terre ſigillée des anciens; car dès les plus anciens temps on ne la mettoit dans le commerce que munie d'un ſceau, de là vient auſſi qu'on l'appeloit *ſphragis* (ſigillum). Le cachet que les anciens imprimoient ſur les petites maſſes ou pains que l'on en formoit pour la mettre dans le commerce, repréſentoit ſelon Dioscoride une chèvre.

Aujourd'hui encore on n'exploite cette terre dans l'île de Stalimene (l'ancienne Lemnos) qu'à un ſeul jour de l'année, c'eſt-à-dire le 15 août, auquel tombe chez les Grecs la fête de l'Aſſomtion de la Vierge. Cette fouille ſe fait avec des cérémonies religieuſes, en préſence des habitans & ſous la préſidence des autorités conſtituées eccléſiaſtiques & civiles. La terre exploitée & miſe en maſſes d'une once peſant, eſt formée en ſphérules ſpirales, & marquée d'un ſceau qui exprime le nom turc que cette ſubſtance porte dans l'Orient.

La couleur propre à cette véritable terre lemnienne eſt d'un gris blanchâtre, marbré ſur la ſurface liſſe de taches couleur de rouille. Sa caſſure eſt terreuſe & ſablonneuſe. La ſubſtance en eſt friable, maigre au toucher, ne happant que foiblement à la langue.

Jetée dans l'eau elle s'y diſſout aiſément, avec une légère efferveſcence, en une maſſe peu cohérente, mais non ſuſceptible d'être façonnée en ouvrages de l'art plaſtique.

A.

a) 100 grains de cette terre furent chauffés au rouge dans un creuſet de platine. La perte ne fut que de $8\frac{1}{2}$ grains, & la couleur avoit paſſé au brun cannelle.

b) Portée ſur un charbon & pouſſée au chalumeau, cette terre ſe durcit par le feu: mais elle n'arrive pas à la fuſion. En la pouſſant au feu le plus ſoutenu, elle ne préſente ſur ſa ſurface qu'une légère vitrification.

B.

a) 100 grains furent broyés en poudre très-fine, mêlés avec 100 grains de potaſſe cauſtique en liqueur, tenant moitié de ſon poids d'alcali; le mélange fut inſpiſſé à ſiccité, & chauffé modérément. La maſſe détrempée d'eau fut ſurſaturée d'acide marin, & évaporée à ſiccité au bain de ſable. Après l'avoir rediſſoute dans beaucoup d'eau, on raſſembla la terre ſiliceuſe, on l'édulcora, & on la calcina après l'avoir réduite à ſiccité. Cette terre peſoit 66 grains.

b) La liqueur fut mêlée d'ammoniaque liquide, le précipité brun-clair qui en réſulta fut porté ſur le filtre & édulcoré. En portant du carbonate de potaſſe dans la liqueur qui demeura après cette précipitation, il ſe forma par l'addition de la chaleur, un foible précipité de terre calcaire qui peſoit après la calcination $\frac{1}{4}$ de grain.

c) Le précipité brun fut bouilli avec de la potaſſe cauſtique, & après enſuite l'avoir délayé de beaucoup d'eau, la portion non diſſoute fut ſéparée par le filtre. La liqueur alcaline ayant été ſurſaturée d'acide muriatique & précipitée par le carbonate de potaſſe, donna $14\frac{1}{2}$ grains de terre alumineuſe édulcorée & calcinée.

d) La portion demeurée en réſidu après l'application de la potaſſe cauſtique, conſiſtoit en $6\frac{1}{4}$ grains d'un oxide de fer brun. Ce réſidu fut mêlé d'acide ſulfurique, & après l'inſpiſſation pouſſé à un feu violent durant $\frac{1}{2}$ heure, puis édulcoré après le refroidiſſement. L'eau employée à cette édulcoration donna après l'évaporation $1\frac{1}{2}$ grains de ſulfate de magnéſie, ce qui correſpond à $\frac{1}{4}$ de grain de magnéſie. Il reſtoit par conſéqent 6 grains pour l'oxide de fer.

C.

100 grains de terre lemnienne lévigée furent mêlés avec 150 grains d'acide ſulfurique concentré, puis inſpiſſés jusqu'à ſiccité. La maſſe ainſi deſſéchée fut élixiviée & filtrée. La ſolution fut ſaturée d'ammoniaque cauſtique, puis filtrée. La liqueur qui avoit paſſé le filtre fut évaporée, & le réſidu pouſſé à un feu modéré dans un creuſet de

platine. Après la volatiliſation du ſulfate d'ammoniaque, il demeura 8 grains d'un ſel neutre, conſiſtant en ſulfate de ſoude, auquel correſpondent $3\frac{1}{2}$ grains de ſoude.

D.

Pour ſavoir ſi la ſoude trouvée dans ces expériences exiſte dans le foſſile dans un état de non-combinaiſon, ou bien ſous la forme de muriate de ſoude, je traitai ~~cent grains~~ de cette terre avec de l'acide nitrique pur dans lequel je les fis bouillir par une digeſtion long-temps ſoutenue. Après l'édulcoration par l'eau je portai la maſſe ſur le filtre, & la ſolution claire fut mêlée de nitrate d'argent. Mais il ne ſe forme aucun précipité; ſeulement la liqueur prit un coup-d'œil louche & légèrement opaliſant: puis, dans la chaleur, elle laiſſa dépoſer quelques atomes d'une matière noirâtre, mais il fut impoſſible de la raſſembler.

La véritable terre de Lemnos contient donc ſur 100 parties

Silice	B.	*a*)	- -	66
Alumine		*c*)	- -	14, 50
Oxide de fer		*d*)	- -	6
Chaux		*b*)	- -	0, 25
Magnéſie		*d*)	- -	0, 25
Soude	C.		- -	3, 50
Eau	A.	*a*)	- -	8, 50
				99.

La terre de Lemnos dont j'ai parlé ici, ne doit point être confondue avec la ſubſtance qui dans le commerce porte le même nom, mais que les minéralogiſtes déſignent par le nom de Bol, & qui ſe rencontre d'ordinaire en forme de nids dans le Baſalte & dans la Wacke baſaltique. (Baſaltiſche Wacke).

Analyſe de la Topaſe.

PAR M. KLAPROTH *).

Traduit de l'allemand.

Entre un grand nombre d'exemples d'erreurs de nomenclature, qui ont régné dans la minéralogie, on peut citer la Topaſe. Il eſt bien prouvé que ce que nous appelons aujourd'hui de ce nom, n'eſt pas la ſubſtance connue ſous ce nom par les anciens, mais qu'ils lui donnoient le nom de Chryſolithe; tandis qu'au contraire notre Chryſolithe ou Péridot, étoit la Topaſe des anciens. Il eſt d'autant plus difficile d'expliquer cette permutation de dénominations, que le mot chryſolithe (ou pierre d'or ſuivant l'étymologie) emprunté de la couleur jaune de ce foſſile, eſt ſi éminemment propre à déſigner la topaſe orientale, la ſeule que les anciens connoiſſent, tandis que la même dénomination convient ſi peu à notre Chryſolithe, dont la couleur eſt d'un vert-piſtache. Quoi qu'il en ſoit, cette permutation de noms eſt un fait, elle a eu lieu, & ſe trouve en quelque ſorte conſacrée dans les ſyſtèmes de minéralogie.

La topaſe appartient aux foſſiles criſtalliſés dont il eſt le plus facile d'aſſigner les caractères extérieurs, & qu'il eſt par conſéquent aiſé de diſtinguer des autres ſubſtances qui dans la vie commune portent quelquefois le même nom, tels que ſont le criſtal de roche jaune ou brun de cannelle, le ſpath-fluor jaune & d'autres ſemblables. Quant aux principes chimiques qui conſtituent la topaſe, & aux proportions dans

*) Lu le 22 novembre 1804.

dans lesquelles elles y existent, il restoit encore, on doit en convenir, bien des choses à déterminer.

Outre les caractères extérieurs allégués dans tous les systèmes de minéralogie, tels que sont les stries longitudinales sur les pans latéraux, & la texture en lamelles parfaitement planes de la cassure transversale, la topase se distingue encore de toutes les autres pierres dures, par la manière dont elle se comporte au feu. En effet, exposée à une chaleur d'incandescence blanche, elle perd d'abord toute son apparence extérieure, elle est devenue friable, d'un blanc terne, opaque, ayant une cassure terreuse, avec des stries déliées longitudinales, offrant le plus souvent des écailles très-minces éclatées de la surface. Ce changement d'apparence extérieure est accompagné d'une perte de poids très-considérable, & telle qu'on la voit rarement dans les gemmes ou pierres précieuses.

J'ai rendu compte il y a plusieurs années de ces changemens notables, que la topase éprouve par l'action du feu *). Les expériences que j'avois faites alors, donnoient par un résultat moyen, tant pour la Topase de Saxe, que pour celle du Brésil, une perte de poids de 0,20. Les mêmes expériences répétées depuis, m'ont donné dans diverses circonstances, tantôt un peu plus, tantôt un peu moins de perte, mais je ne l'ai jamais trouvée moindre que 0,15.

Les altérations que les caractères extérieurs de la topase éprouvent par l'action du feu, ont déjà été observés par Pott **). Il dit avec beaucoup de raison, que le feu le plus violent n'est pas capable de l'amener à la fusion: que néanmoins sa consistance est fort altérée par cette action très-long-temps prolongée & très-intense, puisque la topase y perd totalement sa transparence & son éclat; elle prend une couleur laiteuse, l'adhérence des parties est diminuée, la pierre s'ex-

*) *Essai sur l'action du feu du four à porcelaine sur un grand nombre de pierres & de terres*, dans mes *Beyträge zur chemischen Kenntniss der Mineralkörper*, Tome 1, 1795, page 32.

**) Expériences pyrotechniques sur la topase de Saxe, par M. Pott. Dans l'Histoire de l'Académie des Sciences, année 1747, pag. 46.

folie, devient friable & revêt l'apparence du gypſe calciné. Quant à la diminution conſidérable qu'éprouve le poids de la Topaſe, Pott n'en fait point mention, & ſemble par conſéquent n'y avoir fait aucune attention.

Excité par le déſir d'avérer la cauſe de cette perte de poids, & la nature propre de la ſubſtance volatiliſée par le feu, j'ai fait un grand nombre d'expériences, qui toutes ont confirmé l'opinion que j'avois conçue, que cette ſubſtance n'eſt autre choſe que l'acide fluorique.

Mon hypothèſe ſe fondoit principalement ſur un phénomène aperçu par Margraf *) dans ſon travail ſur la Topaſe de Saxe. Ce chimiſte rapporte le phénomène en queſtion, ſans ramener à ſa véritable cauſe, ce qui lui étoit impoſſible, l'acide fluorique n'ayant été découvert, que dix ans après l'époque du travail dont il s'agit. Quoi qu'il en ſoit, ce chimiſte rapporte, qu'ayant verſé dans une cornue de l'acide ſulfurique concentré ſur de la Topaſe réduite en poudre, & ayant procédé à la diſtillation, il ſe forma dans le col de la cornue un ſublimé qui diſparut enſuite, par le paſſage continué des vapeurs qui l'entraînèrent ultérieurement dans le récipient, qui en perdit ſa transparence.

Quant au réſultat des analyſes que Margraf a faites de la Topaſe de Saxe, il en réſulte que ce foſſile a pour principes dominans l'alumine & la terre calcaire.

Les réſultats de Torbern Bergman **) ſont beaucoup plus précis; cent parties de la Topaſe de Saxe ſeroient compoſées de

Silice	- -	39
Alumine	- -	46
Chaux	- -	8
Fer	- -	6
		99.

Wiegleb ***) dans ſon analyſe de la Topaſe de Saxe dit qu'une once de cette pierre contient:

*) *Recherches chymiques ſur la Topaſe de Saxe*, par M. Margraf. Dans les *Nouveaux Mémoires de l'Académie des Sciences*, année 1776. pag. 73.

**) Opuscul. phyſic. & chemic. Vol. II. Upſal 1786. pag. 96.

***) V. Crell *Chemiſche Annalen.* I. B. 1786.

Silice	-	-	251
Alumine	-	-	214
Chaux	-	-	12
Fer	-	-	$1\frac{1}{2}$
			$478\frac{1}{2}$ grains.

Enfin la plus récente analyse, que nous ayons de la Topaſe de Saxe, eſt celle dont M. Vauquelin *) a publié les détails. Selon lui, cent parties de Topaſe blanche de Saxe contiennent:

Silice	-	-	31
Alumine	-	-	68
			99.

Nous ne poſſédons encore aucune analyſe de la Topaſe du Bréſil. Je n'ignore pas à la vérité, que l'on trouve dans Delametherie théorie de la terre, T. II. p. 239 (édition de 1797) une prétendue analyſe de la Topaſe du Bréſil, qui m'eſt attribuée, & ſelon laquelle ce foſſile contiendroit *alumine* 71,5; *ſilice* 18; *chaux* 6; *oxide de fer* 1,5. Mais ce n'eſt-là qu'un exemple entre pluſieurs autres, des mépriſes qui échappent aux écrivains françois, quand ils citent mes analyſes. En effet, celle rapportée ici appartient au *Chryſoberille* ou *Cymophane*. Mais ce qui m'étonne davantage, c'eſt qu'un ouvrage qui vient de paroître en Allemagne même, ait adopté cette erreur. Voy. *Klaſſification der mineralogiſch-einfachen Foſſilien, nach ihren Beſtandtheilen*, par *Titius*, Leipzig 1805. Quant à celle de Sibérie, elle a été analyſée par M. Lowitz, & il y a trouvé les élémens ſuivans:

Silice	-	-	-	46, 15
Alumine	-	-	-	46, 15
Eau?	-	-	-	0, 70
Oxide de fer, un foible veſtige				
				93
			Perte	7
				100.

*) Journal des mines. No. 24. Fructidor an IV. pag. 1.

Je vais rapporter maintenant les expériences, par lesquelles j'ai cherché à conſtater la nature des principes chimiques de la Topaſe, tant du Bréſil, que de celle de Saxe.

A. *Topaſe de Saxe.*

Cette Topaſe ſe trouve au Schneckenſtein proche Auerbach dans le Voigtland. Je ſoumis à l'analyſe des exemplaires choiſis, purs, d'un jaune vineux clair & bien criſtalliſés. Peſanteur ſpécifique 3, 545.

1. Cent parties de ce foſſile groſſièrement concaſſé furent miſes dans une petite cornue de verre bardée & aboutiſſant à un appareil à mercure. On chauffa jusqu'au ramolliſſement de la cornue. Il ne paſſa que l'air des vaiſſeaux, ſans aucun autre produit volatil apperceptible. La Topaſe n'avoit éprouvé aucun changement, & la diminution de ſon poids étoit à peine ſenſible.

La même Topaſe fut enſuite miſe dans un creuſet muni de ſon couvercle, & expoſée dans la forge durant une heure à l'action d'un fort ſoufflet. Le creuſet fut durant tout ce temps tenu au rouge blanc. La Topaſe offroit après cette action du feu une couleur blanche, & étoit devenue friable: elle avoit éprouvé une perte de poids de 22 pour cent.

2. 300 grains de Topaſe broyée en poudre furent mêlés à une once d'acide ſulfurique étendue de deux onces d'eau, & diſtillés jusqu'à ſiccité dans une cornue. Vers la fin de l'opération, la dernière portion de liquide qui paſſa, entraîna avec elle une ſubſtance qui tapiſſa le col de la cornue. En examinant de plus près cette ſublimation, on trouva que l'intérieur du col de la cornue étoit corrodé préciſément de la même manière que dans la diſtillation de l'acide fluorique.

3. 200 grains de Topaſe en poudre fine furent projetés dans une once de nitrate de potaſſe, tenu en fuſion dans un creuſet de platine. Je n'obſervai aucun phénomène particulier. Le mélange offrit une fuſion tranquille, jusqu'à ce qu'il ſe concrétât finalement en conſiſtance ſolide. La maſſe alcaline fut détrempée d'eau, & neutraliſée

par l'acide nitrique. On verſa de l'eau de chaux dans la ſolution claire qui avoit paſſé le filtre. Il ſe fit auſſitôt un précipité blanc, qui préſenta tous les caractères du fluate de chaux.

4. 100 parties de Topaſe en poudre fine furent mêlées à 400 parties de nitrate de baryte, & fondues dans un creuſet de platine. La maſſe fut broyée, portée dans une grande quantité d'eau, puis mêlée d'acide ſulfurique, jusqu'à ce que cet acide fût dominant. On ſurſatura enſuite par l'ammonique, & on filtra la liqueur. Après qu'elle eut paſſé claire, on l'évapora jusqu'à conſiſtance d'un ſel concret. Ce dernier ſe volatiliſa complètement par l'incandescence, ſans laiſſer aucun ſel neutre fixe.

5. *a*) 200 grains de Topaſe pulvériſée groſſièrement au mortier d'acier, furent enſuite lévigés avec de l'eau au mortier de pierre à fuſil. Ayant enſuite ſéché cette poudre, elle ſe trouva avoir acquis 4 grains en poids, portée dans le creuſet d'argent avec 3 onces de potaſſe cauſtique en liqueur tenant parties égales de potaſſe & d'eau; après l'inſpiſſation, la maſſe ſéche fut tenue modérément en incandescence durant une heure. Cette maſſe d'un gris blanc fut enſuite détrempée d'eau, & ſurſaturée d'acide muriatique: il en réſulta une ſolution limpide d'un jaune paille. Cette ſolution évaporée à conſiſtance d'un ſel ſec, & délayée enſuite dans beaucoup d'eau, laiſſa ſur le filtre de la ſilice; laquelle ayant été élixiviée d'abord par de l'eau aiguiſée d'acide muriatique, puis par de l'eau pure, enſuite ſéchée & chauffée au rouge, & enfin peſée encore chaude, équivaloit à 74 grains. Déduction faite des 4 grains provenans du mortier de Silice, il reſte 35 pour cent de cette terre, retirée de la Topaſe.

b) La ſolution muriatique fut précipitée bouillante par le carbonate de potaſſe. Le précipité parfaitement édulcoré & ſéché peſoit 218 grains.

c) 109 grains de ce précipité, faiſant la moitié de la quantité précédente, furent rediſſous dans l'acide muriatique, & la ſolution fut éprouvée par l'oxalate de potaſſe, mais il n'y eut point de précipita-

tion. On ajouta enſuite de la potaſſe cauſtique jusqu'à ſurſaturation, & l'on fit bouillir le mélange; par cette opération tout fut rediſſous, à l'exception de quelques flocons d'oxide de fer à peine perceptibles. La ſolution alcaline fut de nouveau ſurſaturée d'acide muriatique, puis précipitée par le carbonate de potaſſe. Le précipité obtenu fut rediſſous dans l'acide ſulfurique, & donna par l'addition de l'acétate de potaſſe, des criſtaux d'alun pur.

d) La ſeconde moitié du précipité *b*) fut mis en digeſtion avec de l'acide acétique diſtillé. Cet acide ayant enſuite été neutraliſé par du carbonate d'ammoniaque, on recueillit le précipité ſur le filtre, on l'édulcora, le ſécha & le chauffa au rouge. Il ſe trouva peſer 59 grains, & préſenta tous les caractères de l'alumine.

e) La liqueur demeurée en réſidu après la précipitation de la terre, fut concentrée par évaporation. La potaſſe qui y dominoit, fut neutraliſée par l'acide muriatique; l'addition d'une abondante quantité d'eau de chaux y produiſit un précipité floconneux, qui par des épreuves ultérieures ſe trouve être du fluate de chaux. En le traitant par l'acide ſulfurique concentré, il émit auſſitôt du gas acide fluorique en vapeurs blanchâtres & piquantes, qui attaquèrent avec beaucoup d'énergie une plaque de verre enduite de cire, ſur laquelle on avoit tracé des traits avec un poinçon. Cette délinéation ſe trouva gravée dans le verre.

Cette dernière épreuve jointe aux précédentes, met hors de tout doute l'exiſtence de l'acide fluorique dans la Topaſe. Il ne manquoit qu'une détermination préciſe de la quantité de cet acide. Je crois néanmoins avoir apporté à cette analyſe une attention aſſez ſcrupuleuſe, pour que le déchet qu'on éprouve néceſſairement dans ce genre d'opérations, ne ſe monte ſûrement pas au-delà d'une partie ſur cent, & je me crois autoriſé, en attendant une preuve plus directe à regarder les cinq autres parties qui manquent en ſus, comme étant l'expreſſion de cette quantité d'acide fluorique.

C'eſt dans cette ſuppoſition que je détermine les proportions ſuivantes des élémens de la Topaſe jaune-clair du Schneckenſtein:

Silice	*a*)	- -	35
Alumine	*d*)	- -	59
Acide fluorique	*e*)	- -	5
Oxide de fer	*c*)	un ſoupçon	
		Perte	1
			100.

Quant à la terre calcaire, dont Margraf, Bergman & Wiegleb font mention comme d'un des principes conſtituans de la Topaſe, je n'en ai pas trouvé la moindre trace, non plus que M. Vauquelin. Ce qui frappe le plus, c'eſt que Bergman en ait porté la quantité à 8 pour cent. Vauquelin ſuppoſe avec beaucoup de vraiſemblance que cette erreur eſt provenue de ce que Bergman a pris de la terre calcaire toute la portion que l'acide acétique avoit diſſoute, lorsqu'il eut mis tout le précipité terreux en digeſtion avec cet acide. Mais d'une autre part on ne peut disconvenir que Margraf a réellement obtenu de la terre calcaire dans ſon analyſe, puisque l'addition de l'acide ſulfurique lui donna une véritable ſélénite. Or d'où pouvoit provenir cette terre, ſi l'on ſuppoſe qu'elle n'étoit pas réellement contenue dans la Topaſe? La réponſe à cette queſtion n'eſt pas difficile: elle provenoit certainement du mortier de verre dans lequel Margraf avoit lévigé ce foſſile.

B. *Topaſe du Bréſil.*

La Topaſe du Bréſil ſe diſtingue de celle de Saxe par quelques modifications de la criſtalliſation, mais ſurtout par ſa couleur jaune de miel, & par la propriété qu'elle a de changer par une forte calcination cette couleur en roſe: c'eſt dans cet état que les joailliers la ſubſtituent quelquefois au Spinell ou Rubis-balais. Quand on ſoumet le foſſile à l'incandescence blanche, durant un temps conſidérable, il finit par perdre entièrement ſa couleur; du reſte, il ſubit par cette opération les mêmes modifications & la même perte de poids abſolu que la Topaſe de Saxe.

J'ai trouvé la peſanteur ſpécifique de ce foſſile = 3, 540.

1. 400 grains de Topaſe du Bréſil en poudre fine furent mis dans une cornue de verre avec 600 grains d'acide ſulfurique concentré, & diſtillés à ſiccité. On aperçut diſtinctement l'éroſion que le liquide diſtillé opéroit à ſon paſſage ſur les parois du col de la cornue, à l'inſtar de l'acide fluorique. Les gouttes en tombant paroiſſoient troubles & blanchâtres, & communiquoient cette même apparence à l'eau qu'elles rencontroient dans le récipient. Au-deſſous du bec de la cornue il ſe forma petit à petit une couche ſiliceuſe ſi forte, que les gouttes même les plus fortes qui paſſèrent enſuite dans le cours de la diſtillation, étoient ſupportées par elle. Quand cette opération fut terminée, on trouva que l'intérieur de la voûte, & du col de la cornue, avoit perdu tout ſon poli par cette éroſion.

La liqueur contenue dans le récipient fut dépouillée d'abord de ſa terre ſiliceuſe par la filtration, puis neutraliſée par le carbonate de potaſſe: elle donna le précipité fuſible ordinaire, compoſé d'acide fluorique, de terre ſiliceuſe & de potaſſe.

Le réſidu de la diſtillation contenu dans la cornue fut traité par l'eau bouillante. La liqueur filtrée donna par l'évaporation une maſſe ſaline irrégulièrement criſtalliſée d'alumine ſulfatée, qui par l'addition de la potaſſe adopta les formes propres à l'alun.

2. *a*) 200 grains de Topaſe du Bréſil furent lévigés dans le mortier de ſilex, & en détachèrent ſix grains. Le foſſile ainſi pulvériſé fut mis dans un creuſet d'argent avec 3 onces d'une ſolution caûſtique de potaſſe, tenant parties égales d'eau & de ce ſel. Évaporée & chauffée au rouge, la maſſe fut détrempée d'eau & ſaturée d'acide muriatique, par l'intermède duquel elle fut diſſoute complètement, & donna une ſolution parfaitement limpide & preſque ſans couleur. Cette ſolution ayant été évaporée, la maſſe ſaline réduite à ſiccité fut de nouveau rediſſoute dans l'eau, & la ſilice qui s'en ſépara fut reçueillie ſur le filtre, édulcorée, ſéchée & rougie. Elle peſoit dans cet état 89 grains.

b) La

b) La liqueur muriatique dépouillée de la ſilice fut mêlée d'oxalate de potaſſe, mais ſans qu'il en réſultât aucune altération dans ſa limpidité. On la précipita bouillante par le carbonate de potaſſe. Le précipité édulcoré & ſéché fut réparti en deux portions.

c) La première moitié fut rediſſoute dans l'acide muriatique, & précipitée par la ſolution de potaſſe cauſtique. Après l'addition d'une nouvelle doſe de potaſſe, par laquelle le précipité fut rédiſſout, on mit le tout en digeſtion. Il ſe ſépara de l'oxide de fer peſant à $\frac{1}{2}$ grain. La terre enlevée enſuite à la ſolution alcaline, traitée ultérieurement par l'acide ſulfurique & la potaſſe, donna des criſtaux d'alun.

d) La ſeconde moitié du précipité fut miſe en digeſtion avec l'acide acétique diſtillé; neutraliſée enſuite par l'ammoniaque cauſtique, la terre obtenue fut raſſemblée ſur le filtre, édulcorée, ſéchée & rougie. Elle peſoit 48 grains. Déduction faite d'un demi-grain d'oxide de fer (voyez *c*) il demeura $47\frac{1}{2}$ grains d'alumine pure.

e) La liqueur demeurée en réſidu après la précipitation (voyez *b*) fut mêlée aux eaux d'édulcoration, puis concentrée par l'évaporation. L'alcali dominant fut neutraliſé par l'acide nitrique, puis traitée avec une abondance ſuffiſante d'eau de chaux. Le précipité de fluate de chaux obtenu par ce procédé, peſoit après ſa parfaite déſiccation 29 grains. Ce ſel terreux fut mêlé d'acide ſulfurique concentré, dans une petite baſſine de platine; le dégagement de gas acide fluorique eût lieu inceſſamment & laiſſa des traces manifeſtes ſur la plaque de verre, dont on couvrit la baſſine. Le réſidu de cette opération fut rougi, & donna 35 grains de ſulfate de chaux pour produit. Or dans cette quantité de ſulfate calcaire calciné, la terre calcaire équivaut à 15 grains. En déduiſant ceux-ci des 29 grains de fluate de chaux ſusmentionnés, reſtent 14 grains, que je regarde dans ce moment, & jusqu'à ce que des expériences directes ayent rectifié cet aperçu, comme la quantité réelle d'acide fluorique contenue dans le foſſile, dont les élémens ſeroient donc:

Silice	*a*)	- -	44, 50
Alumine	*b*)	- -	47, 50
Oxide de fer	*c*)	- -	0, 50
Acide fluorique	*e*)	- -	7
		Perte	0, 50
			100.

L'acide fluorique eſt certainement celui de ces principes conſtituans, qui ſe volatiliſe par une incandescence continuée, & produit la diminution de poids abſolu, ainſi que la friabilité du réſidu. Mais l'acide ſeul ne rend pas raiſon de toute la diminution du poids; il entraîne ſûrement avec lui une partie de l'élément terreux auquel il communique ſa volatilité. Les degrés & la durée de l'incandescence influent auſſi ſur l'effet produit; enfin il eſt important de remarquer, que la Topaſe calcinée dans un creuſet de charbon, éprouve d'ordinaire une perte plus conſidérable, que celle que l'on traite dans un creuſet d'argile. Ainſi dans quatre expériences, la Topaſe de Saxe perdit dans le creuſet d'argile [a] 0, 15 [b] 0, 17 [c] 0, 185 [d] 0, 20; dans le creuſet de charbon [a] 0, 20 [b] 0, 22 [c] 0, 26 [d] 0, 30. J'ai obſervé le même phénomène en traitant la Topaſe de Sibérie de la montagne *Adont-Scholon* proche *Nertſchinsk*, dont la peſanteur ſpécifique eſt 3, 540. A feu égal, elle perdit au creuſet de charbon: 0, 17, au creuſet d'argile: 0, 26.

Je ſoumis une Topaſe orientale toute gravée dont la couleur étoit d'un jaune doré, & dont on pouvoit douter, ſi elle étoit une véritable Topaſe & non point une hyacinthe ou un ſpinel, à l'épreuve du feu dans un creuſet de charbon. En la retirant enſuite, je la trouvai blanche par la calcination opaque, matte à l'intérieur, tandis que la ſurface extérieure étoit glacée comme de la porcelaine: la pierre n'avoit point de gerçures, & avoit perdu 0, 22 par l'action du feu. Ce réſultat prouve ſans réplique que l'objet en queſtion étoit une véritable Topaſe.

Analyſe chimique de l'Ochroïte.

PAR M. KLAPROTH *).

Traduit de l'allemand.

1. SECTION.

Le foſſile qui fait l'objet des recherches analytiques dont je vais rendre compte, & auquel j'ai donné, en attendant, le nom d'*Ochroïte* (Ochroïtes) par des raiſons que je déduirai plus bas, ſe rencontre dans la mine dite *Baſtnäs-Grube* proche *Riddarhytta* dans la *Weſtmannie.*

Cronſtedt eſt le premier qui en ait fait mention & en ait donné une deſcription, conjointement avec celle d'un autre foſſile qui exiſte à *Bispberg* dans la Dalecarlie **). Il enviſageoit l'une & l'autre comme deux eſpèces d'un même genre de mine de fer, auquel il donne dans ſes Élémens de Minéralogie le nom de *Pierre peſante* (Tungſtein) & qu'il caractériſe ainſi: *Ferrum calciforme, terrâ quadam incognitâ intime mixtum.*

On ſait que poſtérieurement à cette époque, Scheele fit l'analyſe chimique du *Tungſtein,* & fit connoître ſa véritable conſtitution chimique. Mais ſes recherches ne s'étendirent qu'au Tungſtein couleur de perle qui ſe trouve à Bispberg, & ce n'eſt que par une ſuppoſition gratuite de l'identité des deux foſſiles, que l'on a étendu les

*) Lu le 1 mars 1804.

**) *Abhandlungen der Schwediſchen Akademie der Wiſſenſchaften,* 1751 *p.* 235.

réſultats de l'analyſe du véritable Tungſtein au foſſile exiſtant à Ridderhytta, auquel on a donné d'après cette analogie la dénomination de *Tungſtein rougeâtre.*

Peu de temps après Scheele, d'Elhuyar s'étant occupé de l'analyſe du Tungſtein, & ayant étendu ſon travail à ce dernier foſſile, il s'aperçut que ſes principes conſtituans différoient de ceux du véritable Tungſtein, ainſi que Bergman l'avoit déjà ſoupçonné avant lui. D'Elhuyar aſſigna au Tungſtein rougeâtre les élémens ſuivans:

Chaux	- -	54
Fer	- -	24
Silice	- -	22
		100 *).

C'eſt probablement le réſultat de cette analyſe qui a déterminé M. Kirwan à conſacrer pour ce foſſile la dénomination de *Pierre calcaire rouge-pâle* & de le comprendre dans la catégorie de ſon *Ferricalcit* **).

Selon d'autres notices qui me ſont parvenues, on a cru depuis, que c'étoit la Baryte qui étoit le principe dominant dans ce foſſile.

Quoi qu'il en ſoit de ces diverſes opinions, la ſuite de ce mémoire prouvera que le foſſile en queſtion ne contient ni *Tungſteene* (ou oxyde du Scheelium) ni Chaux, ni Baryte, mais que l'on y rencontre un élément propre qui étoit inconnu jusqu'à ce moment.

2. SECTION.

Caractères extérieurs de ce foſſile.

Sa couleur eſt moyenne entre *rouge cramoiſi, brun de geroſle & brun rougeâtre.*

On le trouve en maſſe, ou diſſéminé dans d'autres foſſiles.

La caſſure récente eſt foiblement luiſante, d'un luiſant gras.

Elle eſt décidément en esquilles très-déliées.

*) *Neüe Abhandlungen der Schwediſchen Akademie der Wiſſenſchaften*, 1784. *p.* 121.

**) *Mineralogie von Kirwan aus dem Engliſchen*, 2 *Ausgabe*, *I. B. p.* 152.

Les fragmens ſont anguleux amorphes, les arêtes peu tranchantes.

Opaque.

Donne un trait blanc tirant ſur le gris; & par la trituration une poudre griſe tirant ſur le rouge.

Médiocrement dur.

Caſſant.

D'une peſanteur extrêmement marquée.

Selon *Cronſtedt*, ſa peſanteur ſpécifique eſt 4,988: quant à moi, je ne l'ai trouvée dans des échantillons parfaitement purs que 4,660.

Il paroît que le Strahlſtein (actinote) l'accompagne dans la mine; on trouve auſſi quelques feuillets de mica diſſéminés dans ſa ſubſtance. Les fragmens ſoumis aux analyſes ſuivantes, ont été ſoigneuſement dégagés de ces corps hétérogènes.

3. SECTION.

Analyſe du foſſile.

A.

a) Un fragment de ce foſſile fut échauffé jusqu'au rouge dans un creuſet de platina. Il perdit par cette calcination 2 pour cent de ſon poids: ſa couleur rougeâtre ſe changea en tirant davantage ſur le brun: mais la forme extérieure n'avoit été altérée en rien.

b) 100 grains de cette pierre lévigée furent expoſés durant une demi-heure à une chaleur plus forte que la précédente. La perte de poids fut de 5 grains; & la poudre avoit pris une couleur plus foncée.

B.

100 grains de ce foſſile furent mêlés à 200 grains de carbonate de chaux, & chauffés au rouge dans un creuſet de platine. Le mélange ne ſe montra point diſpoſé à la fuſion, & on le retira du feu en maſſe friable d'un gris rougeâtre. Broyée & édulcorée par l'eau bouillante, elle fut portée ſur le filtre. Il paſſa une liqueur alcaline

ſans couleur *), qui neutraliſée par l'acide nitrique, demeura parfaitement limpide, ce qui indique qu'elle ne contenoit point d'oxide tungſtique. Pareillement auſſi il n'y eut aucun indice de la préſence d'un acide lorsque cette liqueur fut éprouvée par des ſolutions d'argent, de mercure, de plomb, de fer, de baryte & autres.

Quant à la poudre édulcorée ſur le filtre, elle fut traitée par l'acide nitro-muriatique tenu en digeſtion à la température de l'ébullition durant un temps conſidérable. Après la ſéparation de la terre ſiliceuſe, la ſolution fut ſurſaturée de potaſſe cauſtique, & tenue quelque temps en ébullition. La liqueur alcaline qui paſſa enſuite le filtre fut neutraliſée par l'acide muriatique, & traitée enſuite par le carbonate de potaſſe: mais il ne ſe fit ni précipité ni changement dans la limpidité de la ſolution.

C.

a) 200 grains du foſſile broyé en poudre impalpable furent mis d'abord en digeſtion bouillante avec 2 onces d'acide muriatique, puis mêlés avec une demi-once d'acide nitrique, en ſoutenant la digeſtion encore pendant quelque temps. Lorsque tout parut diſſous à l'exception de la ſilice, cette dernière fut recueillie ſur le filtre, édulcorée & rougie. Elle peſoit 69 grains.

b) La ſolution jaune-paille qui avoit paſſé le filtre, fut d'abord neutraliſée par le carbonate d'ammoniaque, mais ſeulement jusqu'au point où elle auroit pu commencer à ſe troubler, & de ce moment on continua de la traiter par le ſuccinate d'ammoniaque. A chaque inſtillation de ce réactif il ſe forma un précipité caſéeux de couleur

*) En répétant cette expérience j'ai vu l'eau avec laquelle j'avois édulcoré cette maſſe alcaline, prendre une légère teinture verdâtre, mais cette couleur disparut après la filtration. Il paroît que ce léger indice de manganèſe provenoit d'une petite portion d'un foſſile hétérogène fortuitement mêlé au foſſile, tandis que dans les expériences précédentes j'avois mieux réuſſi à obtenir ce dernier dans toute ſa pureté.

blanche, qui ſe rediſſolvoit néanmoins par l'agitation de la liqueur, en ne laiſſant comme précipité permanent qu'un ſuccinate de fer d'un rouge-pâle. Lorsque la précipitation dè ce métal eut été opérée complètement avec les précautions néceſſaires, le précipité fut recueilli, édulcoré, ſéché & bien rougi. La quantité d'oxide de fer ainſi obtenue peſoit 7 grains.

c) La ſolution ainſi dépouillée de fer étoit maintenant claire comme l'eau; elle fut précipitée par l'ammoniaque. Le précipité recueilli ſur le filtre, édulcoré & rougi au feu durant une demi-heure, parut brun de canelle, & peſoit 109 grains.

d) Les eaux d'édulcoration réunies furent précipitées par le carbonate de potaſſe. Le précipité obtenu conſiſtoit en carbonate de chaux, peſant à-peu-près $4\frac{1}{2}$ grains; ce qui répond aux $2\frac{1}{2}$ grains de chaux pure.

Les épreuves ſuivantes prouveront que la terre dont je viens de parler & qui conſtitue en majeure partie le foſſile analyſé, diffère ſous plus d'un rapport de toutes les autres terres anciennement connues. Je la regarde donc comme une terre propre & nouvelle, jusqu'à ce que des expériences ultérieures apportent quelque changement à cet aperçu. La propriété caractériſtique pour cette terre, de revêtir une couleur brune claire par le grillage, m'a déterminé à conſacrer pour elle préalablement la dénomination d'*Ochroïte*, (Ochroita) du grec ὤχρος *jaune tirant ſur le brun*. Ce même nom pourra ſervir à déſigner le foſſile lui-même (Ochroïtes).

Cent parties de ce foſſile de Riddarhytta ſont donc compoſées de

Ochroïte	C.	*c*)	- -	54, 50
Silice		*a*)	- -	34, 50
Oxide de fer		*b*)	- -	3, 50
Chaux		*d*)	- -	1, 25
Eau &c.	A.	*b*)	- -	5
			Perte	1, 25
				100.

4. SECTION.

Rapports & propriétés de la terre Ochroïte.

1. L'Ochroïte s'empare de l'acide carbonique quand elle eſt précipitée par des carbonates alcalins, elle retient également une portion d'eau lors du deſſèchement.

100 grains de cette terre précipitée par le carbonate d'ammoniaque & ſéchée par la chaleur, perdirent 23 grains par la ſaturation avec l'acide nitrique.

100 grains de la même terre perdirent par le grillage 35 grains. Par conſéquent ſur cent parties, il y a:

Terre	- -	65
Acide carbonique	- -	23
Eau	- -	12
		100.

Lorsque la précipitation avoit été opérée par le carbonate de potaſſe, à la température de l'ébullition, il parut que la terre s'étoit combinée à une moindre quantité d'acide carbonique.

2. Cette terre dépouillée de l'eau & de l'acide carbonique par le grillage, revêt conſtamment une couleur brune claire, dont les nuances varient ſuivant que le coup de feu a été plus ou moins fort. Cette propriété appartient eſſentiellement à cette terre, & ne réſulte d'aucun mélange fortuit de fer ou de manganèſe.

3. Ren-

3. Renfermée dans un creuſet de charbon & pouſſée au feu du four à porcelaine, cette terre n'éprouva aucun changement ultérieur, & offrit après comme avant, l'apparence d'une poudre brune deſtituée de cohérence.

4. Expoſée ſur un charbon à la flamme du chalumeau, elle arrive à l'incandescence en émettant une lumière vive.

Le ſel phosphorique s'incorpore cette terre par la fuſion, mais il n'en opère point la ſolution. Le mélange agglutiné préſente des marbrures très-fines d'un jaune-citron.

Le borax ne diſſout pas non plus cette terre: elle ne fait que ſe mêler en nuages floconneux avec le verre de borax qui demeure ſans couleur. On doit obſerver néanmoins, que par ce mélange elle perd la couleur brunâtre qu'elle doit au grillage, & ſe montre blanche.

5. Pour connoître les phénomènes que cette terre préſenteroit dans la peinture encauſtique, elle fut mêlée en différentes proportions avec le fondant ordinaire, appliquée à la porcelaine, & paſſée au feu. Les ſurfaces ainſi traitées ſortirent du four avec une teinte brune claire: mais cette couleur n'étoit pas uniformément répandue, d'où l'on doit conclure que la terre n'étoit point arrivée à une fuſion parfaite & homogène par l'action du feu.

6. Lorsque cette terre eſt ſaturée d'acide carbonique, les autres acides la diſſolvent ſans peine & avec effervescence. Les ſolutions neutraliſées qui en réſultent, ſont ſtyptiques. Étendues d'une quantité d'eau ſuffiſante, elles ſont ſans couleur; mais dans l'état de concentration elles tirent ſur le rouge améthyſte clair. Mais lorsque l'ochroïte a été préalablement calcinée, les acides ne l'attaquent que lentement à froid, & les ſolutions, ſurtout la ſolution nitrique, préſentent d'abord une couleur jaune rougeâtre, qui diſparoît enſuite par l'addition d'une plus grande quantité d'eau.

7. La ſolution de cette terre par l'acide ſulfurique eſt ſuſceptible de donner des criſtaux qui affectent d'ordinaire deux modifications diſtinctes. Les criſtaux qui ſe forment dans le ſein même de la ſolution,

ſemblent être une modification de l'octaëdre; ils ont une peſanteur marquée & une couleur améthyſte: ils ne ſe rediſſolvent qu'avec peine dans l'eau, & exigent d'ordinaire par cet effet l'addition d'une petite quantité d'acide ſulfurique. Quant aux criſtaux qui ſe forment contre les parois de l'évaporatoire, ils ſe forment en aiguilles concentriques diſpoſées en groupes étoilés, & ſe rediſſolvent beaucoup plus aiſément dans l'eau.

8. Si l'on mêle une ſolution ſaturée de ſulfate de ſoude à une ſolution concentrée & neutraliſée de cette terre par l'acide nitrique ou muriatique, les deux ſolutions ſe décompoſent mutuellement. Il ſe forme un précipité blanc que l'eau a peine à rediſſoudre, conſiſtant en une combinaiſon de terre ochroïte avec moins d'acide qu'il n'en faut pour produire un ſel ſoluble. En faiſant bouillir ce précipité avec deux fois ſon poids de carbonate de ſoude délayé dans l'eau, on obtient la terre dans ſon état de carbonate. Ce moyen eſt le plus ſûr pour obtenir la terre ochroïte dans ſon plus grand état de pureté, & exemte de tout mélange hétérogène.

9. L'acide ſulfureux opère avec une égale facilité la diſſolution du carbonate d'ochroïte, & donne ainſi des criſtaux en aiguilles d'une couleur améthyſte claire.

10. La ſolution de cette terre par l'acide nitrique montre peu de diſpoſition à la criſtalliſation.

11. La ſolution muriatique au contraire donne des criſtaux prismatiques ſolubles dans l'alcohol, ſans néanmoins qu'ils communiquent à ſa flamme une couleur propre.

12. La ſolution acétique ne donna point de criſtaux, mais ſe prit en une maſſe blanche.

13. Les carbonates alcalins précipitent les ſolutions muriatiques & nitriques, & préſentent la terre ochroïte avec une couleur blanche de lait. Mais les précipités obtenus par les alcalis purs tirent ſur le gris jaunâtre.

14. Le pruſſiate de potaſſe ajouté aux ſolutions neutraliſées, précipite l'ochroïte avec une couleur blanche de lait. Ces précipités ſont enſuite rediſſous complétement par les acides nitrique & muriatique.

Mais ſi la terre employée pour ces diſſolutions, tenoit encore quelque léger veſtige de fer, cette dernière ſubſtance ſe manifeſte par une teinte bleuâtre.

15. La teinture de noix de galle n'opère aucun changement dans ces ſolutions.

16. Le précipité que donne le ſulfure ammoniacal, eſt d'un blanc jaunâtre.

17. De l'eau ſaturée d'hydroſulfure ne produit aucun changement & ne trouble point la ſolution.

18. Les ſuccinates d'alcali précipitent la terre en floccons blancs: l'on doit donc, lorsqu'on ſe ſert de ce réactif pour dégager le fer, s'attacher ſcrupuleuſement à ne point dépaſſer les proportions néceſſaires pour cette fin.

19. Le phosphate de ſoude forme un précipité blanc, que l'acide nitrique & muriatique fait redisparoître.

20. Avec le tartrite de potaſſe, même effet.

21. L'acide oxalique & les oxalates d'alcali donnent auſſi un précipité très-abondant. L'oxalate d'ochroïte qui ſe forme alors, diffère des précipités mentionnés plus haut, en ce que les acides muriatique & nitrique ne les rediſſolvent point, ce qui indique une affinité plus forte pour l'ochroïte.

22. Les alcalis fixes ne diſſolvent point cette nouvelle ſubſtance. Une ſolution concentrée de potaſſe, miſe en digeſtion avec cette terre nouvellement précipitée & encore humide, ſe trouva abſolument libre de tout mélange d'ochroïte. Un carbonate de potaſſe ajouté en excès au précipité d'ochroïte qu'il venoit de former, ne put pas en rediſſoudre la moindre partie.

23. L'ammoniaque exerce un foible pouvoir diſſolvant, mais il paroît que ce n'eſt que ſous certaines circonſtances données. Une ſolution par l'acide nitrique, de 100 grains de carbonate d'ochroïte, que je jugeai tenir encore une légère quantité de fer, fut précipitée par le carbonate d'ammoniaque, puis ſurſaturée avec un grand excédent.

Après quelques jours, durant lesquels le mélange fut fréquemment agité, la liqueur ammoniacale qui offroit une couleur jaunâtre après la filtration, fut complètement neutralisée par l'acide sulfurique, & exposée à une douce chaleur. Cette liqueur se troubla & déposa un précipité gris pesant après la déficcation $1\frac{1}{4}$ grains; lequel redissous ensuite par l'acide nitrique & mêlé de prussiate de potasse, donna un précipité de prussiate de fer. Après que celui-ci eût été écarté par la filtration, le carbonate de potasse précipita encore du liquide peu abondant, qui demeura une petite quantité de terre en floccons blanchâtres.

Ce procédé peut donc être mis en usage pour découvrir & écarter une légère addition de fer encore mêlé fortuitement à la terre.

5. SECTION.

Conséquemment à ces expériences, qui demandent néanmoins d'être suivies ultérieurement, l'ochroïte se rapproche beaucoup de la Gadolinite ou Yttria, puisqu'elle semble pareillement représenter le passage des terres simples aux oxides métalliques.

Les propriétés qui lui sont communes avec l'Yttria, sont, de donner des sulfates en cristaux rougeâtres & d'être précipitée par les prussiates alcalins; elle s'en distingue en ce que ses combinaisons avec les acides ont une saveur stiptique & non point douce; en ce que l'Ochroïte n'est point dissoute par le carbonate d'ammoniaque, ou ne l'est que dans une très-petite proportion; enfin par la couleur brune claire que l'ochroïte revêt lorsqu'on l'a calcinée au feu.

Dans les épreuves au chalumeau on distingue l'Ochroïte de l'Yttria, en ce que la première n'est dissoute ni par le borax ni par les phosphates, tandis que l'Yttria donne par ces deux fondans une perle diaphane & non-colorée.

MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE ROYALE

DES

SCIENCES

ET

BELLES-LETTRES.

CLASSE

DE MATHÉMATIQUE.

SUR
la réſiſtance de l'air.

PAR M. BURJA *).

PREMIER MÉMOIRE.

La réſiſtance des fluides eſt un des objets les plus importans des ſciences phyſico-mathématiques, parce qu'il tient à la théorie du jet de bombes, de la navigation, de la conſtruction des moulins à vent & à eau, & à d'autres arts qui ſont d'une utilité journalière. Mais dans cette matière la difficulté eſt égale à l'importance de la choſe, & les efforts réunis des mathématiciens & des phyſiciens n'ont pu jusqu'à préſent dévoiler à cet égard le ſecret de la nature. C'eſt ſurtout la réſiſtance de l'air qui eſt encore enveloppée d'obſcurité, peut-être parce que les expériences qui la concernent ont été moins nombreuſes que celles qui ſe rapportent à l'eau. J'ai fait de mon côté des efforts pour arracher à la nature ſon ſecret, & pour cet effet je l'ai interrogée par un grand nombre d'expériences. Je vais rapporter dans ce mémoire les réponſes que j'ai cru entendre, ou pour parler ſans figure, je vais établir un certain nombre de propoſitions, qui ſont le réſultat des expériences que j'ai faites ſur la réſiſtance du fluide élaſtique dans lequel nous vivons.

*) Lu à l'Académie, le 4 octobre 1804.

PROPOSITION I.

Un corps qui ſe meut dans l'air, le met en mouvement à l'entour de ſoi & particulièrement derrière ſoi.

Explication. Les particules d'air qui ſe trouvent derrière le corps qui eſt en mouvement, le ſuivent & forment une eſpèce de traînée, étant pouſſées ſans ceſſe par l'élaſticité des parties qui ſont encore plus en arrière & de celles qui ſe trouvent à l'entour. Cette traînée ou plutôt ce courant d'air, peut entraîner des corps légers de manière qu'ils ſemblent être attirés par le mobile. Si le mobile s'arrête, le même courant, par la viteſſe qu'il a acquiſe, peut dépaſſer le mobile, & ſe faire ſentir devant lui, d'où réſultera le phénomène d'une eſpèce de répulſion. Si le mobile s'approche d'un corps léger, & s'en éloigne ſubitement en rebrouſſant chemin, le courant dernièrement mentionné aura lieu, mais en même temps le courant dépendant de la nouvelle direction commencera à s'établir tout près du mobile. Ce dernier courant ſera enclavé dans l'autre qui ira en ſens contraire.

Pendant que le courant d'air exiſte derrière le mobile, celui-ci pouſſe devant ſoi les particules qui ſe trouvent ſur ſon paſſage, & les plus proches pouſſent celles qui ſont plus éloignées: c'eſt ce qui fait qu'il y a devant le mobile un air plus comprimé qu'il n'étoit auparavant; mais cette compreſſion ne peut aller fort loin, car les particules ſe rangent bientôt pour laiſſer paſſer le ſolide, à côté duquel il y a auſſi quelque compreſſion dans l'air, puiſque l'eſpace ci-devant occupé par l'air eſt ſubitement rapetiſſé par le ſolide qui en prend une partie. Dès que le mobile eſt paſſé, les particules qui étoient à côté, puis celles qui étoient devant, vont les unes ſe mêler au courant d'air qui fait la traînée du mobile, & les autres vont ſe mêler à l'air qui eſt plus en arrière que ce courant & qui ſert à le remplacer. Cela étant, il ſe forme au dehors du courant en queſtion un courant plus foible, mais beaucoup plus étendu, qui va en ſens contraire: il réſulte de l'air ambiant qui a été comprimé par le mobile, & qui à meſure que celui-ci

paſſe, ſe détend & va en arrière remplacer celui qui forme la traînée. Il ne faut pas confondre cette oppoſition de ces courans avec celle dont il a été parlé au commencement de cette explication, & qui étoit occaſionée par la rétrogradation ſubite du mobile. Celle dont nous parlons dans ce moment, doit influer ſur les corps légers qui ſont à peu de diſtance du mobile, & les faire aller quelque peu dans la direction oppoſée à celle du mobile.

D'après cette explication, il n'eſt pas étonnant que les formules que les mathématiciens avoient adoptées pour la réſiſtance des fluides, & en particulier pour celle de l'air, ne s'accordent pas avec l'expérience. Car ces formules étoient fondées ſur la ſuppoſition que les particules de l'air, après avoir été frappées par le mobile, étoient comme anéanties, & demeuroient ſans aucun effet ultérieur. Dans la réalité, il en eſt bien autrement: chaque particule d'air qui ſe trouve ſur le chemin du corps qui ſe meut, eſt déjà comprimée avant que celui-ci arrive, par les particules plus proches, & elle comprime à ſon tour celles qui ſont encore plus éloignées. Une particule, dont nous ſuivrons les mouvement, étant atteinte par le corps, eſt forcée d'aller de côté, & continue à être dans un état de compreſſion qu'elle communique aux particules latérales plus éloignées. Elle fait effort pour ſe rendre du côté de la moindre réſiſtance, c'eſt-à-dire vers l'arrière du corps. Par cette cauſe, elle fait un petit mouvement vers l'arrière pendant lequel la compreſſion diminue: elle va ſe joindre au courant d'air qui ſuit le corps; les particules plus éloignées vont joindre ce courant plus loin du corps: peu-à-peu une partie de l'air qui fait ce courant, ſe détache & ſe mêle au reſte de l'air atmosphérique, & de nouvelles particules viennent entretenir le courant.

Expérience I. J'ai ſuſpendu à une latte horizontalement placée une ficelle, & à celle-ci une boule de bois de 6 pouces de diamètre, qui peſoit 4 livres $16\frac{1}{2}$ loths. Depuis le point de ſuſpenſion jusqu'au centre de la boule il y avoit 4 pieds 11 pouces, & la boule étant miſe en mouvement, faiſoit, quand les arcs étoient très-petits, $48\frac{1}{2}$ vibra-

tions par minute, & quand ils étoient fort grands, ſeulement $47\frac{1}{2}$. J'avois préparé deux cones vides, faits d'un papier mince, ouverts par le gros bout, d'environ $1\frac{1}{2}$ pouce de hauteur, faiſant à la pointe un angle d'environ 40 degrés. J'attachai des fils très-minces aux pointes de ces deux cones, & je les ſuspendis à la même latte, de manière que depuis le centre de gravité de chaque cone jusqu'à ſon point de ſuspenſion, il y eût à-peu-près la même diſtance qu'il y avoit du centre de la boule à ſon point de ſuspenſion.

Quand les deux petits cones étoient ſuspendus tout près de la boule, & que celle-ci faiſoit des vibrations en paſſant entre deux, les cones feſoient de petites vibrations en ſens contraire, & traçoient même en l'air des courbes à double courbure: car tout en décrivant leurs petits arcs, ils s'écartoient un peu de la boule au moment qu'elle paſſoit.

Quand les cones de papier étoient ſuspendus plus loin de la boule, mais toujours à côté du plan dans lequel celle-ci faiſoit ſes vibrations & vis-à-vis du milieu des vibrations de la boule, les vibrations des cones étoient plus petites, & l'on ne remarquoit plus la double courbure. Encore à la diſtance de ſix ou ſept fois le diamètre de la boule, on pouvoit obſerver quelque mouvement aux cones; & quelque foibles que fuſſent leurs vibrations, ils alloient toujours dans un ſens oppoſé à celui de la boule.

Quand les cones étoient placés dans le plan des vibrations de la boule, de manière que celle-ci s'approchoit ou s'éloignoit alternativement de chaque cone; alors le cone dont la boule s'approchoit, étoit presque tranquille; mais quand elle s'en retournoit, le cone paroiſſoit ou attiré ou repouſſé par la boule, ſelon qu'elle s'en étoit plus ou moins approchée.

Quand les cones étoient ſuspendus hors du plan des vibrations, ſans cependant ſe trouver vis-à-vis du milieu des vibrations, ils faiſoient quelques mouvemens qui me paroiſſoient moins réguliers.

Tout cela eſt bien d'accord avec l'explication que j'ai donnée.

Expérience II. Sous la même boule vibrante j'ai fait de la fumée, & par ſes mouvemens j'ai pu voir comment l'air s'écartoit pour laiſſer paſſer la boule, & comment le courant d'air ſe formoit derrière la boule, en partie de l'air qui la ſuivoit & en partie de celui qui ſe refermoit après avoir été ſéparé.

Expérience III. Pour rendre la fumée & ſes mouvemens plus viſibles, je choiſis un emplacement où la lumière du ſoleil paſſant par des vitres, pût éclairer la boule & ſon voiſinage. Je fis uſage, au lieu de la boule de bois, d'une veſſie de boeuf, dont le diamètre moyen étoit de 7 pouces 8 lignes, & qui peſoit 3 loths & $\frac{1}{4}$ de drachme, y compris un appendice de graiſſe qui étoit reſté vers l'orifice. J'enflai la veſſie, je fermai l'orifice, je collai un fil à l'oppoſite de cet orifice, moyennant quoi je pus la ſuſpendre. Il y avoit 5 pieds & 10 pouces depuis le point de ſuſpenſion jusqu'au centre de gravité de la veſſie. Elle faiſoit 42 vibrations par minute, lesquelles devenoient bientôt très-petites à cauſe du peu de maſſe de ce mobile. J'excitai de la fumée ſous la veſſie, & je vis les mêmes choſes qu'à l'expérience précédente, même plus diſtinctement à cauſe du ſoleil qui éclairoit la fumée.

Expérience IV. Au même endroit expoſé au ſoleil j'excitai de la pouſſière, moyennant de la poudre d'amidon, & je fis divers mouvemens tantôt avec la veſſie de l'expérience précédente, tantôt avec d'autres corps que je tenois à la main. La pouſſière éclairée par le ſoleil me préſenta les mêmes phénomènes que la fumée. Surtout le courant d'air derrière le mobile fut toujours très-viſible.

Expérience V. Je refis la première expérience avec la boule de bois, avec cette différence qu'au lieu des petits cones de papier, je fis uſage de la flamme d'une bougie pour obſerver les mouvemens de l'air. Mettant la bougie très-près de la boule vibrante, la flamme décrivit à-peu-près la même courbe que les petits cones avoient décrite. Mais à de plus grandes diſtances, elle fut plus pareſſeuſe à ſe mouvoir que les cones, & ne fournit par conſéquent aucun éclairciſſement nouveau.

PROPOSITION II.

La réſiſtance abſolue de l'air peut être regardée comme conſtante, tant que le thermomètre ne varie que de peu de degrés, & le baromètre de peu de lignes.

Explication. Il eſt bien évident que les diverſes hauteurs du baromètre & du thermomètre répondent à des changemens dans la denſité & l'élaſticité de l'air, & que cela influe ſur la réſiſtance abſolue. On admet ordinairement, & avec la plus grande probabilité, que toute choſe d'ailleurs égale, la réſiſtance augmente ou diminue en proportion de la denſité. Mais les changemens de denſité ne ſont pas ordinairement bien conſidérables. M. Kratzenſtein a donné, dans ſon art de naviguer dans l'air, une petite table qui fait connoître le poids d'un pied cubique d'air à diverſes hauteurs du baromètre & du thermomètre. Dans cette table, que l'auteur ne donne que pour une approximation aſſez imparfaite, les deux extrêmes ſont la peſanteur d'un pied cubique d'air, lorsque le baromètre eſt à $27\frac{1}{2}$ pouces, le thermomètre étant à 25 degrés de Réaumur au deſſus de zéro, & la peſanteur d'un pareil volume d'air, lorsque le baromètre eſt à $28\frac{1}{2}$ pouces & le thermomètre à 15 degrés au deſſous de zéro. Ces deux peſanteurs ſont de 2,618 & 3,307 demi-onces. Les meſures & les poids ſont ceux de Paris. Le rapport de ces deux extrêmes eſt à-peu-près celui de 26 à 33, qui ne diffère pas beaucoup de celui de 4 à 5. Dans cette table, la différence des hauteurs barométriques eſt d'un pouce entier, & celle des hauteurs thermométriques eſt de 40 degrés. Si donc le baromètre ne varie que de 2 ou 3 lignes, & le thermomètre de 5 ou 6 degrés, le rapport de la denſité doit beaucoup ſe rapprocher de celui d'égalité. Il paroît que les changemens de l'élaſticité ſont à-peu-près dans le même cas, c'eſt-à-dire qu'ils ne ſont ſenſibles que quand le baromètre & le thermomètre varient conſidérablement. Cette règle eſt importante par rapport à pluſieurs de mes expériences; elles ont été faites à la vérité dans différens mois & même dans différentes années, mais dans des

temps

temps où le baromètre n'étoit pas loin de $27\frac{1}{2}$ pouces de Paris & le thermomètre de Réaumur ordinairement à peu de degrés au deſſus ou au deſſous de 15. Je puis donc ſuppoſer que la réſiſtance abſolue a été à-peu-près conſtante. Cela ſe confirme par les deux expériences ſuivantes.

Expérience I. J'ai fait uſage d'une balle de laine enfermée dans un tiſſu de paſſementier, ayant 0,158 pieds rhinlandiques de diamètre, & peſant 2 loths ou demi-onces, poids de Cologne. Je l'ai fait tomber dans l'intérieur de la tour françoiſe de la Frédericſtadt d'une hauteur de 86 pieds. J'ai obſervé le tems de la chute, en écoutant les battemens d'une montre dont le balancier battoit les cinquièmes de ſeconde, moyennant quoi on pouvoit encore avoir les dixièmes de ſeconde par eſtime. Ayant répété l'expérience trois ou quatre fois, j'ai trouvé que la durée de la chute faiſoit 2,8 ſecondes. Alors le baromètre étoit à 28 pouces $1\frac{1}{2}$ ligne, meſure de Paris, & le thermomètre de Réaumur à $+ 6\frac{1}{2}$ degrés, ce qui eſt la moindre chaleur de l'atmoſphère qui ait eu lieu pendant mes expériences.

Dans un autre tems j'ai fait tomber la même balle à la petite cour du Château d'une hauteur de 89 pieds, & la chute a donné également 2,8 ſecondes. Le baromètre étoit à 27 pouces 4,5 lignes meſure de Paris & le thermomètre à $10\frac{1}{4}$ degrés de Réaumur.

La balle a donc parcouru en dernier lieu 3 pieds de plus dans le même tems, ce qui peut venir d'une moindre denſité ou d'une moindre elaſticité de l'air; mais la différence eſt aſſez petite pour qu'on puiſſe la négliger jusqu' à ce qu'on ſoit en état de faire des expériences qui ſe rapportent expreſſément à l'influence de la denſité & de l'élaſticité ſur la réſiſtance. Peut-être auſſi cette différence provient-elle en tout ou en partie de quelque petite erreur dans l'obſervation du temps.

Expérience II. J'ai fait tomber à la grande cour de l'Académie militaire d'une hauteur de 45 pieds un diſque de carton dont la ſurface étoit équivalente à $\frac{4}{9}$ d'un pied carré, peſant 44 drachmes ou huitièmes

d'once. Dans ce poids étoient compris une lame de plomb & trois fils par lesquels elle étoit ſuspendue au diſque, afin de le tenir dans une ſituation horizontale pendant la chute. La lame préſentoit le tranchant à l'air, afin que la réſiſtance qu'elle éprouveroit, fût aſſez petite pour être négligée. La chute a duré 3,0 ſecondes. Le baromètre étoit à 27 pouc. 4,2 lignes, le thermomètre à $14\frac{3}{4}$ degrés. Le lendemain, au lieu de 3,0 il y a eu 3,1 ſecondes. Alors le baromètre étoit à 27 pouces 5 lignes, & le thermomètre à $14\frac{1}{2}$ degrés. Dix jours après, la chute fut encore de 3,1 ſecondes, le baromètre étant à 27 pouces 3 lignes & le thermomètre à $15\frac{1}{4}$ degrés.

Cette expérience & la précédente conſtatent notre propoſition, & font voir que les variations de la denſité & de l'élaſticité de l'air, tant qu'elles ne sont que médiocres, n'influent pas d'une manière ſenſible ſur les réſultats des expériences. Si donc on parvenoit à déterminer une réſiſtance abſolue moyenne de l'air, on pourroit être aſſuré qu'elle ſeroit aſſez juſte pour un grand nombre de cas. Je me contenterai donc dans les expériences ſuivantes, de ſuppoſer une réſiſtance moyenne, ſans citer davantage les degrés du thermomètre & les hauteurs du baromètre. Nous n'en ſommes pas encore à-beaucoup-près au point de pouvoir en tenir compte.

Je ferai remarquer à l'occaſion de ces deux expériences, que la meſure dont je me ſers ordinairement, eſt la rhinlandique, avec la diviſion duodécimale. Mon poids eſt celui de Cologne, la livre à 16 onces ou 32 loths, le loth à 4 drachmes ou gros. C'eſt cette meſure & ce poids qu'il faut toujours entendre quand je n'avertis pas du contraire.

PROPOSITION III.

La réſiſtance eſt la même en plein air & dans un lieu renfermé qui a des communications ſuffiſantes avec l'air libre.

Explication. L'air renfermé, mais qui a cependant des communications ſuffiſantes avec l'air libre, prend à-peu-près le même degré de compreſſion & de chaleur que celui-ci, ce qui doit amener une égele hauteur tant du baromètre que du thermomètre. Il en ſeroit autrement dans des caves, dans des chambres chaufées, & dans tous les endroits qui n'ont que peu de communication avec l'air extérieur; là, l'état de l'air pourroit bien être tel que la différence devînt ſenſible dans les expériences. Mais ce n'eſt pas à de tels endroits qu'on a la commodité de les entreprendre.

Expérience. Ce que j'ai dit des endroits renfermés, ſans manquer cependant de communication avec l'air extérieur, ſe confirme par la première expérience de l'article précédent. Une balle de laine eſt tombée en même tems de hauteurs à-peu-près égales, une fois dans une tour qui eſt un endroit renfermé, & l'autre fois dans une cour où l'air eſt libre.

Remarque. Des amis auxquels j'ai communiqué mes expériences ou qui y ont aſſiſté, m'ont fait l'obſervation, qu' outre la différence de température, il pouvoit y avoir une autre circonſtance capable d'influer ſur les expériences: ce ſont les parois mêmes des endroits renfermés, qui empêchent peut-être les mouvemens que le mobile excite dans l'air, de s'étendre autant qu'ils le feroient ſans cela, & qui peut-être renvoient en partie ces mêmes mouvemens vers le corps qu'on met en expérience. Je réponds, que cela ne peut avoir lieu que dans des endroits très-étroits, & que je n'ai rien remarqué de pareil

PROPOSITION IV.

Quand un corps tombe avec un poids qui y eſt ſuſpendu & qui l'entraîne, il eſt indifférent que le poids y tienne par des fils plus ou moins flexibles ou même inflexibles.

Explication. Mes expériences ont été faites pour la plupart avec des pièces de carton que j'ai fait tomber de diverſes hauteurs. Comme elles chavirent ordinairement pendant la chute, j'ai eu ſoin de ſuspendre à chacune une lame de plomb, qui préſente le tranchant à l'air qu'elle traverſe, & qui n'ayant que peu d'épaiſſeur, n'éprouve presque pas de réſiſtance. La lame de plomb tient au carton par trois fils attachés au contour de la figure. Un autre fil attaché en deſſus au centre de gravité de la figure & muni d'une gance, ſert à ſuspendre le corps tombant à une pointe qui eſt fixée de côté à une longue perche. On avance la perche autant qu'on peut dans l'air libre, & au moment qu'on la tourne, le carton ſe met à tomber. Dans cet état des choſes, on pourroit demander ſ'il eſt indifférent que le plomb ſoit attaché au carton par des fils très-flexibles, ou ſ'il peut auſſi être attaché d'une manière plus ferme, ne faiſant avec lui pour ainſi dire qu'un même corps. Voulant m'éclairer là-deſſus, je fis l'expérience ſuivante.

Expérience. J'ai fait uſage de deux cartons carrés, chacun de 8 pouces de baſe, & chacun du poids de 8 loths & 2 drachmes, les agrès & le leſt y compris. Le plomb ſervant de leſt étoit attaché à l'un des cartons par trois fils de lin très-minces, & à l'autre par un ſeul fil de fer peu flexible, aboutiſſant au milieu du carton. J'ai ſuspendu ces deux mobiles à une même perche, environ à 3 pieds de distance l'un de l'autre. Je les ai fait tomber à la fois, & ils ſont arrivés préciſément en même tems à terre. C'étoit à la grande cour de l'Académie militaire à 45 pieds de hauteur. Cela prouve que le plus ou moins de flexibilité du fil, & même ſa non-flexibilité n'entrent point en compte. Ce point décidé, je n'emploierai dans les expériences que des fils de lin, qui ſont plus faciles à adapter que ceux de fer.

PROPOSITION V.

Le plus ou moins de poli des ſurfaces n'influe pas ſenſiblement ſur la quantité de la réſiſtance.

Explication. Quand une ſurface eſt mal-unie, elle eſt par là-même parſemée de cavités, dans lesquelles l'air ſ'arrête pendant que le corps avance. Par conſéquent le corps tombant ſe trouve augmenté du poids de cet air retenu dans les inégalités de la ſurface. Peut-être que les particules de l'air ont quelque cohéſion entr'elles, & ſi cela eſt, l'air retenu dans les creux doit empêcher l'air ambiant de céder le chemin au mobile auſſi aiſément qu'il le feroit ſans cette circonſtance. Il ſ'agit donc de ſavoir ſi les cauſes que je viens d'alléguer, ſont capables d'augmenter ſenſiblement la réſiſtance: il n' y a que l'expérience qui puiſſe nous éclairer là-deſſus.

Expérience. Je pris deux cartons carrés, chacun de 8 pouces de baſe. Je doublai l'un d'un papier très-uni qui avoit été liſſé à deſſein, & je doublai l'autre d'un tiſſu d'étoupes extrêmement groſſier, inégal, & même velu. La doublure fut tournée vers le bas. Chacun de ces deux mobiles, avec doublure, fils & plomb, peſoit 8 loths & 3 drachmes. Je les fis tomber à la fois d'une hauteur de 45 pieds à la cour de l'Académie militaire, & ils arrivèrent à-très-peu-près en même tems à terre: il ſembla bien que le mobile doublé du tiſſu d'étoupes frappa la terre un peu plus tard, mais c'étoit ſi peu de choſe qu'on pouvoit à peine ſ'en apercevoir. Cette expérience fut répétée & donna le même réſultat.

PROPOSITION VI.

Le poids d'un corps tombant doit être compté tel que la balance l'indique dans l'air, ſans aucune déduction pour la pouſſée de l'air, n'importe que le corps ſoit tout ſolide, ou qu'il ſoit creux & rempli d'air.

Explication. La force qui fait que le corps fend l'air, n'eſt pas égale à ſon poids complet, mais à ſon poids diminué de la pouſſée de l'air, & celle-ci eſt équivalente au poids de l'air déplacé; en d'autres termes, c'eſt la différence entre le poids du corps tel qu'il ſeroit dans le vide, & le poids de l'air qu'il déplace. Or cette différence reſte la même ſi le poids du corps & celui de l'air déplacé augmentent également; ainſi dans ce cas, la force motrice reſtant la même, l'effet doit être le même. C'eſt ce que je confirme par l'expérience ſuivante.

Expérience. J'ai pris une boule creuſe de cuir dont le diamètre faiſoit 5 pouces 10 lignes, & le poids $12\frac{1}{4}$ drachmes. J'ai pris auſſi une demi-boule creuſe de la même matière & du même diamètre, qui avoit l'ouverture tournée vers le haut, & la convexité vers le bas; voulant lui donner le même poids qu' à la boule entière, j' y ai ſuſpendu du plomb. J'ai fait tomber ces deux corps à la fois à la cour de l'Académie militaire d'une hauteur de 45 pieds, & ils ſont arrivés à terre en même temps. Comme je n'ai point fait d'expérience à la petite cour de l'Académie militaire, j'avertis que j'entends toujours la grande.

Ici il eſt clair que la boule entière déplaçoit plus d'air que la demi-boule, qui n'en déplaçoit qu'autant que le cuir, le plomb & les fils occupoient d'eſpace: & comme malgré cela, ces deux mobiles avoient le même poids ſelon la balance, il faut que la matière de la boule entière ait peſé dans le vide autant de plus que le poids de l'air déplacé étoit plus grand. Alors la différence du poids dans le vide & du poids de l'air étant la même, la force motrice étoit par conſéquent la même, & la chute devoit ſe faire en tems égal.

On pourroit objecter contre cette expérience que, l'un des mobiles ayant été convexe par le haut, & l'autre concave, cela peut avoir influé ſur l'expérience, & être cauſe de l'égalité de la chute, qui ſans cela n'auroit pas eu lieu. Mais on verra dans la ſuite, que la forme de la partie ſupérieure d'un corps qui tombe, ſa concavité ou ſa convexité ne changent rien à la viteſſe, du moins lorsque celle-ci n'eſt pas grande. La viteſſe dans le cas préſent, a été uniquement l'effet de la différence du poids du mobile dans le vide & de celui de l'air déplacé.

Remarque. On peut demander à cette occaſion, comment on doit compter les poids par lesquels on pèſe, c'eſt à dire les livres, les loths, les drachmes etc. qu'on met dans l'un des baſſins de la balance. Faut-il les prendre tels qu'ils ſont dans l'air, ou faut-il y ajouter le poids de l'air qu'ils déplacent, poids qu'ils auroient de plus dans le vide. Je crois qu'il n' y faut rien ajouter. Car premièrement il n'en vaut pas la peine. Les maſſes au moyen desquelles on pèſe, ſont faites de fer, de laiton ou de plomb. Le fer, qui eſt la plus légère de ces trois matières, pèſe pourtant plus de ſix mille fois autant que l'air; ainſi il n' y auroit à ajouter que la ſix-millième partie du tout, c'eſt-à-dire ſur une livre environ la ſoixantième partie d'une drachme; il y auroit beaucoup moins à ajouter au laiton, & encore moins au plomb. En ſecond lieu, ſuppoſé même que l'erreur ne fût pas auſſi petite qu'elle l'eſt effectivement, il faut faire attention que quand on pèſe les choſes, on ne veut pas tant ſavoir leur poids abſolu que leur poids relatif, c'eſt-à-dire combien de fois l'une pèſe plus que l'autre; & pour ce but-là, il eſt indifférent de les peſer dans l'air ou dans le vide, pourvu que les maſſes par lesquelles on pèſe, ſoient faites de la même matière, par exemple toutes de laiton. Car étant toutes diminuées dans la même proportion par la pouſſée de l'air, leur rapport reſte le même.

PROPOSITION VII.

Lorsque deux corps, même de diverſe forme, ont commencé à tomber avec une égale viteſſe, ils continuent à tomber avec des viteſſes reſpectivement égales, & parcourent des chemins reſpectivement égaux en des tems égaux.

Explication. Cette propoſition ſemble ſi naturelle qu'il ſeroit inutile de la prouver par des expériences. Cependant, comme nous ne connoiſſons pas toutes les propriétés de l'air, nous concevons comme un cas poſſible, que des corps de diverſe forme puſſent tomber dans l'air de manière qu'ils arrivaſſent en même tems à terre, étant partis en même tems d'une même hauteur, ſans que pour cela ils euſſent eu des viteſſes égales reſpectivement dans tous les momens. L'un pourroit être tombé par exemple presque dès le commencement avec une viteſſe presque uniforme, l'autre avec une viteſſe plus ſenſiblement accélérée, d'abord plus petite, enſuite égale, & à la fin plus grande que celle de l'autre corps. Il n' y a que l'expérience qui puiſſe nous éclairer là-deſſus, & nous dire ſi par exemple un cone ou une boule tombe dans l'air ſelon la même loi qu' une ſurface plane; car ce n'eſt que dans cette ſuppoſition qu' à des tems égaux peuvent toujours répondre des eſpaces parcourus égaux.

Expérience. J'ai pris la demi-boule creuſe de l'expérience précédente du diamètre de 5 pouces & 10 lignes, & du poids de $12\frac{1}{4}$ drachmes avec ſes dépendances. Je l'ai ſuſpendue à la perche, la convexité tournée vers le bas. J'ai ſuſpendu à la même perche un disque de 3 pouces 11 lignes de diamètre, qui avec le fils & le plomb peſoit également $12\frac{1}{4}$ drachmes. J'ai fait tomber ces deux mobiles à la fois d'une hauteur de 45 pieds à la cour de l'Académie militaire, & ils ſont arrivés à terre en même tems: je les ai fait tomber auſſi à la même cour d'une hauteur de 20 pieds ſeulement: ils ſont encore arrivés en même tems à terre; ce qui prouve que la demi-ſphère & le disque ſe ſont mûs ſelon la même loi.

Dans

Dans plusieurs autres expériences j'ai remarqué que les mobiles de différente forme, qui devoient tomber ensemble avec des vitesses égales, se sont heurtés en chemin, ce qui n'auroit pas eu lieu s' ils se fussent mûs selon des lois différentes. Je n'ai pas besoin de dire que lorsque cela est arrivé, l'expérience a été comptée pour nulle, à cause du dérangement que le choc peut occasioner dans la viteſſe; cependant j'ai pu voir par là, que du moins jusqu' au moment du choc, les viteſſes ont été respectivement égales.

PROPOSITION VIII.

Les surfaces planes égales éprouvent la même résistance, quelle que soit leur figure.

Explication. Cette vérité pourroit passer pour axiomatique, si les particules de l'air s'anéantissoient dès que le mobile les a touchées: dans ce cas chaque point de la surface frapperoit contre une particule de l'air, & à mesure que le nombre des points physiques de la surface seroit plus grand, le nombre des particules frappées le seroit aussi; par conséquent la résistance augmenteroit à raison de la surface, sans égard à la figure. Mais la résistance ne se fait pas d'une manière si simple. Les particules de l'air sont obligées de se détourner pour faire place au mobile, & en faisant cela, elles agissent sur les particules voisines qui réagissent sur elles. Il est donc bien permis de demander s'il n' y a pas telle figure qui facilite plus qu'une autre le passage du mobile à travers l'air. L'expérience nous dit que non.

Expérience I. Pour cette expérience & plusieurs autres j'ai fait faire l'appareil suivant. Un bâton de bois léger de six pouces de longueur, en forme de prisme quadrilatère, ayant quatre lignes ou $\frac{1}{3}$ pouce d'équarissage, entre dans une boëte ou gaine, dans laquelle il peut glisser sans beaucoup de frottement, moyennant de petites roulettes qui sont pratiquées dans les parois de la boëte. Un ressort en vis, ou comme parlent les ouvriers, un ressort en boudin, se trouve entre le fond de la boëte & le bâton; poussant sans cesse celui-ci vers le de-

hors. Une des faces du bâton eſt taillée en crémaillère, & un reſſort d'arrêt, qui engraine dans les crans, force le bâton à reſter dans la boëte à la profondeur jusqu' à laquelle il a été pouſſé, malgré le reſſort en vis qui le ſollicite à ſortir. Le bout extérieur du bâton porte une planchette carrée dont chaque côté eſt de deux pouces, & qui eſt fixée par ſon milieu perpendiculairement ſur le bâton. On attache ſur cette planchette les cartons qu'on veut mettre en expérience, ſoit avec de la cire à cacheter, ſoit de quelque autre manière. Le carton ſe mouvant dans l'air, la réſiſtance de ce fluide fait entrer le bâton jusqu' à une certaine profondeur dans la boëte, & le reſſort d'arrêt l'empêche de rétrograder. On remarque le cran qui s'eſt arrêté ſous le reſſort d'arrêt. On eſſaie enſuite quel poids eſt néceſſaire pour faire entrer le bâton jusqu' à la même profondeur ſans la réſiſtance de l'air. Pour cet effet, on attache à l'envers de la planchette deux fils, & on les fait paſſer ſur deux petites poulies fixées à la boëte extérieurement vers le fond. Les mêmes fils aboutiſſent aux deux bouts d'un arc de métal, auquel ils ſont attachés. Cet arc porte un petit baſſin de balance. Le poids de l'arc & du baſſin, avec ce qu'on eſt obligé d' y ajouter pour faire entrer le bâton jusqu' à la même profondeur où la réſiſtance de l'air l'a fait entrer, indique la quantité de la réſiſtance. Pendant la peſée, le bâton doit être dans une ſituation horizontale. Pour donner le mouvement à cette machine, qui eſt une ſorte d'anémomètre, je me ſers d'un rouage de fer. Il conſiſte en une roue de champ, dont l'axe eſt horizontal, laquelle engrène dans un pignon dont l'axe eſt vertical. Ce dernier axe s'élève au deſſus de la machine, & porte un bras ou une règle horizontale de ſix pieds, à laquelle l'anémomètre s'attache au moyen d'une vis de preſſion, de manière que le carton ſoit perpendiculaire à la circonférence du cercle qu'il décrit. L'axe horizontal qui porte la roue de champ, porte auſſi un tambour, autour duquel s'enveloppe une corde à laquelle on peut attacher divers poids. Toute la machine repoſe ſur un ſupport à quatre jambes, à une hauteur ſuffiſante, pour que le bras ou la

règle mobile décrive ſes cercles au deſſus de la tête de l'obſervateur. En faiſant attention au nombre de tours que le bras fait en un temps donné, quand le mouvement eſt parvenu à l'uniformité, & ſachant la longueur du bras, on peut aiſément en déduire la viteſſe par ſecondes. On ne manquera pas de faire contre cet apparat diverſes objections priſes du mouvement que la machine cauſe dans l'air, du frottement que le bâton éprouve malgré les roulettes, de la difficulté de fixer l'anémomètre au bras de manière qu'il ne s'incline pas lorsque le mobile qu'on y attache eſt un peu peſant. Je trouve toutes ces objections très-fondées; auſſi m'engagent-elles à me défier de cet inſtrument, & à n'admettre les expériences faites par ſon moyen, qu' autant qu'elles ſont confirmées par de fortes préſomptions ou par celles que l'on fait de quelque autre manière.

Pour en revenir à l'objet que j'ai en vue dans ce moment, je rapporterai que j'ai mis ſucceſſivement en expérience ſur l'anémomètre quatre figures planes d'égale grandeur, mais de forme différente, dont chacune avoit une ſurface équivalente à $\frac{4}{9}$ d'un pied carré: c'étoit un cercle, un carré, un triangle & un parallélogramme fort alongé. J'ai fait mouvoir la machine chaque fois par le même poids, & j'ai trouvé ce qui ſuit:

	Viteſſe.	Réſiſtance.
Carré	11,579	17,0
Triangle	11,673	15,5
Parallélogramme	12,069	15,5
Cercle	11,683	17,0

Les viteſſes ſont ici, comme toujours, exprimées en pieds rhinlandiques parcourus par ſeconde, & les réſiſtances en drachmes, poids de Cologne.

Il me ſemble que les viteſſes ſont aſſez égales, & les réſiſtances auſſi pour qu'on en puiſſe conclure l'induction annoncée à la tête de cet article. Car les viteſſes n'ont différé au plus que d'un demi-pied ſur 11 $\frac{1}{2}$, & les réſiſtances d'une drachme et demie ſur 15 $\frac{1}{2}$. Ces petites différences proviennent ſans doute de cauſes accidentelles & de la nature imparfaite de cette machine.

Expérience II. A la cour de l'Académie militaire d'une hauteur de 45 pieds, j'ai fait tomber ſucceſſivement un carré, un parallélogramme fort alongé & un disque circulaire, chacun de $\frac{4}{9}$ pieds carrés en ſurface & du poids de 18 drachmes. Les temps des chutes ont été comme il ſuit:

Carré	4,2	ſecondes
Parallélog.	4,5	—
Disque	4,3	—

Ici encore les différences ſont aſſez petites pour pouvoir être attribuées à des cauſes accidentelles: elles ne vont au plus qu' à $\frac{3}{10}$ ſeconde. Les cauſes accidentelles dont je parle, ſont les courans d'air, quelque inclinaiſon de la ſurface tombante, & la difficulté qu'il y a à ſaiſir bien préciſément le moment ou la chute commence & celui où elle finit. Peut-être auſſi que les battemens de la montre ne ſont pas toujours bien égaux. Il eſt très-concevable que la juſteſſe de la marche d'une montre conſiſte moins dans une parfaite égalité de ſes mouvemens que dans de petites inégalités qui ſe compenſent.

Expérience III. J'ai fait tomber de la même hauteur & au même endroit des ſurfaces planes de même grandeur & de même poids que les précedentes, deux à deux à la fois: elles ſont tombées comme il ſuit.

Un cercle & un carré à-très-peu près en même temps.

Un cercle & un triangle, juſtement en même temps.

Un triangle & un carré, juſtement en même temps.

Ces trois derniers eſſais ſont déciſifs, & confirment la règle: que la figure ne change rien à la réſiſtance, pourvu que le ſurface reſte la même.

PROPOSITION IX.

Les réſiſtances des ſurfaces planes ſont proportionnées comme leurs aires, toutes choſes d'ailleurs égales.

Eplication. Imaginez deux ſurfaces planes qui ſoient par exemple comme 3 eſt à 7. Vous pouvez donc les partager ſoit en effet ſoit en penſée, l'une en trois & l'autre en ſept parties égales, & ces parties

peuvent être de figure quelconque. Par l'article précédent toutes ces parties éprouvent des réſiſtances égales: d'où il s'enſuit immédiatement que les réſiſtances ſeront comme les nombres des parties, c'eſt à dire comme les grandeurs des ſurfaces. On trouve dans l'Architecture Hydraulique (Waſſerbaukunſt) de Mr. Wiebeking, Tome II, page 6 & 7, quelques obſervations ſur la réſiſtance de l'eau. Après s'être plaint des incertitudes qui reſtent encore là deſſus, l'auteur rapporte en peu de mots les inductions tirées des plus nouvelles expériences, & entr'autres celle-ci: *que la réſiſtance augmente ſelon une raiſon plus grande que celle des ſurfaces.* Il eſt poſſible que cela ſoit vrai pour l'eau; mais quant à l'air, le raiſonnement par lequel j'ai commencé cette explication, me paroît ſans réplique, étant déduit d'un principe donné par l'expérience. Les expériences ſuivantes ſerviront à le confirmer.

Expérience I. Je me ſuis ſervi de l'anémomètre tournant dont j'ai parlé plus haut. Un carré de 8 pouces de baſe & un autre de 10 pouces ont donné ce qui ſuit:

	Viteſſe.	Réſiſtance.
Carré de 8 pouces	7,248	7,5
Carré de 10 pouces	7,121	12,0

La viteſſe eſt toujours en pieds rhinlandiques, & la réſiſtance en drachmes. Maintenant

$$8^2 : 10^2 :: 7{,}5 :: 11{,}7.$$

Ainſi la proportion donne 11,7 au lieu de 12,0. La différence qui ne fait que $\frac{3}{10}$ d'une drachme, peut être négligée, & alors cette expérience confirme notre propoſition.

Expérience II. Les mêmes carrés mis en expérience avec une autre viteſſe, ont donné les effets que voici:

	Viteſſe.	Réſiſtance.
Carré de 8 pouces	8,279	9,5
Carré de 10 pouces	8,377	14,5

La règle de trois donne

$$8^2 : 10^2 :: 9{,}5 : 14{,}8.$$

Ce qui ne diffère pas beaucoup de la réalité.

Expérience III. Un carré de 10 pouces & un autre de 12 pouces ont produit les effets ſuivans:

	Viteſſe.	Réſiſtance.
Carré 10 pouces	6,473	10,0
Carré 12 pouces	6,781	14,0

La règle de trois donne

$$10^2 : 12^2 :: 10 : 14{,}4.$$

On voit que la diflérence eſt ſi petite qu'elle peut être négligée.

Remarque. J'avoue que malgré ces expériences favorables à notre propoſition, j'en ai fait avec la même machine quelques autres, par leſquelles la réſiſtance paroiſſoit croître en une raiſon moindre que celle des ſufaces, de manière par exemple qu' à viteſſe égale une ſurface quadruple n'éprouvoit qu'une réſiſtance triple. Si cela étoit juſte, l'air auroit préciſément une qualité oppoſée à celle que Mr. Wibeking attribue à l'eau, qui ſelon lui, réſiſte en une raiſon plus grande que celle des ſurfaces. Mais je répète ce que j'ai déjà dit, que les expériences faites avec mon anémomètre tournant ſont ſujettes à être dérangées par tant de cauſes accidentelles, qu'on ne peut s' y fier qu' autant qu' elles ſont confirmées ſoit par un raiſonnement plauſible, ſoit par des expériences d'une autre nature. Ces dernières manquent ici; mais le raiſonnement y a ſuppléé ſuffiſamment dès le commencement de cet article.

PROPOSITION X.

Quand les poids des corps tombans ſont proportionnés comme les ſurfaces réſiſtantes, les chutes ſe font avec des viteſſes égales. Il s'entend que toutes les circonſtances ſont ſuppoſées d'ailleurs les mêmes, & que les fils & les plombs ſont comptés comme faiſant partie des corps tombans.

Explication. Si l'induction de l'article précédent eſt vraie; celle-ci ſemble en découler naturellement. Car ſi les réſiſtances ſont en proportion des ſurfaces, il faut, pour produire des viteſſes égales, que

les forces motrices, qui ſont ici les poids, ayent cette même proportion. Voyons ce que l'expérience nous enſeignera à ce ſujet.

Expérience I. J'ai pris un carré de huit pouces de baſe, je l'ai découpé en trois parallélogrammes, chacun de 8 pouces de long, & de $2\frac{2}{3}$ pouces de large. J'ai attaché ces parallélogrammes l'un à l'autre moyennant des fils de fer, de manière qu'ils fuſſent dans un même plan, & qu'ils formaſſent enſemble un grand parallélogramme partagé en 5 bandes, dont 3 étoient occupées par les petits parallélogrammes, & dont 2 étoient vides, chaque bande vide ſe trouvant entre deux pleines. J'ai mis à ce mobile comme à l'ordinaire trois fils de lin, & j'y ai ſuſpendu une lame de plomb: le tout peſoit 10 loths & 2 drachmes, c'eſt-à-dire 42 drachmes. J'ai mis en même temps en expérience un carré de 8 pouces de baſe, non découpé, peſant auſſi 42 drachmes avec ſes dépendances. J'ai fait tomber ces deux mobiles à la fois d'une hauteur de 45 pieds à la cour de l'Académie militaire. Ils ſont arrivés à terre préciſément en même temps.

Ici l'on peut conſidérer les 3 parallélogrammes formés par la découpure, comme ſéparés & indépendans l'un de l'autre, chargés chacun d'un tiers du poids total. Comme ils tombent en même temps que le carré qui a trois fois autant de ſurface & trois fois autant de poids, on en conclura que les réſiſtances ſont égales, lorſque les poids ſont proportionnés comme les ſurfaces.

Expérience II. J'ai employé un carré de 12 pouces de baſe, peſant 11 loths ou 44 drachmes avec ſes dépendances, & un parallélogramme dont la ſurface faiſoit 1,74 pieds, & qui peſoit 20 loths ou 80 drachmes. Je les ai fait tomber l'un & l'autre à la petite cour du Château d'une hauteur de $83\frac{1}{2}$ pieds. Le carré eſt deſcendu en 7,9 ſecondes, & le parallélogramme en 8,1. La différenee n'eſt que d'un cinquième de ſeconde, & les poids 11 & 20 ſont peu s'en faut proportionnés comme les ſurfaces 1 & 1,74.

Expérience III. J'ai fait tomber les mêmes deux cartons de la hauteur de 20 pieds, me ſervant pour cet effet des fenêtres & de la

cour de la maison d'un particulier à la rue du Saint-Esprit. Le carré est tombé en 2 secondes & le parallélogramme en 2,1.

Expérience IV. Au même endroit, j'ai fait tomber les mêmes cartons d'une hauteur de 34 pieds. Le carré a employé 3 secondes à la chute, & le parallélogramme 3,1.

Expérience V. J'ai pris deux disques, dont les surfaces faisoient 0,44 & 0,38 pesant, le premier 11 loths & le second 9 loths, de manière que les poids étoient peu s'en faut porportionnés comme les surfaces. Je les ai fait tomber successivement à la cour de l'Académie militaire d'une hauteur de 45 pieds. Le premier a employé 3,1 secondes pour descendre & le second 3,0.

Expérience VI. Les cartons des expériences II, III, IV & V n'avoient que par hasard les proportions approchantes que j'ai fait remarquer, étant destinés originairement à d'autres expériences. Pour obtenir maintenant des proportions justes, j'ai préparé trois disques. Le diamètre du plus petit étoit de 5 pouces 10 lignes, & pesoit avec ses dépendances $12\frac{1}{4}$ drachmes. Il étoit au second en surface comme 12 à 27, et au troisième comme 12 à 60. Les poids étoient dans les mêmes proportions. Je les ai fait tomber à la cour de l'Académie militaire d'une hauteur de 45 pieds, d'abord le petit disque en même temps avec le moyen, puis le petit avec le grand. En répétant plusieurs fois ces essais, j'ai trouvé que ces disques tomboient dans des temps égaux, & quand il y avoit quelque différence elle étoit extrêmement petite.

Corollaire. Nommant x le temps, y la hauteur de la chute, p le poids du corps tombant, f sa surface; il paroît que x est fonction de y & de $\frac{p}{f}$; puisque y & $\frac{p}{f}$ étant égaux de part & d'autre, les x sont égaux; d'où s'ensuit que réciproquement x est fonction d'y & de $\frac{p}{f}$.

OB-

OBSERVATION
ſur le grand Problème Iſopërimètre.

PAR M JEAN TREMBLEY *).

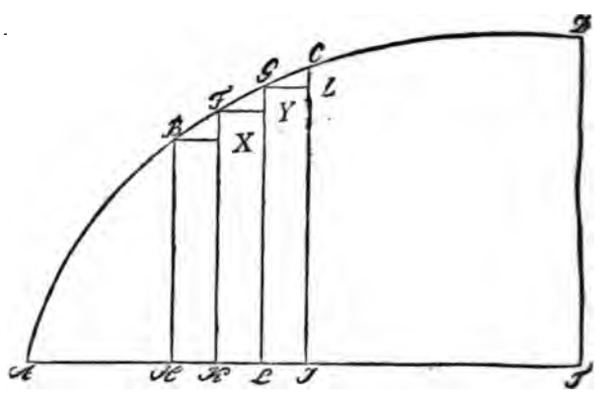
Premier Mémoire.

Quoique l'hiſtoire de ce Problème ſoit fort connue des géomètres, j'ai trouvé cependant, en étudiant les ouvrages originaux qui ont paru ſur cette matière, qu'elle n'étoit pas éclaircie autant qu'on auroit pu l'attendre des efforts des hommes illuſtres qui y ont travaillé. J'ai fait là-deſſus quelques obſervations que je préſente ici avec toute la réſerve que le ſimple bon ſens impoſe à un écolier qui entreprend d'apprécier les ouvrages de ſes maîtres. On ſait que Jacques Bernoulli a propoſé & réſolu le premier ce problème d'une manière exacte. Son frère Jean Bernoulli, qui en avoit donné d'abord une ſolution fauſſe, ne fit enſuite que repréſenter ſous une forme un peu différente la ſolution de Jacques Bernoulli. M. Euler vint enſuite; il ſimplifia la ſolution, & l'étendit à des cas auxquels Jacques Bernoulli n'avoit pas penſé. M. de la Grange donna après cela une ſolution purement analytique, de laquelle eſt réſulté le calcul des variations. M. de la Grange trouvoit deux avantages dans ſa méthode; 1°. celui d'être purement analytique; 2°. celui de déterminer les points extrêmes de la courbe cherchée, ce que ne faiſoit

*) Lu à l'Académie, le 1 novembre 1804.

pas M. Euler. M. de Borda donna peu de temps après une autre ſolution du problème, dans laquelle il relève quelques inexactitudes de la méthode de M. de la Grange ſur ce dernier point. Enfin, M. Fontaine qui avoit traité cette queſtion depuis long-temps, & même avant M. Euler, mais qui n'avoit pas publié ſa ſolution, donna un peu avant M. de Borda une ſolution du même problème, & prétendit que M. de la Grange s'étoit trompé ſur le ſecond point. Je me propoſe de ſuivre de près la marche de ces illuſtres géomètres, & de discuter les queſtions qui les ont diviſés. Cette matière eſt ſans contredit une des plus délicates de l'analyſe, elle eſt une partie conſidérable de l'hiſtoire des mathématiques. Pour procéder avec ordre & donner à ces recherches quelque utilité, je remonterai à la ſource, ſavoir à la méthode de Jacques Bernoulli que je comparerai à celle d'Euler, puis je comparerai la méthode de M. Euler avec celles de MM. de Borda, Fontaine & de la Grange. Les réſultats de ces comparaiſons contribueront peut-être à éclaircir cette matière, ou du moins fourniront aux géomètres l'occaſion de faire de nouvelles recherches.

§. 1. Soit une courbe $ABCD$, dont le périmètre ABD doit reſter conſtant, & qui doit renfermer une certaine condition de *Maximum* ou de *Minimum*. Le principe duquel eſt parti Jacques Bernoulli, eſt que ſi la courbe entière ABD jouit du privilége du *Maximum* ou du *Minimum*, une portion infiniment petite quelconque $BFGC$ de cette courbe jouïra du même privilége. (Jacq. Bernoulli Oper. T. 2. p. 908.) Il mène donc les ordonnées BH, FK, GL, CI à intervalles égaux & infiniment petits. Menons les parallèles à l'axe AI, BX, FY, GZ. Soient $AH = x$, $HB = y$, on a $BX = dx = FY = GZ$, $KF =$



$y + dy$, $LG = y + 2dy + ddy$, $H = y + 3dy + 3ddy + d^3y$, donc $FX = dy$, $GY = dy + ddy$, $CZ = dy + 2ddy + d^3y$. Soit $AB = z$, on a $AF = z + dz$, $AG = z + 2dz, + ddz$, $AC = z + 3dz + 3ddz + d^3z$, donc $BF = dz$, $FG = dz + ddz$, $GC = dz + 2ddz + d^3z$. Les trois équations, $BF^2 = BX^2 + FX^2$, $FG^2 = FY^2 + GY^2$, $GC^2 = GZ^2 + CZ^2$ donneront, I. $dz^2 = dx^2 + dy^2$; II. $(dz + ddz)^2 = dx^2 + (dy + ddy)^2$; III. $(dz + 2ddz + d^3z)^2 = dx^2 + (dy + 2ddy + d^3y)^2$, en ſuppoſant dx conſtant. Maintenant, ſuppoſons que les points B & C reſtent fixes, & que les points F & G varient, non pas dans la même courbe, mais hors de cette courbe, ces nouvelles variations n'étant point aſſujetties à la loi de continuité, ni entr'elles ni relativement aux différentielles ordinaires, nous les déſignerons par le ſigne δ. Différentiant d'après cela les trois équations différentielles précédentes, nous aurons;

I. $dz\,\delta dz = dy\,\delta dy$;

II. $(dz + ddz)(\delta dz + \delta ddz) = (dy + ddy)(\delta dy + \delta ddy)$;

III. $(dz + 2ddz + d^3z)(\delta dz + 2\delta ddz + \delta d^3z) = (dy + 2ddy + d^3y)(\delta dy + 2\delta ddy + \delta d^3y)$.

Maintenant, puiſque BC eſt conſtant, on a $\delta . BC = 0$, ou $\delta(3dz + 3ddz + d^3z) = 0$, ou $3\delta dz + 3\delta ddz + \delta d^3z = 0$. On aura par la même raiſon, $\delta(FX + GY + CZ) = 0$, ou $\delta(3dy + 3ddy + \delta^3y) = 0$, ou $3\delta dy + 3\delta ddy + \delta d^3y = 0$, donc $\delta dz + 2\delta ddz + \delta d^3z = -2\delta dz - \delta ddz$; $\delta dy + 2\delta ddy + \delta d^3y = -2\delta dy - \delta ddy$, ce qui ſubſtitué dans la 3^e équation, donne $(dz + 2ddz + d^3z)(2\delta dz + \delta ddz) = (dy + 2ddy + d^3y)(2\delta dy + \delta ddy)$. Donc $2\delta dz + \delta ddz = \frac{(dy + 2ddy + d^3y)(2\delta dy + \delta ddy)}{dz + 2ddz + d^3z}$. Donc $\delta dz + \delta ddz = \frac{(dy + ddy)(\delta dy + \delta ddy)}{dz + ddz}$; $\delta dz = \frac{(dy + 2ddy + d^3y)(2\delta dy + \delta ddy)}{dz + 2ddz + d^3z} - \frac{(dy + ddy)(\delta dy + \delta ddy)}{dz + ddz} = \frac{dy\,\delta dy}{dz}$, équation qu'on peut

mettre ſous cette forme, $\frac{(dy + 2ddy + d^3y)(2\delta dy + \delta ddy)}{dz + 2ddz + d^3z}$

$- \frac{(dy + ddy)(2\delta dy + \delta ddy)}{dz + ddz} = \frac{dy\,d\delta y}{dz} - \frac{(dy + ddy)\,d\delta y}{dz + ddz}$.

Donc $\delta dy : 2\delta y + \delta ddy = \frac{dy + 2ddy + d^3y}{dz + 2ddz + d^3z} - \frac{(dy + ddy)}{dz + ddz}$

$: \frac{dy}{dz} - \frac{(dy + ddy)}{dz + ddz} = dz^2ddy - dzdyddz + dz^2d^3y - dydzd^3z$

$+ dzddzd^3y - dzddyd^3z : (dyddz - dzddy)(dz + 2ddz + d^3z)$.

De ce que $dz^2 = dx^2 + dy^2$ on tiré en différentiant $dy\,ddz -$

$dzddy = - \frac{dx^2\,ddy}{dz}$; $dzd^3y - dyd^3z = \frac{dx^2\,d^3y}{dz} - \frac{dx^2\,dzddy^2}{dz^3}$;

$ddzd^3y - ddyd^3z = - \frac{dx^2\,d\,dy^3}{dz^3}$. Donc $\delta dy : 2\delta dy$

$+ \delta ddy = dx^2ddy + dx^2d^3y - \frac{dx^2\,dyddy^2}{dz^2} - \frac{dx^2\,ddy^3}{dz^2} :$

$- \frac{dx^2\,ddy}{dz}\left(dz + \frac{2dyddy}{dz} + \frac{dyd^3y}{dz} + \frac{dx^2\,ddy^2}{dz^3}\right) = ddy$

$+ d^3y - \frac{dyddy^2}{dz^2} : - ddy - \frac{2dyddy^2}{dz^2}$ (en négligeant les quantités du 4^e ordre). C'eſt le rapport que trouve Jacques Bernoulli p. 905. Ce rapport eſt celui de $\delta KF : \delta LG$ & le ſigne — fait voir que tandis que l'une de ces quantités croît, l'autre decroît. Si l'on fait $HB = y$, $KF = y'$, $LG = y''$, $CI = y'''$, les variations de y & de y''' étant ſuppoſées nulles, on aura

$$\frac{\delta y'}{\delta y''} = - \left\{\frac{ddy + d^3y - \frac{dyddy^2}{dz^2}}{ddy + \frac{2dyddy^2}{dz^2}}\right\} =$$

$$- \left\{\frac{ddy + d^3y - \frac{dyddy^2}{dz^2}}{ddy}\right\}\left(1 - \frac{2dyddy}{dz^2}\right) =$$

$$- \frac{\left\{ddy + d^3y - \frac{3dyddy^2}{dz^2}\right\}}{ddy},$$

en continuant de négliger les quantités du 4^e ordre.

§ 2. M. Euler dans ſon Ouvrage intitulé: *Solutio magni Problematis Iſoperimetrici*, a employé une notation très-commode pour réſoudre les problèmes de ce genre. Si l'on a une courbe où l'ordonnée y réponde à x, & où dx ſoit conſtant & qu'on ait la table ſuivante d'ordonnées correſpondantes aux abſciſſes,

&c. y_{III} y_{II} y_{I} y y' y'' y''' &c.
$x-3dx$, $x-2dx$, $x-dx$, x, $x+dx$, $x+2dx$, $x+3dx$

on aura,

$dy_{I} = y - y_{I}$, $ddy_{I} = y' - 2y + y_{I}$, $d^3y_{I} = y'' - 3y' + 3y - y$, &c.
$dy = y' - y$, $ddy = y'' - 2y' + y$, $d^3y = y''' - 3y'' + 3y' - y$, &c.
$dy' = y'' - y'$, $ddy' = y''' - 2y'' + y'$, $d^3y' = y^{IV} - 3y''' + 3y'' - y'$, &c.

Faiſant varier enſuite à volonté y', y'' &c., on trouvera par cette table la variation des différentielles.

§ 3. Dans ce cas-ci nous avons $\int V(dx^2 + dy^2) = \text{Conſt.}$ Nous aurons donc $V(dx^2 + (y'-y)^2) + V(dx^2 + (y''-y')^2) + V(dx^2 + (y'''-y'')^2) = \text{Conſt.}$ Faiſant varier y' & y'', on a

$$\frac{(y'-y)\,\delta y'}{V(dx^2+(y'-y)^2)} + \frac{(y''-y')(\delta y''-\delta y')}{V(dx^2+(y''-y')^2)} - \frac{(y'''-y'')\,\delta y''}{V(dx^2+(y'''-y'')^2)} = 0.$$

Cette équation peut ſe mettre ſous cette forme;

$$\delta y'\, d\,\frac{(y'-y)}{V(dx^2+(y'-y)^2)} + \delta y''\, d\,\frac{(y''-y')}{V(dx^2+(y''-y')^2)} = 0. \quad \text{Donc}$$

$$\frac{\delta y'}{\delta y''} = -\frac{d\,\frac{(y''-y')}{V(dx^2+(y''-y')^2)}}{d\,\frac{(y'-y)}{V(dx^2+(y'-y)^2)}} = -\frac{d\,\frac{(dy+ddy)}{V(dx^2+(dy+ddy)^2)}}{d\,\frac{dy}{V(dx^2+dy^2)}} =$$

$$-\frac{\frac{(d\,ddy+d^3y)}{(dx^2+(dy+ddy)^2)^{\frac{1}{2}}}}{\frac{ddy}{(dx^2+dy^2)^{\frac{1}{2}}}} = -\frac{\frac{(d\,ddy+d^3y)}{(dx^2+dy^2+2\,dy\,ddy)^{\frac{1}{2}}}}{\frac{ddy}{(dx^2+dy^2)^{\frac{1}{2}}}} =$$

$$-\frac{(ddy+d^3y)}{ddy\left\{1+\frac{2\,dy\,ddy}{dx^2+dy^2}\right\}^{\frac{1}{2}}} = -\left(\frac{ddy+d^3y}{ddy}\right)\left(1-\frac{3\,dy\,ddy}{dx^2+dy^2}\right) =$$

$-\frac{\left\{d\,d\,y + d^3\,y - \frac{3\,d\,y\,d\,d\,y^2}{d\,x^2 + d\,y^2}\right\}}{d\,d\,y}$, comme nous l'avons trouvé ci-deſſus d'après Jacques Bernoulli.

§ 4. M. Bernoulli ayant obtenu ce rapport pour toutes les courbes iſopérimètres, ſe propoſe p. 909 ce problème: Trouver parmi les courbes iſopérimètres, celle où $\int Z\,d\,x =$ *Maximum* ou *Minimum*, Z étant une fonction quelconque de y. On a donc outre l'équation, $\frac{\delta\,y'}{\delta\,y''} = -\frac{d.\frac{(y''-y')}{V(d\,x^2+(y''-y')^2)}}{d.\frac{(y'-y)}{V(d\,x^2+(y'-y)^2)}}$, celle-ci, $\delta Z + \delta Z' + \delta Z'' =$ Minimum. Or $\delta Z = Y\,\delta y = 0$, $\delta Z' = Y'\,\delta y'$, $\delta Z'' = Y''\,\delta y''$, ($Y$, Y', Y'' étant des fonctions de y). Donc

$$\frac{d.\frac{(y''-y')}{V(d\,x^2+(y''-y')^2)}}{d.\frac{(y'-y)}{V(d\,x^2+(y'-y)^2)}} = \frac{Y''}{Y'} \quad \& \quad \frac{d.\frac{(y''-y')}{V(d\,x^2+(y''-y')^2)}}{Y''}$$

$$-\frac{d.\frac{(y'-y)}{V(d\,x^2+(y'-y)^2)}}{Y'} = 0, \text{ ou } d.\frac{(y'-y)}{V(d\,x^2+(y'-y)^2)} = 0,$$

donc en intégrant, $\frac{d.\frac{(y'-y)}{V(d\,x^2+(y'-y)^2)}}{Y'} = \frac{1}{a}$, ($\frac{1}{a}$ étant la conſtante arbitraire) $a\,d.\frac{d\,y}{V(d\,x^2+d\,y^2)} = Y\,d\,x = \frac{d\,Z\,.\,d\,x}{d\,y}$, $a\,d\,y\,d.\frac{d\,y}{V(d\,x^2+d\,y^2)} = d\,Z\,d\,x$, $\frac{a\,d\,x\,d\,y\,d\,d\,y}{(d\,x^2+d\,y^2)^{\frac{3}{2}}} = d\,Z$, $-\frac{a\,d\,x}{V(d\,x^2+d\,y^2)} = Z - c$, ($c$ étant une conſtante arbitraire). C'eſt ce que trouve M. Bernoulli pp. 910 & 911, où il appelle x ce que nous appelons y, & p ce que nous appelons Z. La ſeconde équation qu'il emploie, eſt parfaitement conforme à celle-ci $\frac{\delta\,y'}{\delta\,y''} =$

$-\frac{Y''}{Y'} = -\frac{(Y' + \mathrm{d}\,Y')}{Y'}$ que nous avons trouvée d'après la méthode de M. Euler. Il appelle h ce que nous appelons Y' & $\frac{\mathrm{d}\,f}{\mathrm{d}\,g}$ ce que nous appelons $\frac{\delta\,y'}{\delta\,y''}$. Ainſi toute la différence qui ſe trouve entre le procédé de M. Bernoulli & celui de M. Euler, eſt qu'au lieu de conſerver la forme:

$$\frac{\mathrm{d}.\frac{(y''-y)}{V(\mathrm{d}\,x^2+(y''-y')^2)}}{\mathrm{d}.\frac{(y'-y)}{V(\mathrm{d}\,x^2+(y'-y)^2)}} = \frac{\mathrm{d}.\frac{(\mathrm{d}\,y+\mathrm{d}\,\mathrm{d}\,y)}{V(\mathrm{d}\,x^2+(\mathrm{d}\,y+\mathrm{d}\,\mathrm{d}\,y)^2)}}{\mathrm{d}.\frac{\mathrm{d}\,y}{V(\mathrm{d}\,x^2+\mathrm{d}\,y^2)}},$$

il exécute la différentiation, ce qui l'oblige à une intégration qui dans l'autre méthode ſe fait d'elle-même. Le procédé eſt donc eſſentiellement le même, ſeulement celui de M. Euler donne une abbréviation que ne donne pas celui de M. Bernoulli. Mais cette abbréviation elle-même n'eſt un avantage que dans les cas très-ſimples; dans les cas un peu compliqués, on eſt pour l'ordinaire obligé de redescendre à l'équation différentielle de M. Bernoulli.

§ 5. Au reſte, l'équation $Z - c = -\frac{a\,\mathrm{d}\,x}{V(\mathrm{d}\,x^2+\mathrm{d}\,y^2)}$ donne $(Z-c)^2\,(\mathrm{d}\,x^2+\mathrm{d}\,y^2) = a^2\,\mathrm{d}\,x^2$, donc $\mathrm{d}\,x = \pm\frac{(Z-c)\,\mathrm{d}\,y}{V(a\,a-(Z-c)^2)}$. Si l'on fait $c = 0$, on a $\mathrm{d}\,x = \frac{Z\,\mathrm{d}\,y}{V(a\,a-Z\,Z)}$. Si l'on fait $c = a$, on a $\mathrm{d}\,x = \frac{(a-Z)\,\mathrm{d}\,y}{V(2\,a\,Z-Z\,Z)}$. Ce ſont les expreſſions que trouve M. Bernoulli p. 911.

§ 6. Si l'on a les deux formules $\int V(\mathrm{d}\,x^2+\mathrm{d}\,y^2) = C$, $\int \Pi = \textit{Minimum}$, où $\Pi = \int L\,\mathrm{d}\,\pi$, & $\pi = \int V(\mathrm{d}\,x^2+\mathrm{d}\,y^2)$, on a $\frac{\delta\,y''}{\delta\,y'} = -\frac{\mathrm{d}.\frac{(y''-y')}{V(\mathrm{d}\,x^2+(y''-y')^2)}}{\mathrm{d}.\frac{(y'-y)}{V(\mathrm{d}\,x^2+(y'-y)^2)}}$ en vertu de la première équa-

tion. La ſeconde donne $\delta\Pi + \delta\Pi' + \delta\Pi'' + \delta\Pi'''$ &c. $= o$. On a maintenant $\pi = \int Z$, où $Z = V(dx^2 + dy^2) = V(dx^2 + (y'-y)^2)$, $Z' = V(dx^2 + (y''-y')^2)$, $Z'' = V(dx^2 + (y'''-y'')^2)$, donc $\delta Z = \frac{(y'-y)\,\delta y'}{V(dx^2 + (y'-y)^2)}$, $\delta Z' = \frac{(y''-y')\,(\delta y''-\delta y')}{V(dx^2 + (y''-y')^2)}$, $\delta Z'' = -\frac{(y'''-y'')\,\delta y''}{V(dx^2 + (y'''-y'')^2)}$, $\delta Z''' = o$ &c. Donc en faiſant $\delta\pi = o$, on a $\delta\pi' = \frac{(y'-y)\,\delta y'}{V(dx^2+(y'-y)^2)}$, $\delta\pi'' = -\delta y' d.\frac{(y'-y)}{V(dx^2+(y'-y)^2)} + \frac{(y''-y')\,\delta y''}{V(dx^2+(y''-y')^2)}$, $\delta\pi''' = -\delta y'\,d.\frac{(y'-y)}{V(dx^2+(y'-y)^2)} - \delta y''\,d.\frac{(y''-y')}{V(dx^2+(y''-y')^2)} = o$. L'équation ſera donc $L\delta x + L'\delta\pi' + L''\delta\pi'' + L'''\delta\pi'''$ &c. $= o$, ou $\frac{L'(y'-y)\,\delta y'}{V(dx^2+(y'-y)^2)} - L''\delta y'\,d.\frac{(y'-y)}{V(dx^2+(y'-y)^2)} + \frac{L''(y''-y')\,\delta y''}{V(dx^2+(y''-y')^2)} = o$. Donc

$$\frac{\delta y''}{\delta y'} = \frac{d.\frac{(y''-y')}{V(dx^2+(y''-y')^2)}}{d.\frac{(y'-y)}{V(dx^2+(y'-y)^2)}} = \frac{\frac{L'(y''-y')}{V(dx^2+(y''-y')^2)}}{\frac{L'(y'-y)}{V(dx^2+(y'-y)^2)} - L''.d.\frac{(y'-y)}{V(dx^2+(y'-y)^2)}},$$

ou $\frac{\frac{L''(y''-y')}{V(dx^2+(y''-y')^2)}}{d.\frac{(y''-y')}{V(dx^2+(y''-y')^2)}} - \frac{\frac{L'(y'-y)}{V(dx^2+(y'-y)^2)}}{d.\frac{(y'-y)}{V(dx^2+(y'-y)^2)}} + L'' = o$,

ou $L'' + d.\frac{\frac{L'(y'-y)}{V(dx^2+(y'-y)^2)}}{d.\frac{(y'-y)}{V(dx^2+(y'-y)^2)}} = o$. On a donc en intégrant,

$$\frac{L'(y'-y)}{V(dx^2+(y'-y)^2)} - (C - \int L'')\,d.\frac{(y'-y)}{V(dx^2+(y'-y)^2)} = o,$$

ou $-d.(C-\int L)\frac{dy}{V(dx^2+dy^2)} = o$, ou $(C-\int L)\frac{dy}{V(dx^2+dy^2)}$

+

$+ A = o$, ou en multipliant par $d\,d\,y$, $\frac{(C - \int L)\,d\,y\,d\,d\,y}{V(d\,x^2 + d\,y^2)}$ $+ A\,d\,d\,y = o$, ou en y joignant cette équation identique $d\,\Pi - L\,d\,\pi = o$, savoir $d\,\Pi - L\,V(d\,x^2 + d\,y^2) = o$, on a $\frac{(C - \int L)\,d\,y\,d\,d\,y}{V(d\,x^2 + d\,y^2)} - L\,d\,x\,V(d\,x^2 + d\,y^2) + A\,d\,d\,y + d\,\Pi = o$, donc en intégrant, $(C - \int L)\,V(d\,x^2 + d\,y^2) + A\,d\,y + \Pi + B = o$. Donc $-(C - \int L) = \frac{A\,V(d\,x^2 + d\,y^2)}{d\,y} = \frac{A\,d\,y + \Pi + B}{d\,y}$, ou $A\,d\,x - \Pi\,d\,y - B\,d\,y = o$, ou $A\,d\,x = (\Pi + B)\,V(d\,\zeta^2 - d\,x^2)$, $A^2\,d\,x^2 = (\Pi + B)^2\,(d\,\zeta^2 - d\,x^2)$. Donc $d\,x = \frac{(\Pi + B)\,d\,\zeta}{V(A\,A + (\Pi + B)^2)}$, ce qui revient à ce que trouve M. Bernoulli p. 915.

§ 6. L'équation fondamentale du premier problème eſt, comme nous l'avons vu d'après les deux méthodes de M. Bernoulli & de M. Euler, $\frac{d\,d\,y + d^3\,y - \frac{3\,d\,y\,d\,d\,y^2}{d\,\zeta^2}}{d\,d\,y} = \frac{Y' + d\,Y'}{Y'}$, ce qui donne après les réductions, $Y'\,d^3 y\,d\,\zeta^2 - 3\,Y'\,d\,y\,d\,d\,y^2 - d\,Y'\,d\,d\,y\,d\,\zeta^2 = o$; cette équation revient à celle que trouve M. Bernoulli p. 910. Dans le ſecond problème, on a $\frac{d.\frac{L\,d\,y}{V(d\,x^2 + d\,y^2)}}{d.\frac{d\,y}{V(d\,x^2 + d\,y^2)}} + L\,d\,x = o$, ou $d.\frac{L\,d\,y\,(d\,x^2 + d\,y^2)}{d\,x^2\,d\,d\,y} + L\,d\,x = o$, ou en différentiant & réduiſant $d\,L\,d\,\zeta^2\,d\,y\,d\,d\,y - L\,d\,\zeta^2\,d\,y\,d^3 y + 3\,L\,d\,y^2\,d\,d\,y^2 + 2\,L\,d\,x^2\,d\,d\,y^2 = o$, ce qui revient à l'équation que trouve M. Bernoulli p. 914, en faiſant $L = h$. Dans ce cas-ci, la valeur particulière de $-\frac{\delta\,y''}{\delta\,y'}$ eſt ſuivant M. Bernoulli,

$\frac{h\,d\,y\,d\,\zeta + h\,d\,\zeta\,d\,d\,y + d\,h\,d\,y\,d\,\zeta}{h\,d\,y\,d\,\zeta + 2\,h\,d\,y\,d\,d\,\zeta - h\,d\,\zeta\,d\,d\,y} =$ (en réduiſant & négligeant les

termes du cinquième ordre) $\frac{h\,dy\,d\zeta^2 + 2h\,dx^2\,ddy + dh\,dy\,d\zeta^2}{h\,dy\,d\zeta^2}$.

Or l'autre valeur eſt $\frac{\frac{L''(y''-y')}{V(dx^2+(y''-y')^2)}}{\frac{L'(y'-y)}{V(dx^2+(y'-y)^2)} - L''\,d\cdot\frac{(y'-y)}{V(dx^2+(y'-y)^2)}}$

$= $ (en faiſant $L' = h$, $L'' = h + dh$) $\frac{\frac{(h+dh)(dy+ddy)}{V(dx^2+(dy+ddy)^2)}}{\frac{h\,dy}{V(dx^2+dy^2)} - (h+dh)\,d\cdot\frac{dy}{V(dx^2+dy^2)}}$

$= \frac{(h+dh)(dy+ddy)\left\{\frac{1}{V(dx^2+dy^2)} - \frac{dy\,ddy}{(dx^2+dy^2)^{\frac{3}{2}}}\right\}}{\frac{h\,dy}{V(dx^2+dy^2)} - (h+dh)\frac{dx^2\,ddy}{(dx^2+dy^2)^{\frac{3}{2}}}} =$

$\frac{(h+dh)(dy+ddy)\left\{1-\frac{dy\,ddy}{d\zeta^2}\right\}}{h\,dy - (h+dh)\frac{dx^2\,ddy}{d\zeta^2}} = \frac{h\,dy + h\,ddy + dh\,dy - \frac{h\,dy^2\,ddy}{d\zeta^2}}{h\,dy - \frac{h\,dx^2\,ddy}{d\zeta^2}}$

$= 1 + \frac{h\,ddy\,d\zeta^2 + dh\,dy\,d\zeta^2 - h\,dy^2\,ddy + h\,dx^2\,ddy}{h\,dy\,d\zeta^2}$

$= \frac{h\,dy\,d\zeta^2 + 2h\,dx^2\,ddy + dh\,dy\,d\zeta^2}{h\,dy\,d\zeta^2}$, comme ci-deſſus.

Ainſi M. Bernoulli trouve les mêmes équations que celles qui réſultent de la méthode de M. Euler, ſeulement il opère les différentiations qu'on ne fait qu'indiquer dans celle-ci.

§ 7. Nous avons vu que ce grand géomètre traitoit de la même manière que nous, la première équation tirée de la condition des iſopérimètres, laquelle eſt commune à tous les problèmes. Quant à la ſeconde équation qui eſt particulière à chaque problème, il y parvient auſſi d'une manière analogue. Dans le premier problème, nous avons $\delta Z' + \delta Z'' = 0$; il trouve $dF + dG = 0$, donc $dF = \delta Z'$, $dG = \delta Z''$. Enſuite nous obtenons $Y'\delta y' + Y''\delta y'' = 0$, & il trouve $h\,df + i\,dg = 0$, donc $Y' = h$, $Y'' = i = h + dh$, $df = \delta y'$, $dg = \delta y''$, la ſeconde valeur de $\frac{df}{dg}$ s'obtient donc de

même. Dans le ſecond problème, nous avons $\delta\Pi' + \delta\Pi'' = 0$, il trouve $d\Phi + d\Gamma = 0$, donc $d\Phi = \delta\Pi'$, $d\Gamma = \delta\Pi''$. Enſuite nous obtenons, $L'\delta\pi' + L''\delta\pi'' = 0$, & il trouve $h\,d\Phi + i\,d\gamma = 0$, donc $h = L'$, $d\Phi = \delta\pi'$, $i = L''$, $d\gamma = \delta\pi''$. Or $\delta\pi'' = \delta\pi' + \delta Z'$, donc notre équation devient $L'\delta\pi' + L''\delta\pi' + L''\delta Z' = 0$, & il trouve $h\,ds + i\,ds + i\,dt = 0$, donc $h = L'$, $i = L''$, $ds = \delta\pi'$, $dt = \delta Z'$. Nous trouvons après cela, $\delta\pi' = \frac{dy\,.\,\delta y'}{V(dx^2 + dy^2)}$, $\delta Z' = \frac{(dy + ddy)\,\delta y''}{V(dx^2 + (dy + ddy)^2)}$, & il trouve $ds = \frac{p\,dp}{s} = \frac{dy\,\delta y'}{V(dx^2 + dy^2)}$. Ici dp s'exprime par $\delta y'$, M. Bernoulli n'ayant pas imaginé de donner un ſigne différent à la variation, & l'on a $dt = \frac{q\,dq}{t} = \frac{(dy + ddy)\,\delta y''}{V(dx^2 + (dy + ddy)^2)}$. On a ici $p = dy$, $q = dy + ddy$, $dq = \delta y''$. Le procédé eſt donc exactement le même, mais les ſignes des variations rendent plus clair le procédé de M. Euler.

§ 8. Nous avons donné § 1 le procédé de M. Bernoulli pour trouver les rapports des variations, en ſuppoſant dx conſtant, ce qui revient à ſon Théor. 4. Si l'on fait dz conſtant, on aura les trois équations différentielles, 1. $dx\delta dx + dy\delta dy = 0$, 2. $(dx + ddx)(\delta dx + \delta ddx) + (dy + ddy)(\delta dy + \delta ddy) = 0$, 3. $(dx + 2ddx + d^3x)(\delta dx + 2\delta ddx + \delta d^3x) + (dy + 2ddy + d^3y)(\delta dy + 2\delta ddy + \delta d^3y) = 0$. Le point C étant fixe, nous aurons $3\delta dx + 3\delta ddx + \delta d^3x = 0$; $3\delta dy + 3\delta ddy + \delta d^3y = 0$; donc $\delta dx + 2\delta ddx + \delta d^3x = -2\delta dx - \delta ddx$; $\delta dy + 2\delta ddy + \delta d^3y = -2\delta dy - \delta ddy$, ce qui ſubſtitué dans la troiſième équation, donne $(dx + 2ddx + d^3x)(2\delta dx + \delta ddx) + (dy + 2ddy + d^3y)(2\delta dy + \delta ddy) = 0$. Donc $2\delta dx + \delta ddx =$

$-\frac{(dy+2ddy+d^3y)(2\delta dy+\delta ddy)}{dx+2ddx+d^3x}$. Donc $\delta dx+\delta ddx=$
$-\frac{(dy+ddy)(\delta dy+\delta ddy)}{dx+ddx}$. Donc $\delta dx=$
$-\frac{(dy+2ddy+d^3y)(2\delta y+\delta ddy)}{dx+2ddx+d^3x}+\frac{(dy+ddy)(\delta dy+\delta ddy)}{dx+ddx}=$
$-\frac{dy\,\delta dy}{dx}$, équation qui eſt la même que celle que nous avons trouvée § 1, en changeant x & z. On a donc $\delta dy : 2\delta dy+\delta ddy = dx^2ddy - dxdyddx + dx^2d^3y - dydxd^3x + dxddxd^3y - dxddyd^3x : (dyddx - dxddy)(dx+2ddx+d^3x)$. Or $ddx = -\frac{dyddy}{dx}$, donc $dyddx - dxddy = -\frac{dy^2ddy}{dx} - dxddy = -\frac{dz^2ddy}{dx}$, $d^3x = -\frac{dyd^3y}{dx} - \frac{ddy^2}{dx} + \frac{dyddyddx}{dx^2} = -\frac{dyd^3y}{dx} - \frac{ddy^2}{dx^2} - \frac{dy^2ddy^2}{dx^3} = -\frac{dyd^3y}{dx} - \frac{dz^2ddy^2}{dx^3}$. Subſtituant ces valeurs, on a $\delta dy : 2\delta dy+\delta ddy = dz^2ddy + dz^2d^3y + \frac{dz^2dyddy^2}{dx^2} + \frac{dz^2ddy^3}{dx^2} : -\frac{dz^2ddy}{dx}(dx+2ddx+d^3x) = dx^2ddy + dx^2d^3y + dyddy^2 : -dx^2ddy + 2dyddy^2$, comme le trouve M. Bernoulli p. 907.

§ 9. On peut parvenir au même réſultat par la méthode de M. Euler. Si l'on fait dz conſtant, la condition des Iſopérimètres donnera $dx+dx'+dx''=$ Minim. ou $\sqrt{(dz^2-dy^2)}+\sqrt{(dz^2-dy'^2)}+\sqrt{(dz^2-dy''^2)}=$ Minim. ou $\sqrt{(dz^2-(y'-y)^2)}+\sqrt{(dz^2-(y''-y')^2)}+\sqrt{(dz^2-(y'''-y'')^2)}=$ Minim. Donc $-\frac{\delta y'(y'-y)}{\sqrt{(dz^2-(y'-y)^2)}}-\frac{(\delta y''-\delta y')(y''-y')}{\sqrt{(dz^2-(y''-y')^2)}}+\frac{\delta y''(y'''-y'')}{\sqrt{(dz^2-(y'''-y'')^2)}}=0$, ou $\delta y'\,d.\frac{(y'-y)}{\sqrt{(dz^2-(y'-y)^2)}}+\delta y''\,d.\frac{(y''-y')}{\sqrt{(dz^2-(y''-y')^2)}}=0$,

$$\frac{\delta y'}{\delta y''} = -\frac{d.\frac{(y''-y')}{V(dt^2-(y''-y')^2)}}{d.\frac{(y'-y)}{V(dt^2-(y'-y)^2)}} = -\frac{d.\frac{(dy+ddy)}{V(dt^2-(y+ddy)^2)}}{d.\frac{dy}{V(dt^2-dy^2)}} =$$

$$-\frac{\frac{(ddy+d^3y)}{(dt^2-(dy+ddy)^2)^{\frac{3}{2}}}}{\frac{ddy}{(dt^2-(dy+ddy)^{\frac{1}{2}})}} = -\frac{\frac{(ddy+d^3y)}{(dx^2+2dydy)^{\frac{3}{2}}}}{\frac{ddy}{dx^3}} =$$

$$-\frac{(ddy+d^3y)}{ddy\left\{1-\frac{2dyddy}{dx^2}\right\}^{\frac{3}{2}}} = -\frac{(ddy+d^3y)}{ddy}\left(1+\frac{3dyddy}{dx^2}\right. =$$

$$-\frac{\left\{ddy+d^3y+\frac{3dyddy^2}{dx^2}\right\}}{ddy},$$ ce qui eſt la même expreſſion qu'a donnée M. Bernoulli.

§ 10. Il eſt évident d'après la méthode de M. Euler, que ſi Z ne contient que dy ou $y'-y$, Z' ne contiendra que $y''-y'$; Z''' ne contiendra que $y'''-y''$ &c., & de même $Z_,$ ne contiendra que $y-y_,$, $Z_{,,}$ ne contiendra que $y_,-y_{,,}$ &c. Si donc on ne fait varier que y', comme dans les problèmes qui ne renferment qu'une condition, tels que les Brachyſtochrones, on aura $\delta Z_,=0$, $\delta Z_{,,}=0$ &c. $\delta Z''=0$ &c., en ſorte que l'équation ſe réduira à $\delta Z+\delta Z'=0$, ou $Z+Z'=$ Minimum. Si Z renferme ddy ou $y''-2y'+y$, Z' renfermera $y'''-2y''+y'$, Z'' renfermera $y^{IV}-2y'''+y''$, &c., $Z_,$ renfermera $y'-2y+y_,$, $Z_{,,}$ renfermera $y-2y_,+y_{,,}$ &c. Si l'on ne fait varier que y', on aura $Z_,+Z+Z'=$ Minim. & $\delta Z_,+\delta Z+\delta Z'=0$, parce que $\delta Z_{,,}=0$, $\delta Z''=0$ &c. Si Z renferme d^3y ou $y'''-3y''+3y'-y$, Z' renfermera $y^{IV}-3y'''+3y''-y'$; Z'' renfermera $y^V-3y^{IV}+3y'''-y''$ &c. $Z_,$ renfermera $y''-3y'+3y-y_,$, Z'' renfermera $y'-3y+3y_,-y_{,,}$, $Z_{,,,}$ renfermera $y-3y_,+3y_{,,}-y_{,,,}$ &c. Si l'on ne fait varier que y', on aura $Z_{,,}+Z_,+Z+Z'=$ Minim. & $\delta Z_{,,}+\delta Z_,+\delta Z+\delta Z'=0$, parce que $\delta Z_{,,,}=0$, $\delta Z''=0$ &c. L'analogie eſt évidente, & l'on voit que ſi Z renferme d^ny, on aura, $Z_{n-1}+Z_{n-2}\ldots+Z_,+Z$

$+ Z' =$ Minim. & $\delta Z_{n-1} + \delta Z_{n-2} \ldots + \delta Z_{,} + \delta Z + \delta Z' = 0$, parce que $\delta Z_n = 0$, $\delta Z'' = 0$ &c. Telles ſont les formules générales pour les cas où l'on n'a qu'une ſeule condition à remplir. M. Bernoulli & ceux qui l'ont ſuivi jusqu'à M. Euler, n'ont conſidéré que le premier cas, où Z ne renfermoit que dy; en conſéquence, ils n'ont conſidéré que deux arcs infiniment petits conſécutifs. M. Euler eſt le premier qui ait conſidéré le cas où Z renfermoit des différentielles ſupérieures, & il ſuit de ce que nous venons de dire, que ſi Z renferme des différentielles de l'ordre n, il faut conſidérer $n+1$ petits arcs conſécutifs.

§ 11. Si maintenant on veut ſatisfaire à deux conditions, au lieu de faire varier y' ſeulement, il faudra faire varier y' & y''; dès lors, les variations de Z'' entreront dans le calcul, toutes choſes reſtant d'ailleurs les mêmes, en ſorte que ſi Z ne renferme que dy, on aura deux équations de la forme $\delta Z + \delta Z' + \delta Z'' = 0$; ſi Z renferme ddy, on aura deux équations de la forme $\delta Z_{,} + \delta Z + \delta Z' + \delta Z'' = 0$, ... & en général, ſi Z renferme $d^n y$, on aura deux équations de la forme $\delta Z_{n-1} + \delta Z_{n-2} \ldots + \delta Z_{,} + \delta Z + \delta Z' + \delta Z'' = 0$. Telles ſont les formules générales pour les cas où l'on a deux conditions à remplir. M. Bernoulli n'a conſidéré que le premier cas où Z ne renfermoit que dy, tel que le problème iſopérimètre; en conſéquence, il n'a eu beſoin de conſidérer que trois petits arcs conſécutifs. M. Euler eſt le premier qui ait conſidéré le cas où Z renfermoit des différentielles ſupérieures. Il ſuit de ce que nous venons de dire, que ſi Z renferme des différentielles de l'ordre n, il faut conſidérer $n+2$ petits arcs conſécutifs.

§ 12. S'il y a trois conditions à remplir, il faudra faire varier y', y'', y''', alors les variations de Z''' entreront dans le calcul, toutes choſes reſtant d'ailleurs les mêmes, en ſorte que ſi Z renferme $d^n y$, on aura trois équations de la forme $\delta Z_{n-1} + \delta Z_{n-2} \ldots + \delta Z_{,} + \delta Z + \delta Z' + \delta Z'' + \delta Z''' = 0$. Et en général, ſi l'on a m conditions à remplir, il faudra faire varier y', y'', y''' ... $y^{(m)}$, alors les

variations de $Z^{(m)}$ entreront dans le calcul, toutes choſes reſtant d'ailleurs les mêmes, en ſorte que ſi Z renferme $d^n y$, on aura m équations de la forme, $\delta Z_{n-1} + \delta Z_{n-2} \ldots + \delta Z_{,} + \delta Z + \delta Z' \ldots + \delta Z^{(m)} = o$. M. Bernoulli n'a conſidéré aucun de ces cas, M. Euler eſt le premier qui en ait fait mention. L'on voit que dans le cas général où Z renferme des différentielles de l'ordre m, il faut prendre $n + m$ petits arcs conſécutifs.

§ 12. Jusqu'ici nous avons eu toujours des problèmes déterminés, parce que nous n'avons introduit que le nombre des variations néceſſaires pour réſoudre les problèmes dont il étoit queſtion; en conſéquence, nous n'avons pris que le nombre de petits arcs néceſſaire. Mais ſi nous multiplions le nombre de ces petits arcs au-delà de ce qui eſt néceſſaire, alors le problème deviendra indéterminé. Soit la formule $\int Z = Minimum$, & que Z ne contienne que dy, en ſorte que $dZ = M dx + N dy + P ddy$, on aura, en ne faiſant varier que y, & laiſſant x conſtant, $\delta Z = N \delta y + P \delta (y' - y)$, $\delta Z' = N' \delta y' + P' \delta (y'' - y')$; $\delta Z'' = N'' \delta y'' + P'' \delta (y''' - y'')$, $\delta Z''' = N''' \delta y''' + P''' \delta (y^{iv} - y''') \ldots\ldots \delta Z^{(m)} = N^m \delta y^m + P^m \delta (y^{m+1} - y^m)$. Si l'on prend maintenant les variations de y', y'', y''' .... y^m, on aura la formule $\delta Z + \delta Z' + \delta Z'' + \delta Z''' \ldots\ldots + \delta Z^m = o$, ou en ſubſtituant les valeurs, $(N' + P - P') \delta y' + (N'' + P' - P'') \delta y'' + (N''' + P'' - P''') \delta y''' \ldots\ldots + (N^m + P^{m-1} - P^m) \delta y^m = o$, ou $(N' - d P) \delta y' + (N'' - d P') dy'' + (N''' - d P'') \delta y''' \ldots + (N^m - d P^{m-1}) \delta y^m = o$. Maintenant, puiſqu'on ſuppoſe toutes les variations indépendantes les unes des autres, le problème ne renfermant aucune autre condition, les coëfficiens de chacune de ces variations devront être identiquement nuls, ce qui donnera les équations, $N' - d P = o$, $N'' - d P' = o$, $N''' - d P'' = o$ .... $N^m - d P^{m-1} = o$. Si l'arc total que l'on diviſe en m parties, eſt infiniment petit, il eſt évident que ces équations ne différeront pas les unes des autres, & qu'elles ſe réduiront à celle-ci, $N - d P = o$. Mais ſi l'arc eſt fini, alors le nombre m ſera in-

fini, & ces équations ne pourront être confondues les unes avec les autres. La conſidération unique de l'équation $N - \mathrm{d}P = 0$ ſuppoſe donc néceſſairement que l'arc que l'on diviſe en un certain nombre de parties égales, eſt infiniment petit; c'eſt-là une conſidération eſſentielle dont nous ferons uſage dans la ſuite. Il eſt évident que ce que je viens de dire du cas où Z ne renferme que $\mathrm{d}y$, s'applique immédiatement au cas où Z renferme $\mathrm{d}^n y$; je n'ai pris le cas le plus ſimple que pour abréger.

§ 13. S'il n'y a qu'une ſeule condition à remplir $\int Z = Minimum$ & que Z contienne $\mathrm{d}^3 y$, en ſorte que $\mathrm{d}Z = M\,\mathrm{d}x + N\mathrm{d}y + P\,\mathrm{d}\mathrm{d}y + Q\,\mathrm{d}^3 y + R\,\mathrm{d}^4 y$, on aura

$$\delta Z_{,,} = N_{,,}\delta y_{,,} + P_{,,}\delta(y_{,} - y_{,,}) + Q_{,,}\delta(y - 2y_{,} + y_{,,}) + R_{,,}\delta(y' - 3y + 3y_{,} - y_{,,}),$$
$$\delta Z_{,} = N_{,}\delta y_{,} + P_{,}\delta(y - y_{,}) + Q_{,}\delta(y' - 2y + y_{,}) + R_{,}\delta(y'' - 3y' + 3y - y_{,}),$$
$$\delta Z = N\delta y + P\delta(y' - y) + Q\delta(y'' - 2y' + y) + R\delta(y''' - 3y'' + 3y' - y),$$
$$\delta Z' = N'\delta y' + P'\delta(y'' - y') + Q'\delta(y''' - 2y'' + y') + R'\delta(y^{\mathrm{IV}} - 3y''' + 3y'' - y'),$$
$$\delta Z'' = N''\delta y'' + P''\delta(y''' - y'') + Q''\delta(y^{\mathrm{IV}} - 2y''' + y'') + R''\delta(y^{\mathrm{V}} - 3y^{\mathrm{IV}} + 3y''' - y'').$$

L'équation ſera par le § 10 $\delta Z_{,,} + \delta Z_{,} + \delta Z + \delta Z' = 0$. Si maintenant dans cette équation, au lieu de ne faire varier que y', comme l'exige la nature du problème, on fait varier y', y'', y''', y^{IV}, on aura $(N' + P - P' + Q_{,} - 2Q + Q' + R_{,,} - 3R_{,} + 3R - R')\,\delta y' + (P' + Q - 2Q' + R_{,} - 3R + 3R')\,\delta y'' + (Q' + R - 3R')\,\delta y''' + R'\,\delta y^{\mathrm{IV}} = 0$. Maintenant, ſi l'on veut faire évanouir ſéparément les coëfficiens des variations $\delta y'$, $\delta y''$, $\delta y'''$, δy^{IV}, qui reſtent indépendantes les unes des autres, on aura d'abord $R' = 0$, puis $Q' + R - 3R' = 0$, ou bien puiſque $R' = 0$, $Q' + R - R' = 0$, ou $Q' - \mathrm{d}R = 0$, puis $P' + Q - 2Q' + R_{,} - 3R + 3R' = 0$. Retranchant de cette équation l'équation $R' = 0$, & y ajoutant, $Q' + R - R' = 0$, on a $P' + Q - Q' + R_{,} - 2R + R' = 0$, ou $P' - \mathrm{d}Q + \mathrm{d}\mathrm{d}R = 0$; on aura enfin $N' - \mathrm{d}P + \mathrm{d}\mathrm{d}Q_{,} - \mathrm{d}^3 R_{,,} = 0$. Il faudroit donc ſatisfaire à la fois à cette dernière équation, & aux trois premières; mais puis qu'on ne prend que Z' qui répond à l'ordonnée y', & qu'on néglige les fonctions Z'', Z''', Z^{IV} qui répondent aux ordonnées

y'',

y'', y''', y^{IV}, il faut auſſi négliger les ordonnées y'', y''', y^{IV}, & dès lors les trois premières équations s'évanouïſſent d'elles-mêmes, & il ne reſte que la première. Au reſte, l'analogie eſt évidente, & il eſt clair que ſi Z renferme $d^n y$, les équations ſecondaires ſuivront la même progreſſion, & devront s'évanouïr par la même raiſon.

§ 14. La notation de M. Euler dont nous avons fait uſage, a été employée par M. Fontaine & par M. de Borda dans les Mémoires de Paris pour 1767. Mais ces deux illuſtres géomètres en ont tiré des concluſions différentes. Au moyen de ce que nous avons dit § 10, il ſera aiſé de comparer ces concluſions, & de juger de la marche. Il ſuit du § cité, que ſi l'on a $\int Z\,dx = Minimum$, & que Z contienne $d^n y$, que l'on faſſe enſuite varier les quantités y, y', y'' .... y^n, on aura l'équation $Z_n + Z_{n-1} \ldots + Z_1 + Z + Z' \ldots + Z^m = Minimum$. Soit maintenant,

$$dZ = A^{(0)}\,dx + A^{(1)}\,dy + A^{(2)}\,ddy \ldots + A^{(n+1)}\,d^{n+1}y,$$

on aura,

$$dZ' = A^{(0)'}\,dx + A^{(1)'}\,dy' + A^{(2)'}\,ddy' \ldots + A^{(n+1)'}\,d^{n+1}y'.$$

$$dZ_1 = A_1^{(0)}\,dx + A_1^{(1)}\,dy_1 + A_1^{(2)}\,ddy_1 \ldots + A_1^{(n+1)}\,d^{n+1}y_1.$$

$$dZ^m = A^{(0)m}\,dx + A^{(1)m}\,dy^m + A^{(2)m}\,ddy^m \ldots + A^{(n+1)m}\,d^{n+1}y^m.$$

$$dZ_n = A_n^{(0)}\,dx + A_n^{(1)}\,dy_n + A_n^{(2)}\,ddy_n \ldots + A_n^{(n+1)}\,d^{n+1}y_n.$$

Nous aurons donc,

$$\begin{aligned}\delta Z^n = {} & A_n^{(1)}\,\delta y_n + A_n^{(2)}\,\delta(y_{n-1} - y_n) \\ & + A_n^{(3)}\,\delta(y_{n-2} - 2y_{n-1} + y_n) \ldots\ldots \\ & \ldots + A_n^{(n)}\,\delta\left(y_1 - \frac{(n-1)}{1}y_{II} + \frac{(n-1)(n-2)}{1.2}y_{III} \ldots \pm y_n\right) \\ & + A_n^{(n+1)}\,\delta\left(y - \frac{n}{1}y_1 + \frac{n(n-1)}{1.2}y_{II} \ldots \mp y_n\right);\end{aligned}$$

$$\delta Z_{n-1} = A^{(1)}{}_{n-1}\,\delta y_{n-1} + A^{(2)}{}_{n-1}\,\delta(y_{n-2} - y_{n-1}) + A^{(3)}{}_{n-1}\,\delta(y_{n-3} - 2y_{n-2} + y_{n-1}) \ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots + A^{(n)}{}_{n-1}\,\delta\left(y - \frac{(n-1)}{1} + y_{,}\frac{(n-1)(n-2)}{1.2}y_{,,} \ldots \mp y_{n-1}\right)$$
$$+ A_{n}{}^{(n+1)}\,\delta\left(y' - \frac{n}{1}y + \frac{n(n-1)}{1.2}y_{,} \ldots\ldots \pm y_{n-1}\right);$$

$$\delta Z_{,} = A^{(1)}\,\delta y_{,} + A_{,}^{(2)}\,\delta(y - y_{,}) + A_{,}^{(3)}\,\delta(y' - 2y + y_{,}) \ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots + A_{,}^{(n)}\,\delta\left(y^{n-2} - \frac{(n-1)}{1}y^{n-3} + \frac{(n-1)(n-2)}{1.2}y^{n-4} \ldots \pm y_{,}\right)$$
$$+ A_{,}^{(n+1)}\,\delta\left(y^{n-1} - \frac{n}{1}y^{n-2} + \frac{n(n-1)}{1.2}y^{n-3} \ldots \mp y_{,}\right);$$

$$\delta' Z = A^{(1)}\,\delta y + A^{(2)}\,\delta(y' - y) + A^{(3)}\,\delta(y'' - 2y' + y) \ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots + A^{(n)}\,\delta\left(y^{n-1} - \frac{(n-1)}{1}y^{n-2} + \frac{(n-1)(n-2)}{1.2}y^{n-3} \ldots \mp y\right)$$
$$+ A^{(n+1)}\,\delta\left(y^{n} - \frac{n}{1}y^{n-1} + \frac{n(n-1)}{1.2}y^{n-2} \ldots\ldots \pm y\right);$$

$$\delta Z' = A^{(1)'}\,\delta y' + A^{(2)'}\,\delta(y'' - y') + A^{(3)'}\,\delta(y''' - 2y'' + y') \ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots + A^{(n)'}\,\delta\left(y^{n} - (n-1)y^{n-1} + \frac{(n-1)(n-2)}{1.2}y^{n-2} \ldots \pm y'\right)$$
$$+ A^{(n+1)'}\,\delta\left(y^{n+1} - ny^{n} + \frac{n(n-1)}{1.2}y^{n-1} \ldots\ldots \mp y'\right);$$

$$\delta Z^{m-1} = A^{(1)m-1}\,\delta y^{m-1} + A^{(2)m-1}\,\delta(y^{m} - y^{m-1}) + A^{(3)m-1}\,\delta(y^{m+1} - 2y^{m} + y^{m-1}) \ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots + A^{(n)m-1}\,\delta\left(y^{m+n-2} - \frac{(n-1)}{1}y^{m+n-3} + \frac{(n-1)(n-2)}{1.2}y^{m+n-4} \ldots\ldots \pm y^{m-1}\right)$$
$$+ A^{(n+1)m-1}\,\delta\left(y^{m+n-1} - \frac{n}{1}y^{m+n-2} + \frac{n(n-1)}{1.2}y^{m+n-3} \ldots\ldots \mp y^{m-1}\right);$$

$$\delta Z^m = A^{(1)m}\,\delta y^m + A^{(2)}\,\delta(y^{m+1} - y^m) + A^{(3)}\,\delta(y^{m+2} - 2y^{m+1} + y^m) \ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots + A^{(n)m}\,\delta\left(y^{m+n-1} - \frac{(n-1)}{1}\,y^{m+n-2} + \frac{(n-1)(n-2)}{1.2}\,y^{m+n-3} \ldots\ldots \mp y^m\right)$$
$$+ A^{(n+1)m}\,\delta\left(y^{m+n} - \frac{n}{1}\,y^{m+n-1} + \frac{n(n-1)}{1.2}\,y^{m+n-2} \ldots\ldots\ldots \pm y^m\right).$$

§ 15. Prenant maintenant les variations, & ſuivant les principes du § 13 qui ſont ceux de M. Fontaine, on négligera toutes les quantités qui ſont au-deſſus de y^m, & au-deſſous de y, & l'on aura

$$\delta Z_n = A_n^{(n+1)}\,\delta y;$$
$$\delta Z_{n-1} = A_{n-1}^{(n)}\,\delta y + A_{n-1}^{(n+1)}(\delta y' - n\,\delta y);$$
$$\delta Z_{n-2} = A_{n-2}^{(n-1)}\,\delta y + A_{n-2}^{(n)}(\delta y' - (n-1)\,\delta y) + A_{n-2}^{(n+1)}\left(\delta y'' - n\,\delta y' + \frac{n(n-1)}{1.2}\,\delta y\right);$$

— — — — — — — — — — — — —

$$\delta Z_1 = A_1^{(2)}\,\delta y + A_1^{(3)}(\delta y' - 2\,\delta y) \ldots\ldots + A_1^{(n+1)}(\delta y^{n-1} - n\,\delta y^{n-2} \ldots\ldots \pm n\,\delta y);$$
$$\delta Z = A^{(1)}\,\delta y + A^{(2)}(\delta y' - \delta y) + A^{(3)}(\delta y'' - 2\,\delta y' + \delta y) \ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots + A^{(n+1)}(\delta y^n - n\,\delta y^{n-1} \ldots \mp \delta y);$$
$$\delta Z' = A^{(1)}\,\delta y' + A^{(2)}(\delta y'' - \delta y') + A^{(3)}(\delta y''' - 2\,\delta y'' + \delta y') \ldots$$
$$\ldots + A^{(n+1)'}(\delta y^{n+1} - n\,\delta y^n \ldots \pm \delta y').$$

— — — — — — — — — — — — —

$$\delta Z^{m-1} = A^{(1)m-1}\,\delta y^{m-1} + A^{(2)m-1}(\delta y^m - \delta y^{m-1}) + A^{(3)m-1}(-2\,\delta y^m + \delta y^{m-1}) \ldots\ldots$$
$$\ldots + A^{(n+1)m-1}(\pm n\,\delta y^m \mp \delta y^{m-1});$$
$$\delta Z^m = A^{(1)m}\,\delta y^m - A^{(2)m}\,\delta y^m + A^{(3)m}\,\delta y^m \ldots \pm A^{(n+1)m}\,\delta y^m.$$

§ 16. Subſtituant ces valeurs dans l'équation

$\delta Z_n + \delta Z_{n-1} \ldots + \delta Z_I + \delta Z + \delta Z' \ldots + \delta Z^{nl} = 0$,

on aura pour le coëfficient de δy,

$$A_n^{(n+1)} - n A_{n-1}^{(n+1)} + \frac{n(n-1)}{2} A_{n-2}^{(n+1)} \ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots \pm \frac{n(n-1)}{2} A_{II}^{(n+1)} \mp n A_I^{(n+1)} \pm A^{(n+1)}$$
$$+ A_{n-1}^{(n)} - (n-1) A_{n-2}^{(n)} + \frac{(n-1)(n-2)}{2} A_{n-3}^{(n)} \ldots.$$
$$\ldots. \mp \frac{(n-1)(n-2)}{2} A_{II}^{(n)} \pm (n-1) A_I^{(n)} \mp A^{(n)}$$
$$+ A_{n-2}^{(n-1)} - (n-2) A_{n-3}^{(n-1)} + \frac{(n-2)(n-3)}{2} A_{n-4}^{(n-1)} \ldots$$
$$\ldots. \pm \frac{(n-2)(n-3)}{2} A_{II}^{(n-1)} \mp (n-2) A_I^{(n-1)} \pm A^{(n-1)}.$$
$$- \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad -$$
$$+ A_{IV}^{(5)} - 4 A_{III}^{(5)} + 6 A_{II}^{(5)} - 4 A_I^{(5)} + A^{(5)}$$
$$+ A_{III}^{(4)} - 3 A_{II}^{(4)} + 3 A_I^{(4)} - A^{(4)}$$
$$+ A_{II}^{(3)} - 2 A_I^{(3)} + A^{(3)}$$
$$+ A_I^{(2)} - A^{(2)}$$
$$+ A^{(1)} \qquad =$$

$$A^{(1)} - \frac{d \cdot A_I^{(2)}}{dx} + \frac{d\,d \cdot A_{II}^{(3)}}{dx^2} - \frac{d^3 A_{III}^{(4)}}{dx^3} \ldots. \pm \frac{d^{n-2} A_{n-2}^{(n-1)}}{dx^{n-2}}$$
$$\mp \frac{d^{n-1} A_{n-1}^{(n)}}{dx^{n-1}} \pm \frac{d^n A_n^{(n+1)}}{dx^n}.$$

On trouvera de même pour le coëfficient de $\delta y'$, $A^{(1)'} + A^{(2)} - A^{(2)'} + A_I^{(3)} - 2 A^{(3)} + A^{(3)'}$ $+ A_{II}^{(4)} - 3 A_I^{(4)} + 3 A^{(4)} - A^{(4)'} \ldots\ldots\ldots + A_{n-1}^{(n+1)}$ $- n A_{n-2}^{(n+1)} + \frac{n(n-1)}{2} A_{n-3}^{(n+1)} \ldots\ldots \pm \frac{n(n-1)}{2} A_I^{(n+1)}$ $\mp n A^{(n+1)} \pm A^{(n+1)}, = A^{(1)}, - \frac{d \cdot A^{(2)}}{dx} + \frac{d\,d\,A_I^{(3)}}{dx^2} - \frac{d^3 A_{II}^{(4)}}{dx^3}$ $\ldots. \pm \frac{d^n A_{n-1}^{(n+1)}}{dx^n}$. On trouvera enſuite pour le coëfficient de $\delta y''$,

$$A^{(1)\prime\prime} + A^{(2)\prime} - A^{(2)\prime\prime} + A^{(3)} - 2A^{(3)\prime} + A^{(3)\prime\prime} + A_{,}^{(4)} - 3A^{(4)} + 3A^{(4)\prime} - A^{(4)\prime\prime} \ldots\ldots + A_{n-2}^{(n+1)} - nA_{n-3}^{(n+1)} + \frac{n(n-1)}{2} A_{n-4}^{(n+1)} \ldots\ldots \pm \frac{n(n-1)}{2} A^{(n+1)} \mp nA^{(n+1)\prime} \pm A^{(n+1)\prime\prime} = A^{(1)\prime\prime} - \frac{\mathrm{d}.A^{(2)\prime}}{\mathrm{d}x} + \frac{\mathrm{d}\,\mathrm{d}.A^{(3)}}{\mathrm{d}x^2} - \frac{\mathrm{d}^3 A^{(4)}}{\mathrm{d}x^3} \ldots\ldots \pm \frac{\mathrm{d}^n A_{n-2}^{(n+1)}}{\mathrm{d}x^n}.$$

On trouvera de même pour le coëfficient de δy^{m-3},

$$A^{(1)m-3} - \frac{\mathrm{d}.A^{(2)m-4}}{\mathrm{d}x} + \frac{\mathrm{d}\,\mathrm{d}.A^{(3)m-5}}{\mathrm{d}x^2} - \frac{\mathrm{d}^3 A^{(4)m-6}}{\mathrm{d}x^3} \ldots \pm \frac{\mathrm{d}^n A^{(n+1)m-n-3}}{\mathrm{d}x^n},$$

pour le coëfficient de δy^{m-2},

$$A^{(1)m-2} - \frac{\mathrm{d}.A^{(2)m-3}}{\mathrm{d}x} + \frac{\mathrm{d}\,\mathrm{d}.A^{(3)m-4}}{\mathrm{d}x^2} - \frac{\mathrm{d}^3 A^{(4)m-5}}{\mathrm{d}x^3} \ldots \mp \frac{\mathrm{d}^n A^{(n+1)m-n-2}}{\mathrm{d}x^n},$$

pour le coëfficient de δy^{m-1},

$$A^{(1)m-1} - \frac{\mathrm{d}.A^{(2)m-2}}{\mathrm{d}x} + \frac{\mathrm{d}\,\mathrm{d}.A^{(3)m-3}}{\mathrm{d}x^2} - \frac{\mathrm{d}^3 A^{(4)m-4}}{\mathrm{d}x^3} \ldots \pm \frac{\mathrm{d}^n A^{(n+1)n-m-1}}{\mathrm{d}x^n},$$

pour le coëfficient de δy^{m},

$$A^{(1)m} - \frac{\mathrm{d}.A^{(2)m-1}}{\mathrm{d}x} + \frac{\mathrm{d}\,\mathrm{d}.A^{(3)m-2}}{\mathrm{d}x^2} - \frac{\mathrm{d}^3 A^{(4)m-3}}{\mathrm{d}x^3} \ldots \mp \frac{\mathrm{d}^n A^{(n+1)m-n}}{\mathrm{d}x^n}.$$

§ 17. Jusqu'ici nous n'avons pris que la variation de y, parce qu'on peut ſans nuire à la généralité des ſolutions faire $\delta x = 0$, mais ſi l'on veut faire varier x & que l'on prenne $a^{(1)}$, $a^{(2)}$ &c. pour les coëfficiens analogues de x, l'équation fondamentale deviendra,

$$\left(a^{(1)} - \frac{\mathrm{d}.a_{,}^{(2)}}{\mathrm{d}x} + \frac{\mathrm{d}\,\mathrm{d}.a_{,,}^{(3)}}{\mathrm{d}x^2} - \frac{\mathrm{d}^3.a_{,,,}^{(4)}}{\mathrm{d}x^3} \ldots\ldots \pm \frac{\mathrm{d}^n a_{n}^{(n+1)}}{\mathrm{d}x^n}\right)\delta x$$
$$+ \left(A^{(1)} - \frac{\mathrm{d}.A_{,}^{(2)}}{\mathrm{d}x} + \frac{\mathrm{d}\,\mathrm{d}.A_{,,}^{(3)}}{\mathrm{d}x^2} - \frac{\mathrm{d}^3 A_{,,,}^{(4)}}{\mathrm{d}x^3} \ldots\ldots \pm \frac{\mathrm{d}^n A_{n}^{(n+1)}}{\mathrm{d}x^n}\right)\delta y$$
$$+ \left(a^{(1)\prime} - \frac{\mathrm{d}.a^{(2)}}{\mathrm{d}x} + \frac{\mathrm{d}\,\mathrm{d}.a_{,}^{(3)}}{\mathrm{d}x^2} - \frac{\mathrm{d}^3 a_{,,}^{(4)}}{\mathrm{d}x^3} \ldots\ldots \pm \frac{\mathrm{d}^n a_{n-1}^{(n+1)}}{\mathrm{d}x^n}\right)\delta x'$$
$$+ \left(A^{(1)\prime} - \frac{\mathrm{d}.A^{(2)}}{\mathrm{d}x} + \frac{\mathrm{d}\,\mathrm{d}.A_{,}^{(3)}}{\mathrm{d}x^2} - \frac{\mathrm{d}^3 A_{,,}^{(4)}}{\mathrm{d}x^3} \ldots\ldots \pm \frac{\mathrm{d}^n A_{n-1}^{(n+1)}}{\mathrm{d}x^n}\right)\delta y'$$

$$+\left(a^{(1)\prime\prime}-\frac{\mathrm{d}.a^{(2)\prime\prime}}{\mathrm{d}x}+\frac{\mathrm{d}\,\mathrm{d}.a^{(3)}}{\mathrm{d}x^2}-\frac{\mathrm{d}^3 a^{(4)}}{\mathrm{d}x^3}\ldots\ldots\pm\frac{\mathrm{d}^n a^{(n+1)}}{\mathrm{d}x^n}\right)\delta x''$$

$$+\left(A^{(1)}{}_{\prime\prime}-\frac{\mathrm{d}.A^{(2)}{}_{\prime}}{\mathrm{d}x}+\frac{\mathrm{d}\,\mathrm{d}.A^{(3)}}{\mathrm{d}x^2}-\frac{\mathrm{d}^3 A^{(4)}_{\prime}}{\mathrm{d}x^3}\ldots\ldots\pm\frac{\mathrm{d}^n A^{(n+1)}_{n-2}}{\mathrm{d}x^n}\right)\delta y''$$

$$+\left(a^{(1)\prime\prime\prime}-\frac{\mathrm{d}.a^{(2)\prime\prime}}{\mathrm{d}x}+\frac{\mathrm{d}\,\mathrm{d}.a^{(3)\prime}}{\mathrm{d}x^2}-\frac{\mathrm{d}^3 a^{(4)}}{\mathrm{d}x^3}\ldots\ldots\pm\frac{\mathrm{d}^n a^{(n+1)}_{n-3}}{\mathrm{d}x^n}\right)\delta x'''$$

$$+\left(A^{(1)\prime\prime\prime}-\frac{\mathrm{d}.A^{(2)\prime\prime}}{\mathrm{d}x}+\frac{\mathrm{d}\,\mathrm{d}.A^{(3)\prime}}{\mathrm{d}x^2}-\frac{\mathrm{d}^3 A^{(4)}}{\mathrm{d}x^3}\ldots\ldots\pm\frac{\mathrm{d}^n A^{(n+1)}_{n-3}}{\mathrm{d}x^n}\right)\delta y'''$$

$$+\left(a^{(1)m-3}-\frac{\mathrm{d}.a^{(2)m-4}}{\mathrm{d}x}+\frac{\mathrm{d}\,\mathrm{d}.a^{(3)m-5}}{\mathrm{d}x^2}\ldots\pm\frac{\mathrm{d}^n a^{(n+1)m-n-3}}{\mathrm{d}x^n}\right)\delta x^{m-3}$$

$$+\left(A^{(1)m-3}-\frac{\mathrm{d}.A^{(2)m-4}}{\mathrm{d}x}+\frac{\mathrm{d}\,\mathrm{d}.A^{(3)m-5}}{\mathrm{d}x^2}\ldots\pm\frac{\mathrm{d}^n A^{(n+1)m-n-3}}{\mathrm{d}x^n}\right)\delta y^{m-3}$$

$$+\left(a^{(1)m-2}-\frac{\mathrm{d}.a^{(2)m-3}}{\mathrm{d}x}+\frac{\mathrm{d}\,\mathrm{d}.a^{(3)m-4}}{\mathrm{d}x^2}\ldots\pm\frac{\mathrm{d}^n a^{(n+1)m-n-2}}{\mathrm{d}x^n}\right)\delta x^{m-2}$$

$$+\left(A^{(1)m-2}-\frac{\mathrm{d}.A^{(2)m-3}}{\mathrm{d}x}+\frac{\mathrm{d}\,\mathrm{d}.A^{(3)m-4}}{\mathrm{d}x^2}\ldots\pm\frac{\mathrm{d}^n A^{(n+1)m-n-2}}{\mathrm{d}x^n}\right)\delta y^{m-2}$$

$$+\left(a^{(1)m-1}-\frac{\mathrm{d}.a^{(2)m-2}}{\mathrm{d}x}+\frac{\mathrm{d}\,\mathrm{d}.a^{(3)m-3}}{\mathrm{d}x^2}\ldots\pm\frac{\mathrm{d}^n a^{(n+1)m-n-1}}{\mathrm{d}x^n}\right)\delta x^{m-1}$$

$$+\left(A^{(1)m-1}-\frac{\mathrm{d}.A^{(2)m-2}}{\mathrm{d}x}+\frac{\mathrm{d}\,\mathrm{d}.A^{(3)m-3}}{\mathrm{d}x^2}\ldots\pm\frac{\mathrm{d}^n A^{(n+1)m-n-1}}{\mathrm{d}x^n}\right)\delta y^{m-1}$$

$$+\left(a^{(1)m}-\frac{\mathrm{d}.a^{(2)m-1}}{\mathrm{d}x}+\frac{\mathrm{d}\,\mathrm{d}.a^{(3)m-2}}{\mathrm{d}x^2}\ldots\pm\frac{\mathrm{d}^n a^{(n+1)m-n}}{\mathrm{d}x^n}\right)\delta x^m$$

$$+\left(A^{(1)m}-\frac{\mathrm{d}.A^{(2)m-1}}{\mathrm{d}x}+\frac{\mathrm{d}\,\mathrm{d}.A^{(3)m-2}}{\mathrm{d}x^2}\ldots\pm\frac{\mathrm{d}^n A^{(n+1)m-n}}{\mathrm{d}x^n}\right)\delta y^m=0.$$

Faiſons pour le moment $\delta x=0$, il eſt évident que pour que les coëfficiens de δy, $\delta y'$, $\delta y''\ldots\ldots\delta y^m$ deviennent reſpectivement nuls, il faut qu'on ait, $A^{(1)}-\frac{\mathrm{d}A^{(2)}}{\mathrm{d}x}\ldots\ldots\ldots\pm\frac{\mathrm{d}^n A^{(n+1)}_n}{\mathrm{d}x^n}=0$, $A^{(1)\prime}-\frac{\mathrm{d}A^{(1)}}{\mathrm{d}x}\ldots\ldots\ldots\ldots\pm\frac{\mathrm{d}^n A^{(n+1)}_{n-1}}{\mathrm{d}x^n}=0$, $\ldots\ldots\ldots$ $A^{(1)m}-\frac{\mathrm{d}.A^{(2)m-1}}{\mathrm{d}x}\ldots\ldots\ldots\pm\frac{\mathrm{d}^n A^{(n+1)m-n}}{\mathrm{d}x^n}=0$. Maintenant, pour que toutes ces équations ſe réduiſent à une ſeule,

$A^{(i)} - \frac{d.A^{(2)}}{dx} + \frac{d\,d.A^{(3)}}{dx^2} \ldots\ldots + \frac{d^n A^{(n+1)}}{dx^n} = 0$, il faut nécessairement que le nombre m soit fini. En effet, $A^{(1)'} = A^{(1)} + d\,A^{(1)}$, $A^{(1)''} = A^{(1)} + 2\,d\,A^{(1)} + d\,d\,A^{(1)}$, ... $A^{(1)\,m} = A^{(1)} + m\,d\,A^{(1)} + \frac{m\,(m-1)}{2}\,d\,d\,A^{(1)}$ &c. Si m étoit infini, $m\,d\,A^{(1)}$ seroit une quantité de l'ordre de $A^{(1)}$, il en seroit de même des termes suivans, $\frac{m\,(m-1)}{2}\,d\,d\,A^{(1)}$, $\frac{m\,(m-1)\,(m-2)}{2.3}\,d^3\,A^{(1)}$ &c., & dès lors il ne seroit plus question de différentielles, la suite n'auroit plus lieu, & il n'y auroit plus de termes qu'on pût négliger. Or m restant fini, l'arc compris entre les ordonnées y & y^m sera infiniment petit. Il ne sera donc question que d'une portion infiniment petite de la courbe, & non de la courbe entière, & l'on aura besoin, pour arriver à une conclusion, de faire usage du principe de Jacques Bernoulli énoncé ci-dessus. Cela est d'autant plus clair que dans toutes les solutions, il ne s'agit que d'arriver à l'équation différentielle de la courbe, que l'on intègre ensuite pour obtenir la courbe elle-même. L'on voit donc que lorsqu'on n'a qu'une condition à remplir, l'on ne gagne rien à faire varier y, y', y'', ... y^m, & qu'il suffisoit de faire varier y' suivant le procédé de Jacques Bernoulli & de M. Euler dans l'ouvrage cité.

§ 18. La manière dont je viens de faire usage de la notation de M. Euler, ne diffère point essentiellement de celle de M. Fontaine; aussi le raisonnement que je viens de présenter, s'accorde-t-il avec les principes de ce grand géomètre, & les conclusions que j'aurai à déduire dans la suite coïncident avec les siennes. Il n'en est pas de même des principes & des conclusions de M. de Borda, qui sont absolument différens, quoique la marche soit au fond la même: il faut donc les exami-

§ 19. M. de Borda, dans le mémoire cité, ne prend pour équation fondamentale que celle-ci, $Z + Z' + Z'' + Z''' \ldots + Z^m =$ *Minimum*, au moyen de quoi le coëfficient de δy devient,

$$A^{(1)} - A^{(2)} + A^{(3)} - A^{(4)} \ldots \pm A^{(n+1)},$$

celui de $\delta y'$ devient

$$A^{(1)\prime} - (A^{(2)\prime} - A^{(2)}) + (A^{(3)\prime} - 2A^{(3)}) \ldots \pm (A^{(n+1)\prime} - nA^{(n+1)}),$$

celui de $\delta y''$ devient $A^{(1)\prime\prime} - (A^{(2)\prime\prime} - A^{(2)\prime}) + (A^{(3)\prime\prime} - 2A^{(3)\prime} + A^{(3)})$

$$\ldots \pm \left(A^{(n+1)\prime\prime} - nA^{(n+1)\prime} + \frac{n(n-1)}{2} A^{(n+1)}\right);$$

celui de $\delta y'''$ devient,

$$A^{(1)\prime\prime\prime} - (A^{(2)\prime\prime\prime} - A^{(2)\prime\prime}) + (A^{(3)\prime\prime\prime} - 2A^{(3)\prime\prime} + A^{(3)\prime}) - (A^{(4)\prime\prime\prime} - 3A^{(4)\prime\prime} + 3A^{(4)\prime} - A^{(4)}) \ldots\ldots\ldots$$

$$\pm \left(A^{(n+1)\prime\prime\prime} - nA^{(n+1)\prime\prime} + \frac{n(n-1)}{2} A^{(n+1)\prime} - \frac{n(n-1)(n-2)}{2.3} A^{(n+1)}\right);$$

— — — — — — — — — — — —

le coëfficient de δy^m deviendra,

$$A^{(1)m} - (A^{(2)m} - A^{(2)m-1}) + (A^{(3)m} - 2A^{(3)m-1} + A^{(3)m-2}) \ldots\ldots$$

$$\pm \left(A^{(n+1)m} - nA^{(n+1)m-1} + \frac{n(n-1)}{2} A^{(n+1)m-2} \ldots \pm A^{(n+1)m-n}\right).$$

M. de Borda ne s'arrête pas au coëfficient de δy^m, mais il fait entrer dans le calcul les coëfficiens des variations ſuivantes, δy^{m+1}, δy^{m+2}, $\delta y^{m+3} \ldots\ldots \delta y^{m+n}$. On a d'après cela,

pour le coëfficient de δy^{m+1},

$$A^{(2)m} - (2A^{(3)m} - A^{(3)m-1}) + (3A^{(4)m} - 3A^{(4)m-1} + A^{(4)m-2}) \ldots$$

$$\ldots \pm \left(nA^{(n+1)m} - \frac{n(n-1)}{1.2} A^{(n+1)m-1} + \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3} A^{(n+1)m-2} \ldots - A^{(n+1)m-n+1}\right);$$

pour

pour le coëfficient de δy^{m+2},

$$A^{(3)m} - (3A^{(4)m} - A^{(4)m-1}) + (6A^{(5)m} - 4A^{(5)m-1} + A^{(5)m-2}) \ldots$$
$$\pm \left(\frac{n(n-1)}{1.2} A^{(n+1)m} - \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3} A^{(n+1)m-1} \right.$$
$$\left. + \frac{n \ldots (n-3)}{1.2.3.4} A^{(n+1)m-2} \ldots \pm A^{(n+1)m-n+2} \right);$$

pour le coëfficient de δy^{m+n-2},

$$A^{(n-1)m} - ((n-1) A^{(n)m} - A^{(n)m-1}) + \left(\frac{n(n-1)}{2} A^{(n+1)m} \right.$$
$$\left. - n A^{(n+1)m-1} + A^{(n+1)m-2} \right);$$

pour le coëfficient de δy^{m+n-1},

$$A^{(n)m} - (n A^{(n+1)m} - A^{(n+1)m-1});$$

pour le coëfficient de δy^{m+n},

$$A^{(n+1)m}.$$

On obſervera que m eſt ſuppoſé plus grand que n. On trouvera préciſément de la même manière les coëfficiens de δx, $\delta x' \ldots \delta x^{m+n}$.

§ 20. J'obſerve ſur ce procédé de M. de Borda; 1) que c'eſt ſans raiſon qu'il exclut de l'équation les termes $Z_n + Z_{n-1} \ldots + Z_0$, puiſque ces termes contiennent des quantités qui ne ſont pas nulles, ſavoir des quantités affectées de δy, $\delta y'$ &c. 2) que c'eſt ſans raiſon qu'il fait entrer dans le calcul les coëfficiens des quantités $\delta y^{(m+1)}$, $\delta y^{(m+2)} \ldots \delta y^{m+n}$, puiſque l'on a ſuppoſé que y^m étoit la dernière ordonnée de la courbe, d'où il ſuit que y^{m+1}, y^{m+2} &c. ne doivent pas entrer en conſidération. 3) Que l'équation que trouve M. de Borda en égalant à zéro le coëfficient de δy, n'a aucun ſens, parce que $A^{(1)}$, $A^{(2)}$, $A^{(3)}$ &c. ſont de différens ordres, comme il l'obſerve lui-même, puiſque $A^{(1)}$ eſt du même ordre que $dA^{(2)}$, que $ddA^{(3)}$ &c. Auſſi ce grand géomètre ſentant bien que cette équation ne peut ſubſiſter telle qu'elle eſt, a-t-il recours à des réductions que nous examinerons dans un moment. Mais d'après ſa méthode, cette équation

doit avoir lieu avant les réductions; il en eſt de même des équations que l'on trouve en égalant à zéro les coëfficiens de $\delta y'$, $\delta y''$ &c., leſquelles renferment toutes des contradictions juſqu'à celles qui deviennent complètes. On obtient donc ainſi une ſuite d'équations qui priſes ſéparément n'ont aucun ſens, & qu'il faut combiner entr'elles pour leur faire ſignifier quelque choſe. Il eſt donc clair qu'il y a ici un défaut dans l'analyſe, & que ce n'eſt pas par une ſuite d'équations abſurdes qu'on doit parvenir à des équations légitimes. Or la ſeule manière d'obtenir dès l'entrée ces équations légitimes, eſt de procéder comme nous l'avons fait, en ſuivant une marche analogue à celle de M. Fontaine.

§ 21. Du reſte, nous avons expoſé ici le calcul tel qu'il réſulte des ſuppoſitions de M. de Borda, & non tel qu'il le donne réellement p. 554, car le tableau qu'il donne dans cet endroit ne paroît pas conforme à ces ſuppoſitions. Le voici tel qu'il doit être d'après la ſuppoſition que $\mathrm{d}Z = n\,\delta x + p\,\delta\,\mathrm{d}x + q\,\delta\,\mathrm{d}\,\mathrm{d}x + r\,\delta\,\mathrm{d}^3x$ &c. $+ N\,\delta y + P\,\delta\,\mathrm{d}y + Q\,\delta\,\mathrm{d}\,\mathrm{d}y + R\,\delta\,\mathrm{d}^3y$ &c.

$$
\begin{array}{l|l}
\delta x\,(n - p + q - r \text{ \&c.}) & +\delta y\,(N - P + Q - R \text{ \&c.}) \\
+\delta x' \left\{\begin{array}{l} n' - p' + q' - r' \\ \quad + p - 2q + 3r \end{array}\right\} \text{\&c.} & +\delta y' \left\{\begin{array}{l} N' - P' + Q' - R' \\ \quad + P - 2Q + 3R \end{array}\right\} \text{\&c.} \\
+\delta x'' \left\{\begin{array}{l} n'' - p'' + q'' - r'' \\ \quad + p' - 2q' + 3r' \\ \quad\quad + q - 3r \end{array}\right\} \text{\&c.} & +\delta y'' \left\{\begin{array}{l} N'' - P'' + Q'' - R'' \\ \quad + P' - 2Q' + 3R' \\ \quad\quad + Q - 3R \end{array}\right\} \text{\&c.} \\
+\delta x''' \left\{\begin{array}{l} n''' - p''' + q''' - r''' \\ \quad + p'' - 2q'' + 3r'' \\ \quad\quad + q' - 3r' \\ \quad\quad\quad + r \end{array}\right\} \text{\&c.} & +\delta y''' \left\{\begin{array}{l} N''' - P''' + Q''' - R''' \\ \quad + P'' - 2Q'' + 3R'' \\ \quad\quad + Q' - 3R' \\ \quad\quad\quad + R \end{array}\right\} \text{\&c.}
\end{array}
$$

— — — — — — — — — — — —

$$
+\delta x^{\nu-2} \left\{\begin{array}{l} n^{\nu-2} - p^{\nu-2} + q^{\nu-2} - r^{\nu-2} \\ \quad + p^{\nu-3} - 2q^{\nu-3} + 3r^{\nu-3} \\ \quad\quad + q^{\nu-4} - 3r^{\nu-4} \\ \quad\quad\quad + r^{\nu-5} \end{array}\right\} \text{\&c.}
$$

$$
\begin{array}{l}
+\,\delta x^{n-1}\left\{\begin{array}{llll} n^{n-1} & -p^{n-1} & +q^{n-1} & -r^{n-1} \\ & +p^{n-2} & -2q^{n-2} & +3r^{n-2} \\ & & +q^{n-3} & -3r^{n-3} \\ & & & +r^{n-4} \end{array}\right\}\text{&c.} \\
+\,\delta x^{n}\left\{\begin{array}{llll} n^{n} & -p^{n} & +q^{n} & -r^{n} \\ & +p^{n-1} & -2q^{n-1} & +3r^{n-1} \\ & & +q^{n-2} & -3r^{n-2} \\ & & & +r^{n-3} \end{array}\right\}\text{&c.} \\
+\,\delta y^{n-2}\left\{\begin{array}{llll} N^{n-2} & -P^{n-2} & +Q^{n-2} & -R^{n-2} \\ & +P^{n-3} & -2Q^{n-3} & +3R^{n-3} \\ & & +Q^{n-4} & -3R^{n-4} \\ & & & +R^{n-5} \end{array}\right\}\text{&c.} \\
+\,\delta y^{n-1}\left\{\begin{array}{llll} N^{n-1} & -P^{n-1} & +Q^{n-1} & -R^{n-1} \\ & +P^{n-2} & -2Q^{n-2} & +3R^{n-2} \\ & & +Q^{n-3} & -3R^{n-3} \\ & & & +R^{n-4} \end{array}\right\}\text{&c.} \\
+\,\delta y^{n}\left\{\begin{array}{llll} N^{n} & -P^{n} & +Q^{n} & -R^{n} \\ & +P^{n-1} & -2Q^{n-1} & +3R^{n-1} \\ & & +Q^{n-2} & -3R^{n-2} \\ & & & +R^{n-3} \end{array}\right\}\text{&c.}
\end{array}
$$

$$
+\delta x^{n+1}\left\{\begin{array}{lll} p^{n} & -2q^{n} & +3r^{n} \\ & +q^{n-1} & -3r^{n-1}\ \text{&c.} \\ & & +r^{n-2} \end{array}\right\}
+\delta y^{n+1}\left\{\begin{array}{lll} P^{n} & -2Q^{n} & +3R^{n} \\ & +Q^{n-1} & -3R^{n-1}\ \text{&c.} \\ & & +R^{n-2} \end{array}\right\}
$$

$$
+\delta x^{n+2}\left\{\begin{array}{ll} q^{n} & -3r^{n} \\ & +r^{n-1}\ \text{&c.} \end{array}\right\}
+\delta y^{n+2}\left\{\begin{array}{ll} Q^{n} & -3R^{n} \\ & +R^{n-1}\ \text{&c.} \end{array}\right\}
$$

$$
+\,\delta x^{n+3}\,(r^{n}\ \text{&c.})\qquad +\,\delta y^{n+3}\,(R^{n}\ \text{&c.})
$$

$$
\text{&c.}\qquad\qquad \text{&c.}
$$

D'après l'analogie des premiers termes, il paroît que le coëfficient de ∂x^{n-2} doit être, comme nous l'avons écrit,

$$n^{n-2} - p^{n-2} + p^{n-3} \text{ &c.}$$

& non, comme le fait M. de Borda, p^{n-3} &c. De même, le coëfficient de ∂x^{n-1} doit être,

$$n^{n-1} - p^{n-1} + q^{n-1} + p^{n-2} - 2q^{n-2} + q^{n-3} \text{ &c.}$$

& non, comme l'écrit M. de Borda, q^{n-3} &c. Enfin, le coëfficient de ∂x^{n} doit être,

$$n^{n} - p^{n} + q^{n} - r^{n} + p^{n-1} - 2q^{n-1} + 3r^{n-1} + q^{n-2} - 3r^{n-2} + r^{n-3} \text{ &c.}$$

& non, comme l'écrit M. de Borda, r^{n-3} &c. Il en eſt de même des coëfficiens de ∂y. Or on a, comme M. de Borda lui-même le ſuppoſe,

$$n^{n} - p^{n} + q^{n} - r^{n} + p^{n-1} - 2q^{n-1} + 3r^{n-1} + q^{n-2} - 3r^{n-2} + r^{n-3} \text{ &c.} = 0,$$

$$N^{n} - P^{n} + Q^{n} - R^{n} + P^{n-1} - 2Q^{n-1} + 3R^{n-1} + Q^{n-2} - 3R^{n-2} + R^{n-3} \text{ &c.} = 0.$$

Donc les coëfficiens de ∂x^{n} & de ∂y^{n} ſont identiquement nuls, donc ∂x^{n} & ∂y^{n} reſtent indéterminés, l'équation qui contient ∂x^{n} & ∂y^{n} étant identiquement nulle, ce qui donne les concluſions de M. Fontaine, & eſt abſolument contraire aux concluſions de M. de Borda.

§ 22. Si l'on prend les valeurs du § 19, le coëfficient de δy^{m+n} donnera $A^{(n+1)m} = 0$, les coëfficiens de δy^{m+n-1}, δy^{m+n} multipliés reſpectivement par 1, $n-1$, donneront $A^{(n)m} - \mathrm{d}.A^{(n+1)m-1} = 0$; les coëfficiens de δy^{m+n-2}, δy^{m+n-1}, δy^{m+n} multipliés reſpectivement par 1, $n-2$, $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ donneront $A^{(n-1)m} - \mathrm{d}\,A^{(n)m-1} + \mathrm{d}\,\mathrm{d}\,A^{(n+1)m-2} = 0$ &c.; les coëfficiens de δy^{m+3}, δy^{m+4} .... δy^{m+n} multipliés reſpectivement par 1, 3, 6, ... $\frac{3.4\ldots(n-1)}{1.2\ldots(n-3)}$, ou par 1, 3, 6 .... $\frac{(n-2)(n-1)}{1.2}$ donneront $A^{(4)m} - \mathrm{d}.A^{(5)m-1} + \mathrm{d}\,\mathrm{d}.A^{(6)m-2}$ ..... $\pm \mathrm{d}^{n-3} A^{(n+1)m-n+3} = 0$; les coëfficiens de δy^{m+2}, δy^{m+3} .... δy^{m+n} multipliés reſpectivement par 1, 2, 3 .... $\frac{2.3\ldots.n-1}{1.2\ldots.n-2}$, ou par 1, 2, 3 .... $\frac{n-1}{1}$ donneront $A^{(3)m} - \mathrm{d}\,A^{(4)m-1} + \mathrm{d}\,\mathrm{d}\,A^{(5)m-2}$ .... $\pm \mathrm{d}^{n-2} A^{(n+1)m-n+2} = 0$. Enfin, les coëfficiens de δy^{m+1}, δy^{m+2}, ... δy^{m+n}, multipliés reſpectivement par 1, 1, 1, ... 1, donneront $A^{(2)m} - \mathrm{d}\,A^{(3)m-1} + \mathrm{d}\,\mathrm{d}\,A^{(4)m-2}$ .... $\pm \mathrm{d}^{n-1} A^{(n+1)m-n+1} = 0$. Ce ſont-là toutes les équations ſecondaires qui réſultent de la conſidération des coëfficiens de δy^{m+1}, δy^{m+2} .... δy^{m+n}, équations qui ne doivent point entrer dans le calcul, puiſque par la ſuppoſition, δy^m eſt la dernière variation que l'on doit conſidérer. Le coëfficient de δy^m donne immédiatement, $A^{(1)m} - \mathrm{d}.A^{(2)m-1} + \mathrm{d}\,\mathrm{d}.A^{(3)m-2}$ .... $\pm \mathrm{d}^n A^{(n+1)m-n} = 0$, équation complète qui doit fournir l'équation différentielle de la courbe. Le coëfficient de δy^{m-1} donnera de même,

$A^{(1)m-1} - \mathrm{d}.A^{(2)m-2} + \mathrm{d}\,\mathrm{d}.A^{(3)m-3}$ .... $\pm \mathrm{d}^n A^{(n+1)m-n-1} = 0$.

Le coëfficient de δy^{m-2} donnera,

$A^{(1)m-2} - \mathrm{d}.A^{(2)m-3} + \mathrm{d}\,\mathrm{d}.A^{(3)m-4}$ .... $\pm \mathrm{d}^n A^{(n+1)m-n-2} = 0$,

— — — — — — — — — — — —

& en général, le coëfficient de $\delta y^{m-\mu}$ donnera,

$A^{(1)m-\mu} - \mathrm{d}.A^{(2)m-\mu-1} + \mathrm{d}\,\mathrm{d}.A^{(3)m-\mu-2}$ ... $\pm \mathrm{d}^n A^{(n+1)m-n-\mu} = 0$.

Faiſant $m-\mu=n$, ou $\mu=m-n$, le coëfficient de δy^n donnera,
$A^{(1)n} - \mathrm{d}.A^{(2)n-1} + \mathrm{dd}.A^{(3)n-2} \ldots \pm \mathrm{d}^n A^{(n+1)} = 0$.
Cette équation ſera la dernière équation complète, en ſorte qu'il y aura $m-n+1$ équations complètes qui doivent toutes revenir au même, & qu'on exprimera par conſéquent de la manière ſuivante:
$A^{(1)} - \mathrm{d}.A^{(2)} + \mathrm{dd}.A^{(3)} - \mathrm{d}^3.A^{(4)} \ldots + \mathrm{d}^n A^{(n+1)} = 0$.
Maintenant, le coëfficient de δy^{n-1} donnera,
$$A^{(1)n-1} - \mathrm{d}.A^{(2)n-2} + \mathrm{dd}.A^{(3)n-3} \ldots \pm \mathrm{d}^{n-1}A^{(n)} - nA^{(n+1)} + \frac{n(n-1)}{1.2}A^{(n+1)}, \ldots \pm A^{(n+1)n-1} = 0,$$
le coëfficient de δy^{n-2} donnera,
$$A^{(1)n-2} - \mathrm{d}.A^{(2)n-3} + \mathrm{dd}.A^{(3)n-4} \ldots \mp \mathrm{d}^{n-2}A^{(n-1)} - (n-1)A^{(n)} + \frac{(n-1)(n-2)}{2}A^{(n)}, \ldots \pm A^{(n)n-2} + \frac{n(n-1)}{2}A^{(n+1)} - \frac{n(n-1)(n-2)}{2.3}A^{(n+1)}, \ldots \pm A^{(n+1)n-2} = 0;$$
le coëfficient de δy^{n-3} donnera,
$$A^{(1)n-3} - \mathrm{d}.A^{(2)n-4} + \mathrm{dd}.A^{(3)n-5} \ldots \pm \mathrm{d}^{n-3}A^{(n-2)} - (n-2)A^{(n-1)} + \frac{(n-2)(n-3)}{1.2}A^{(n-1)}, \ldots \pm A^{(n-1)n-3} + \frac{(n-1)(n-2)}{1.2}A^{(n)} - \frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{1.2.3}A^{(n)}, \ldots + A^{(n)n-3} - \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}A^{(n+1)} + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1.2.3.4}A^{(n+1)}, \ldots \pm A^{(n+1)n-3} = 0;$$
— — — — — — — — — — — — —
le coëfficient de δy^{IV} donnera,
$$A^{(1)IV} - \mathrm{d}.A^{(2)'''} + \mathrm{dd}.A^{(3)''} - \mathrm{d}^3 A^{(4)'} + \mathrm{d}^4 A^{(5)} - 5A^{(6)} + 10A^{(6)'} - 10A^{(6)''} + 5A^{(6)'''} - A^{(6)IV} + 15A^{(7)} - 20A^{(7)'} + 15A^{(7)''} - 6A^{(7)'''} + A^{(7)IV} - 35A^{(8)} + 35A^{(8)'} - 21A^{(8)''} + 7A^{(8)'''} - A^{(8)IV} \ldots \mp \left(\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1.2.3.4}A^{(n+1)} - \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}A^{(n+1)'} + \frac{n(n-1)}{1.2}A^{(n+1)''} - \frac{n}{1}A^{(n+1)'''} + A^{(n+1)IV}\right) = 0;$$

le coëfficient de $\delta y'''$ donnera,

$$A^{(1)'''} - \mathrm{d}.A^{(2)''} + \mathrm{d}\,\mathrm{d}.A^{(3)'} - \mathrm{d}^3 A^{(4)} - 4A^{(5)} + 6A^{(5)'} - 4A^{(5)''} + A^{(5)'''} + 10A^{(6)} - 10A^{(6)'} + 5A^{(6)''} - A^{(6)'''} - 20A^{(7)} + 15A^{(7)'} - 6A^{(7)''} + A^{(7)'''} \ldots$$

$$\ldots \pm \left(\frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3} A^{(n+1)} - \frac{n(n-1)}{1.2} A^{(n+1)'} + \frac{n}{1} A^{(n+1)''} - A^{(n+1)'''} \right) = 0;$$

le coëfficient de $\delta y''$ donnera,

$$A^{(1)''} - \mathrm{d}.A^{(2)'} + \mathrm{d}\,\mathrm{d}.A^{(3)} - 3A^{(4)} + 3A^{(4)'} - A^{(4)''} + 6A^{(5)} - 4A^{(5)'} + A^{(5)''} - 10A^{(6)} + 6A^{(6)'} - A^{(6)''} \ldots$$

$$\ldots \mp \left(\frac{n(n-1)}{1.2} A^{(n+1)} - \frac{n}{1} A^{(n+1)'} + A^{(n+1)''} \right) = 0;$$

le coëfficient de $\delta y'$ donnera,

$$A^{(1)'} - \mathrm{d}.A^{(2)} - 2A^{(3)} + A^{(3)'} + 3A^{(4)} - A^{(4)'} - 4A^{(5)} + A^{(5)'} \ldots \pm \left(n A^{(n+1)} - A^{(n+1)'} \right) = 0,$$

enfin, le coëfficient de δy donnera,

$$A^{(1)} - A^{(2)} + A^{(3)} - A^{(4)} \ldots \mp A^{(n+1)}.$$

Si l'on ajoute enſemble tous les coëfficiens du § 19, on aura

$$A^{(1)} + A^{(1)'} + A^{(1)''} \ldots + A^{(1)m}.$$

Si l'on ajoute enſemble tous les coëfficiens du § 19 jusqu'à δy^m inclusivement, on aura

$$A^{(1)} + A^{(1)'} + A^{(1)''} + A^{(1)'''} \ldots + A^{(1)m} - A^{(2)m} + \mathrm{d}.A^{(3)m-1} - \mathrm{d}\,\mathrm{d}.A^{(4)m-2} \ldots \pm \mathrm{d}^{n-1} A^{(n+1)m-n+1}.$$

En faiſant enſuite d'après les principes de M. de Borda,

$A^{(1)} = A^{(1)'} = A^{(1)''}$ &c. $= A^{(1)m}$ &c., on aura

$$\int A^{(1)} - A^{(2)} + \mathrm{d}A^{(3)} - \mathrm{d}\,\mathrm{d}A^{(4)} \ldots \pm \mathrm{d}^{n-1} A^{(n+1)}.$$

Mais, nous avons trouvé ci-deſſus,

$A^{(1)} - \mathrm{d}A^{(2)} + \mathrm{d}\,\mathrm{d}A^{(3)} - \mathrm{d}^3 A^{(4)} \ldots \pm \mathrm{d}^n A^{(n+1)} = 0$, donc

$\int A^{(1)} - A^{(2)} + \mathrm{d}\,A^{(3)} - \mathrm{d}\,\mathrm{d}\,A^{(4)} \ldots . \pm \mathrm{d}^{n-1} A^{(n+1)} = \text{Const.}$

On trouveroit de même,

$\int a^{(1)} - a^{(2)} + \mathrm{d}\,a^{(3)} - \mathrm{d}\,\mathrm{d}\,a^{(4)} \ldots . \pm \mathrm{d}^{n-1} a^{(n+1)} = \text{Const.}$

Donc l'on auroit δx Const. $+ \delta y$ Const. $= 0$, ce qui eſt bien différent de ce que trouve M. de Borda. Mais, comme j'ai prouvé ci-deſſus que le procédé n'étoit pas légitime, je ne m'y arrêterai pas plus long-temps.

§ 23. Si j'ai bien raiſonné jusqu'ici, il s'enſuit que les principes de M. Fontaine & ſes concluſions doivent être préférés aux principes & aux concluſions de M. de Borda. Je reviendrai dans le Mémoire ſuivant ſur cet objet, en comparant la marche de M. Fontaine avec celle de M. de la Grange. On voit, au reſte, que M. Fontaine & M. de Borda ont employé tous deux la notation de M. Euler & ſuivi pour le fond ſa méthode, méthode qui n'eſt autre choſe que la méthode de Jacques Bernoulli généraliſée. Mais M. Euler, M. Fontaine & M. de Borda ont varié dans la manière de ſuivre cette notation; j'ai cru devoir auſſi l'expoſer un peu différemment, quoiqu'il n'y ait aucune différence eſſentielle entre mon procédé & celui de M. Fontaine. Je n'ai traité jusqu'à préſent que du cas le plus ſimple, mais il eſt aiſé de traiter de même les cas les plus compoſés, comme je vais le faire voir avec quelque détail, parce que cela pourra contribuer à donner une idée nette de la méthode de M. Euler & de ſon étendue.

§ 24. Soit $\int Z = \text{Minimum}$, $\mathrm{d}Z = L\,\mathrm{d}\,\Pi + M\,\mathrm{d}x + N\mathrm{d}y + P\,\mathrm{d}\,\mathrm{d}\,y + Q\,\mathrm{d}^3 y + R\,\mathrm{d}^4 y$, où $\Pi = \int (Z)$ & $\mathrm{d}\,(Z) = (M)\,\mathrm{d}x + (N)\,\mathrm{d}\,y + (P)\,\mathrm{d}\,\mathrm{d}\,y + (Q)\,\mathrm{d}^3 y + (R)\,\mathrm{d}^4 y$ &c., on aura

$$\delta Z_{,,} = L_{,,}\,\delta\,\Pi_{,,} + N_{,,}\,\delta\,y_{,,} + P_{,,}\,\delta\,(y_{,}-y_{,,}) + Q_{,,}\,\delta\,(y-2y_{,}+y_{,,}) + R_{,,}\,\delta\,(y'-3y+3y_{,}-y_{,,}),$$

$$\delta Z_{,} = L_{,}\,\delta\,\Pi_{,} + N_{,}\,\delta\,y_{,} + P_{,}\,\delta\,(y-y_{,}) + Q_{,}\,\delta\,(y'-2y+y_{,}) + R_{,}\,\delta\,(y''-3y'+3y-y_{,}),$$

$$\delta Z =$$

$\delta Z = L\delta\pi + N\delta y + P\delta(y'-y) + Q\delta(y''-2y'+y) + R\delta(y'''-3y''+3y'-y)$,
$\delta Z' = L'\delta\pi' + N'\delta y' + P'\delta(y''-y') + Q'\delta(y'''-2y''+y') + R'\delta(y^{iv}-3y'''+3y''-y')$,
$\delta Z'' = L''\delta\pi''$, $\delta Z''' = L'''\delta\pi'''$ &c.

Comme je ne fais varier que y', je ne pouſſe pas plus loin ce tableau. On voit que j'aurai $\delta Z_{,,} + \delta Z_{,} + \delta Z + \delta Z' + \delta Z'' + \delta Z'''$ &c. $= o$. Or $\delta Z_{,,} = L_{,,}\delta\pi_{,,} + R_{,,}$; $\delta Z_{,} = L_{,}\delta\pi_{,} + Q_{,} - 3R_{,}$; $\delta Z = L\delta\pi + P - 2Q + 3R$; $\delta Z' = L'\delta\pi' + N' - P' + Q' - R'$; $\delta Z'' = L''\delta\pi''$, $\delta Z''' = L'''\delta\pi'''$ &c. Donc $N' - \mathrm{d}P + \mathrm{d}\,\mathrm{d}Q_{,} - \mathrm{d}^3R_{,,} + L_{,,}\delta\pi_{,,} + L_{,}\delta\pi_{,} + L\delta\pi + L'\delta\pi' + L''\delta\pi'' + L'''\delta\pi'''$ &c. $= o$. Maintenant, on a $\mathrm{d}\pi = \pi' - \pi = (Z)$, $\delta\pi' - \delta\pi = \delta(Z)$; $\delta\pi_{,} - \delta\pi_{,,} = \delta(Z_{,,})$; $\delta\pi - \delta\pi_{,} = \delta(Z_{,})$; $\delta\pi'' - \delta\pi' = \delta(Z')$; $\delta\pi''' - \delta\pi'' = \delta(Z')$ &c. Donc faiſant $\delta\pi_{,,} = o$, on a $\delta\pi_{,} = \delta(Z_{,,})$, $\delta\pi = \delta(Z_{,,}) + \delta(Z_{,})$; $\delta\pi' = \delta(Z_{,,}) + \delta(Z_{,}) + \delta(Z)$; $\delta\pi'' = \delta(Z_{,,}) + \delta(Z_{,}) + \delta(Z) + \delta(Z') = \delta\pi''' = \delta\pi^{iv}$ &c. Or $\delta(Z_{,,}) = (R_{,,})$, $\delta(Z_{,}) = (Q_{,}) - 3(R_{,})$; $\delta(Z) = (P) - 2(Q) + 3(R)$; $\delta(Z') = (N') - (P') + (Q') - (R')$. L'équation $\delta Z_{,,} + \delta Z_{,} + \delta Z + \delta Z' + \delta Z'' + \delta Z'''$ &c. deviendra donc, en faiſant pour abréger, $s = L_{,} + L + L' + L'' + L'''$ &c. $s' = L + L' + L'' + L'''$ &c. $s'' = L' + L'' + L'''$ &c. $s''' = L'' + L'''$ &c. (où $s' - s = \mathrm{d}s = -L$, donc $s = C - fL$), elle deviendra, dis-je, $(R_{,,})s + ((Q_{,}) - 3(R_{,}))s' + ((P) - 2(Q) + 3(R))s'' + ((N') - (P') + (Q') - (R'))s''' = ((N') - (P') + (Q') - (R'))s''' - ((P) - 2(Q) + 3(R))(s''' - \mathrm{d}s''') \ldots + ((Q_{,}) - 3(R_{,}))(s''' - 2\,\mathrm{d}s''' + \mathrm{d}\,\mathrm{d}s''') + (R_{,,})(s''' - 3\,\mathrm{d}s''' + 3\,\mathrm{d}\,\mathrm{d}s''' - \mathrm{d}^3s''') = (N')s''' - ((P') - (P))s''' - (P)\,\mathrm{d}s''' + ((Q') - 2(Q) + (Q_{,}))s''' + 2((Q) - (Q_{,}))\,\mathrm{d}s''' + (Q_{,})\,\mathrm{d}\,\mathrm{d}s''' + ((R') - 3(R) + 3(R_{,}) - (R_{,,}))s''' - 3((R) - 2(R_{,}) + (R_{,,}))\,\mathrm{d}s''' - 3((R_{,}) - (R_{,,}))\,\mathrm{d}\,\mathrm{d}s''' - (R_{,,})\,\mathrm{d}^3s = (N)s - s\,\mathrm{d}(P) - (P)\,\mathrm{d}s + s\,\mathrm{d}\,\mathrm{d}(Q) + 2\,\mathrm{d}s\,\mathrm{d}(Q) + (Q)\,\mathrm{d}\,\mathrm{d}s - s\,\mathrm{d}^3(R) - 3\,\mathrm{d}s\,\mathrm{d}\,\mathrm{d}(R) - 3\,\mathrm{d}\,\mathrm{d}s\,\mathrm{d}(R) - (R)\,\mathrm{d}^3s = (N)s - \mathrm{d}.((P)s) + \mathrm{d}\,\mathrm{d}.((Q)s) - \mathrm{d}^3((R)s)$. L'analogie eſt ici manifeſte, & l'on voit que ſi l'on

avoit eu de plus une quantité $(T)\,d^5 y$, l'on auroit obtenu $(N)\,s - d.((P)\,s) + d\,d((Q)\,s) - d^3((R)\,s) + d^4((T)\,s)$, le procédé reſtant toujours préciſément le même. Ainſi, pour abréger, je m'en tiendrai pour ce qui ſuit aux quantités (Q).

§ 25. Soit

$d\,Z = L\,d\Pi + M\,dx + N\,dy + P\,ddy + Q\,d^3y$; $\Pi = f(Z)$,
$d(Z) = (L)\,d\pi + (M)\,dx + (N)\,dy + (P)\,ddy + (Q)\,d^3y$; $\pi = f(\zeta)$,
$d(\zeta) = m\,dx + n\,dy + p\,ddy + q\,d^3y$;
on a $d\pi = \pi' - \pi = (\zeta)$; $\delta\pi' - \delta\pi = \delta(\zeta)$, $\delta\pi - \delta\pi_{,} = \delta(\zeta_{,})$, $\delta(\zeta_{,}) = q_{,}$, $\delta(\zeta) = p - 2q$, $\delta(\zeta') = n' - p' + q'$, $\delta(\zeta'') = 0$ &c. Faiſant $\delta\pi_{,} = 0$, on a $\delta\pi = \delta(\zeta_{,}) = q_{,}$, $\delta\pi' = \delta(\zeta_{,}) + \delta(\zeta) = q_{,} + p - 2q$; $\delta\pi'' = \delta(\zeta_{,}) + \delta(\zeta) + \delta(\zeta') = q_{,} + p - 2q + n' - p' + q'$, $\delta\pi''' = \delta\pi''$, $\delta\pi^{IV} = \delta\pi''$ &c. L'on a de même $d\Pi = \Pi' - \Pi = (Z)$, $\delta\Pi' - \delta\Pi = \delta(Z)$, $\delta\Pi - \delta\Pi_{,} = \delta(Z_{,})$; $\delta(Z_{,}) = (Q_{,}) + (L_{,})\,\delta\Pi_{,}$; $\delta(Z) = (P) - 2(Q) + (L)\,\delta\Pi$; $\delta(Z') = (N') - (P') + (Q') + (L')\,\delta\Pi'$; $\delta(Z'') = (L'')\,\delta\Pi''$, $\delta(Z''') = (L''')\,\delta\Pi'''$ &c. Faiſant $\delta\Pi_{,} = 0$, on a $\delta\Pi = \delta(Z_{,}) = (Q_{,})$; $\delta\Pi' = \delta(Z_{,}) + \delta(Z) = (Q_{,}) + (P) - 2(Q) + (L)\,\pi$; $\delta\Pi'' = \delta(Z_{,}) + \delta(Z) + \delta(Z') = (Q_{,}) + (P) - 2(Q) + (N') - (P') + (Q') + (L)\,\delta\pi + (L')\,\delta\pi'$; $\delta\Pi''' = \delta(Z_{,}) + \delta(Z) + \delta(Z') + \delta(Z') = (Q_{,}) + (P) - 2(Q) + (N') - (P') + (Q') + (L)\,\delta\pi + (L')\,\delta\pi' + (L'')\,\delta\pi''$ &c. L'équation $\delta Z_{,} + \delta Z + \delta Z' + \delta Z'' + \delta Z''' + \delta Z^{IV}$ &c. $= 0$, deviendra donc $N - d\,P + d\,d\,Q + (Q_{,})\,s + ((P) - 2(Q))\,s' + ((N') - (P') + (Q'))\,s'' + (L)\,s'\,\delta\pi + (L')\,s''\,\delta\pi' + (L'')\,s'''\,\delta\pi''$ &c. $= 0$, (en faiſant pour abréger $s = L + L' + L'' + L''' + L^{IV}$ &c. $s' = L' + L'' + L''' + L^{IV}$ &c. $s'' = L'' + L''' + L^{IV}$ &c. $s''' = L''' + L^{IV}$ &c. (où $s = -fL$)), ou $N - d\,P + d\,d\,Q + (Q_{,})\,s + ((P) - 2(Q))\,s' + ((N') - (P') + (Q'))\,s'' + q_{,}\,u + (p - 2q)\,u' + (n' - p' + q')\,u'' = 0$, (en faiſant pour abréger $u = (L)\,s' + (L')\,s'' + (L'')\,s''' + (L''')\,s^{IV}$ &c. $u' = (L')\,s'' + (L'')\,s''' + (L''')\,s^{IV}$ &c.) Or $u' - u = d\,u = -(L)\,s$, $v = -f(L)\,dx\,fL\,dx$, ou en procédant comme ci-deſſus,

$N - \mathrm{d}P + \mathrm{dd}Q + (N)s - \mathrm{d}(P)s + \mathrm{dd}(Q)s + nu - \mathrm{d}.pu + \mathrm{dd}.qu = 0$, ou $(N) + (N)s + nu - \mathrm{d}(P + (P)s + pu) + \mathrm{dd}(Q + (Q)s + qu) = 0$. L'analogie eſt évidente, & l'on peut continuer le procédé auſſi loin qu'on voudra.

§ 26. Si l'on a maintenant les deux formules $\int \zeta = C$, $\int Z = \textit{Minimum}$, il faudra faire varier y' & y''. Soient d'abord $\mathrm{d}Z = M\mathrm{d}x + N\mathrm{d}y + P\mathrm{d}\mathrm{d}y + Q\mathrm{d}^3y + R\mathrm{d}^4y$ &c. (en faiſant $\mathrm{d}x$ conſtant.) $\mathrm{d}\zeta = \mu\mathrm{d}x + \nu\mathrm{d}y + \pi\mathrm{d}\mathrm{d}y + \varkappa\mathrm{d}^3y + \varrho\mathrm{d}^4y$ &c., on aura

$\mathrm{d}Z = M\mathrm{d}x + N(y'-y) + P(y''-2y'+y) + Q(y'''-3y''+3y'-y)$
$+ R(y^{\mathrm{IV}} - 4y''' + 6y'' - 4y' + y)$ &c. On aura donc,

$\delta Z_{,,} = R_{,,}(y' - 3y + 3y_{,} - y_{,,})$ &c. $\delta Z_{,} = Q_{,}(y' - 2y + y_{,})$
$+ R_{,}(y'' - 3y' + 3y - y_{,})$ &c.

$\delta Z = P\delta(y'-y) + Q\delta(y''-2y'+y) + R\delta(y'''-3y''+3y'-y)$ &c.

$\delta Z' = N'\delta y' + P'\delta(y''-y') + Q'\delta(y'''-2y''+y') + R'\delta(y^{\mathrm{IV}}-3y'''+3y''-y')$ &c.

$\delta Z'' = N''\delta y'' + P''\delta(y'''-y'') + Q''\delta(y^{\mathrm{IV}}-2y'''+y'') + R''\delta(y^{\mathrm{V}}-3y^{\mathrm{IV}}+3y'''-y'')$ &c.

L'équation $\delta Z_{,} + \delta Z + \delta Z' + \delta Z''$ &c. $= 0$, deviendra donc,

$(N' - (P' - P) + (Q' - 2Q + Q_{,}) - (R' - 3R + 3R_{,} - R_{,,}))\delta y'$
$+ (N'' - (P'' - P') + (Q'' - 2Q' + Q) - (R'' - 3R' + 3R - R_{,}))\delta y'' = 0.$

L'équation $\delta\zeta_{,} + \delta\zeta + \delta\zeta' + \delta\zeta''$ &c. $= 0$, deviendra de même,

$(\nu' - (\pi' - \pi) + (\varkappa' - 2\varkappa + \varkappa_{,}) - (\varrho' - 3\varrho + 3\varrho_{,} - \varrho_{,,}))\delta y'$
$+ (\nu'' - (\pi'' - \pi') + (\varkappa'' - 2\varkappa' + \varkappa) - (\varrho'' - 3\varrho' + 3\varrho - \varrho_{,}))\delta y'' = 0.$

Soient, pour abréger, ces deux équations repréſentées par $M^{(1)}\delta y' + M^{(2)}\delta y'' = 0$, $\mu^{(1)}\delta y' + \mu^{(2)}\delta y'' = 0$. Donc $\frac{\delta y''}{\delta y'} = \frac{M^{(1)}}{M^{(2)}} = \frac{\mu^{(1)}}{\mu^{(2)}}$. Donc $M^{(2)}\mu^{(1)} - M^{(1)}\mu^{(2)} = 0$. Or il eſt aiſé de voir que $M^{(2)} = M^{(1)} + \mathrm{d}M^{(1)}$, $\mu^{(2)} = \mu^{(1)} + \mathrm{d}\mu^{(1)}$. On a donc en ſubſtituant ces valeurs & effaçant ce qui ſe détruit, $\mu^{(1)}\mathrm{d}M^{(1)} - M^{(1)}\mathrm{d}\mu^{(1)} = 0$, ou $\frac{\mu^{(1)}\mathrm{d}M^{(1)} - M^{(1)}\mathrm{d}\mu^{(1)}}{\mu^{(1)2}} = 0$, ou $\mathrm{d}.\frac{M^{(1)}}{\mu^{(1)}} = a$. Donc en intégrant, $\frac{M^{(1)}}{\mu^{(1)}} = A$, ou $M^{(1)} = A\mu^{(1)}$, ou $N - \mathrm{d}P$

$+ \mathrm{d}\,\mathrm{d}\,Q - \mathrm{d}^3 R$ &c. $= A(\nu - \mathrm{d}\,\pi + \mathrm{d}\,\mathrm{d}\,\varkappa - \mathrm{d}^3\varrho$ &c.), ce qui revient à l'équation fondamentale que trouve M. Euler p. 186.

§ 27. Si l'on a les trois formules $\int \Theta = C$, $\int \zeta = C$, $\int Z =$ *Minimum*, il faudra faire varier y', y'', y'''. L'équation en Z ſera alors $\delta Z_{,} + \delta Z + \delta Z' + \delta Z'' + \delta Z''' = 0$. Il faudra joindre aux formules du § précédent celle-ci, $\delta Z''' = N'''\,\delta y''' + P'''\,\delta(y^{\mathrm{IV}} - y''') + Q'''\,\delta(y^{\mathrm{V}} - 2\,y^{\mathrm{IV}} + y''') + R'''\,\delta(y^{\mathrm{VI}} - 3\,y^{\mathrm{V}} + 3\,y^{\mathrm{IV}} - y''')$ &c. Réuniſſant les valeurs on aura alors l'équation,

$(N' - (P' - P) + (Q' - 2\,Q + Q_{,}) - (R' - 3\,R + 3\,R_{,} - R_{,,}))\,\delta y'$
$+ (N'' - (P'' - P') + (Q'' - 2\,Q' + Q) - (R'' - 3\,R' + 3\,R - R_{,}))\,\delta y''$
$+ (N''' - (P''' - P'') + (Q''' - 2\,Q'' + Q') - (R''' - 3\,R'' + 3\,R' - R))\,\delta y''' = 0.$

On trouvera de même l'équation,

$(\nu' - (\pi' - \pi) + (\varkappa' - 2\,\varkappa + \varkappa_{,}) - (\varrho' - 3\,\varrho + 3\,\varrho_{,} - \varrho_{,,}))\,\delta y'$
$+ (\nu'' - (\pi'' - \pi') + (\varkappa'' - 2\,\varkappa' + \varkappa) - (\varrho'' - 3\,\varrho' + 3\,\varrho - \varrho_{,}))\,\delta y''$
$+ (\nu''' - (\pi''' - \pi'') + (\varkappa''' - 2\,\varkappa'' + \varkappa') - (\varrho''' - 3\,\varrho'' + 3\,\varrho' - \varrho))\,\delta y''' = 0,$

& en faiſant $\mathrm{d}\,\Theta = m\,\mathrm{d}\,x + n\,\mathrm{d}\,y + p\,\mathrm{d}\,\mathrm{d}\,y + q\,\mathrm{d}^3 y + r\,\mathrm{d}^4 y$ &c. on aura

$(n' - (p' - p) + (q' - 2\,q + q_{,}) - (r' - 3\,r + 3\,r_{,} - r_{,,}))\,\delta y'$
$+ (n'' - (p'' - p') + (q'' - 2\,q' + q) - (r'' - 3\,r' + 3\,r - r_{,}))\,\delta y''$
$+ (n''' - (p''' - p'') + (q''' - 2\,q'' + q') - (r''' - 3\,r'' + 3\,r' - r))\,\delta y''' = 0.$

Mettons pour abréger ces équations ſous la forme,

$M^{(1)}\,\delta y' + M^{(2)}\,\delta y'' + M^{(3)}\,\delta y''' = 0$, $\mu^{(1)}\,\delta y' + \mu^{(2)}\,\delta y'' + \mu^{(3)}\,\delta y''' = 0$, $m^{(1)}\,\delta y' + m^{(2)}\,\delta y'' + m^{(3)}\,\delta y''' = 0$. On tire de là $\delta y''' = -\frac{M^{(2)}\,\delta y'' - M^{(1)}\,\delta y'}{M^{(3)}} = -\frac{\mu^{(1)}\,\delta y' - \mu^{(2)}\,\delta y''}{\mu^{(3)}} = -\frac{m^{(1)}\,\delta y' - m^{(2)}\,\delta y''}{m^{(3)}}$, ce qui donne les deux équations,

$(M^{(3)}\,m^{(1)} - M^{(1)}\,m^{(3)})\,\delta y' + (M^{(3)}\,m^{(2)} - M^{(2)}\,m^{(3)})\,\delta y'' = 0,$
$(M^{(3)}\,\mu^{(1)} - M^{(1)}\,\mu^{(3)})\,\delta y' + (M^{(3)}\,\mu^{(2)} - M^{(2)}\,\mu^{(3)})\,\delta y'' = 0.$

Donc $\frac{\delta y''}{\delta y'} = -\frac{(M^{(3)}\,m^{(1)} - M^{(1)}\,m^{(3)})}{M^{(3)}\,m^{(2)} - M^{(2)}\,m^{(3)}} = -\frac{(M^{(3)}\,\mu^{(1)} - M^{(1)}\,\mu^{(3)})}{M^{(3)}\,\mu^{(2)} - M^{(2)}\,\mu^{(3)}}$.

Donc $M^{(3)2}(m^{(1)}\mu^{(2)} - m^{(2)}\mu^{(1)}) - M^{(3)}M^{(2)}(m^{(1)}\mu^{(3)} - m^{(3)}\mu^{(1)}) - M^{(3)}M^{(1)}(m^{(3)}.\mu^{(2)} - m^{(2)}\mu^{(3)}) = 0$. Or $M^{(2)} = M^{(1)} + \mathrm{d}M^{(1)}$, $M^{(3)} = M^{(1)} + 2\,\mathrm{d}M^{(1)} + \mathrm{d}\,\mathrm{d}M^{(1)}$, $\mu^{(2)} = \mu^{(1)} + \mathrm{d}\mu^{(1)}$, $\mu^{(3)} = \mu^{(1)} + 2\,\mathrm{d}\mu^{(1)} + \mathrm{d}\,\mathrm{d}\mu^{(1)}$, $m^{(2)} = m^{(1)} + \mathrm{d}m^{(1)}$, $m^{(3)} = m^{(1)} + 2\,\mathrm{d}m^{(1)} + \mathrm{d}\,\mathrm{d}m^{(1)}$. Donc

$m^{(1)}\mu^{(2)} - m^{(2)}\mu^{(1)} = m^{(1)}\,\mathrm{d}\mu^{(1)} - \mu^{(1)}\,\mathrm{d}m^{(1)} = \alpha$,

$m^{(1)}\mu^{(3)} - m^{(3)}\mu^{(1)} = 2(m^{(1)}\,\mathrm{d}\mu^{(1)} - \mu^{(1)}\,\mathrm{d}m^{(1)}) + m^{(1)}\,\mathrm{d}\,\mathrm{d}\mu^{(1)} - \mu^{(1)}\,\mathrm{d}\,\mathrm{d}m^{(1)} = 2\alpha + \beta$,

$m^{(3)}\mu^{(2)} - m^{(2)}\mu^{(3)} = -(m^{(1)}\,\mathrm{d}\mu^{(1)} - \mu^{(1)}\,\mathrm{d}m^{(1)}) - (m^{(1)}\,\mathrm{d}\,\mathrm{d}\mu^{(1)} - \mu^{(1)}\,\mathrm{d}\,\mathrm{d}m^{(1)}) - (\mathrm{d}m^{(1)}\,\mathrm{d}\,\mathrm{d}\mu^{(1)} - \mathrm{d}\mu^{(1)}\,\mathrm{d}\,\mathrm{d}m^{(1)}) = -\alpha - \beta - \gamma$.

L'équation devient donc $\alpha M^{(3)2} - 2\alpha M^{(3)}M^{(2)} - \beta M^{(3)}M^{(2)} + \alpha M^{(3)}M^{(1)} + \beta M^{(3)}M^{(1)} + \gamma M^{(3)}M^{(1)} = 0$, ou $\alpha M^{(3)}(M^{(3)} - 2M^{(2)} + M^{(1)}) - \beta M^{(3)}(M^{(2)} - M^{(1)}) + \gamma M^{(3)}M^{(1)} = 0$, ou $\alpha M^{(3)}\,\mathrm{d}\,\mathrm{d}M^{(1)} - \beta M^{(3)}\,\mathrm{d}M^{(1)} + \gamma M^{(3)}M^{(1)} = 0$, ou en divisant par $M^{(3)}$, $\alpha\,\mathrm{d}\,\mathrm{d}M^{(1)} - \beta\,\mathrm{d}M^{(1)} + \gamma M^{(1)} = 0$, ou en remettant les valeurs de α, β, γ, $\mathrm{d}\,\mathrm{d}M^{(1)}(m^{(1)}\,\mathrm{d}\mu^{(1)} - \mu^{(1)}\,\mathrm{d}m^{(1)}) + \mathrm{d}M^{(1)}(\mu^{(1)}\,\mathrm{d}\,\mathrm{d}m^{(1)} - m^{(1)}\,\mathrm{d}\,\mathrm{d}\mu^{(1)}) + M^{(1)}(\mathrm{d}m^{(1)}\,\mathrm{d}\,\mathrm{d}\mu^{(1)} - \mathrm{d}\mu^{(1)}\,\mathrm{d}\,\mathrm{d}m^{(1)}) = 0$. Cette équation peut se mettre sous la forme,

$(m^{(1)}\,\mathrm{d}M^{(1)} - M^{(1)}\,\mathrm{d}m^{(1)})\ (m^{(1)}\,\mathrm{d}\,\mathrm{d}\mu^{(1)} - \mu^{(1)}\,\mathrm{d}\,\mathrm{d}m^{(1)}) - (m^{(1)}\,\mathrm{d}\mu^{(1)} - \mu^{(1)}\,\mathrm{d}m^{(1)})(m^{(1)}\,\mathrm{d}\,\mathrm{d}M^{(1)} - M^{(1)}\,\mathrm{d}\,\mathrm{d}m^{(1)}) = 0$, ou

$$\mathrm{d}.\frac{(m^{(1)}\,\mathrm{d}\mu^{(1)} - \mu^{(1)}\,\mathrm{d}m^{(1)})}{m^{(1)}\,\mathrm{d}M^{(1)} - M^{(1)}\,\mathrm{d}m^{(1)}} = 0, \text{ ou } \mathrm{d}.\left\{\frac{\frac{m^{(1)}\,\mathrm{d}\mu^{(1)} - \mu^{(1)}\,\mathrm{d}m^{(1)}}{m^{(1)2}}}{\frac{m^{(1)}\,\mathrm{d}M^{(1)} - M^{(1)}\,\mathrm{d}m^{(1)}}{m^{(1)2}}}\right\} = 0,$$

donc $\mathrm{d}.\dfrac{\mathrm{d}.\frac{\mu^{(1)}}{m^{(1)}}}{\mathrm{d}.\frac{M^{(1)}}{m^{(1)}}} = 0$. Donc en intégrant $\dfrac{\mathrm{d}.\frac{\mu^{(1)}}{m^{(1)}}}{\mathrm{d}.\frac{M^{(1)}}{m^{(1)}}} = A$, ou

$\mathrm{d}.\frac{\mu^{(1)}}{m^{(1)}} = A\,\mathrm{d}.\frac{M^{(1)}}{m^{(1)}}$. Intégrant encore une fois, on a $\frac{\mu^{(1)}}{m^{(1)}} =$

$\frac{A\,M^{(1)}}{m^{(1)}} + B$, ou $\mu^{(1)} = A\,M^{(1)} + B\,m^{(1)}$, comme le trouve M. Euler p. 324. L'analogie eſt maintenant évidente, & peut s'étendre auſſi loin qu'on voudra.

§ 28. Si l'on a $\int Z = Minimum$, $d\,Z = L\,d\,\Pi + M\,dx + N\,dy + P\,d\,dy + Q\,d^3y$, $\Pi = \int(Z) = C$, $d\,(Z) = (M)\,dx + (N)\,dy + (P)\,d\,dy + (Q)\,d^3y$, on aura $Z_{,} + Z + Z' + Z'' + Z'''$ &c. $= Minimum$, $\delta Z_{,} + \delta Z + \delta Z' + \delta Z'' + \delta Z'''$ &c. $= 0$, $\delta\,(Z_{,}) + \delta\,(Z) + \delta\,(Z') + \delta\,(Z'') = 0$. On a maintenant,

$\delta Z_{,} = L_{,}\,\delta\,\Pi_{,} + Q_{,}\,\delta\,(y' - 2y + y_{,})$,
$\delta Z = L\,\delta\,\Pi + P\,\delta\,(y' - y) + Q\,\delta\,(y'' - 2y' + y)$,
$\delta Z' = L'\,\delta\,\Pi' + N'\,\delta y' + P'\,\delta\,(y'' - y') + Q'\,\delta\,(y''' - 2y'' + y')$;
$\delta Z'' = L''\,\delta\,\Pi'' + N''\,\delta y'' + P''\,\delta\,(y''' - y'') + Q''\,\delta\,(y^{IV} - 2y''' + y'')$,
$\delta Z''' = L'''\,\delta\,\Pi'''$, $\delta Z^{IV} = L^{IV}\,\delta\,\Pi^{IV}$ &c.

La première équation deviendra donc,

$$\begin{aligned} L_{,}\,\delta\,\Pi_{,} + {} & L\,\delta\,\Pi + L'\,\delta\,\Pi' + L''\,\delta\,\Pi'' + L'''\,\delta\,\Pi''' \text{ &c.} \\ & + N'\,\delta y' + (P - P')\,\delta y' + (Q_{,} - 2Q + Q')\,\delta y' \\ & + N''\,\delta y'' + (P' - P'')\,\delta y'' + (Q - 2Q' + Q'')\,\delta y'' = 0, \\ L_{,}\,\delta\,\Pi_{,} + {} & L\,\delta\,\Pi + L'\,\delta\,\Pi' + L''\,\delta\,\Pi'' + L'''\,\delta\,\Pi''' \text{ &c.} \\ & + (N' - d\,P + d\,d\,Q_{,})\,\delta y' \\ & + (N'' - d\,P' + d\,d\,Q)\,\delta y'' = 0. \end{aligned}$$

Maintenant on a, $\delta\,(Z_{,}) = (Q_{,})\,\delta\,(y' - 2y + y_{,})$;
$\delta\,(Z) = (P)\,\delta\,(y' - y) + (Q)\,\delta\,(y'' - 2y' + y)$;
$\delta\,(Z') = (N')\,\delta y' + (P')\,\delta\,(y'' - y') + (Q')\,\delta\,(y''' - 2y'' + y')$,
$\delta\,(Z'') = (N'')\,\delta y'' + (P'')\,\delta\,(y''' - y'') + (Q'')\,\delta\,(y^{IV} - 2y''' + y'')$,
$\delta\,(Z''') = 0$ &c., ou $\delta\,(Z_{,}) = (Q_{,})\,\delta y'$;
$\delta\,(Z) = ((P) - 2\,(Q))\,\delta y' + (Q)\,\delta y''$;
$\delta\,(Z') = ((N') - (P') + (Q'))\,\delta y' + ((P') - 2\,(Q'))\,\delta y''$;
$\delta\,(Z'') = ((N'') - (P'') + (Q''))\,\delta y''$, $\delta\,(Z''') = 0$ &c. Or on a $\delta\,\Pi - \delta\,\Pi_{,} = \delta\,(Z_{,})$, $\delta\,\Pi' - \delta\,\Pi = \delta\,(Z)$, $\delta\,\Pi'' - \delta\,\Pi' = \delta\,(Z')$, $\delta\,\Pi''' - \delta\,\Pi'' = \delta\,(Z'')$, $\delta\,\Pi^{IV} - \delta\,\Pi''' = \delta\,Z'''$ &c. Donc faiſant

$\delta \Pi_{,} = o$, on a $\delta \Pi = \delta (Z_{,})$, $\delta \Pi' = \delta (Z_{,}) + \delta (Z)$, $\delta \Pi'' = \delta (Z_{,}) + \delta (Z) + \delta (Z')$, $\delta \Pi''' = \delta (Z_{,}) + \delta (Z) + \delta (Z') + \delta (Z'') = o$, $\delta \Pi^{IV} = o$ &c. (en vertu de la ſeconde équation rapportée ci-deſſus).

La première équation devient donc

$$(L + L' + L'') \delta (Z_{,}) + (L' + L'') \delta (Z) + L'' \delta (Z') + (N' - d P + d d Q_{,}) \delta y' + (N'' - d P' + d d Q) \delta y'' = o, \text{ ou}$$

$$(L + L' + L'') (Q_{,}) \delta y' + (L' + L'') ((P) - 2 (Q)) \delta y' + L'' ((N') - (P') + (Q)) \delta y' + (L' + L'') (Q) \delta y'' + L'' ((P') - 2 (Q)) \delta y'' + (N' - d P + d d Q_{,}) \delta y' + (N'' - d P' + d d Q) \delta y'' = o, \text{ ou}$$

$$(L' (P) - 2 L' d (Q_{,}) - (Q_{,}) d L + L'' ((N') - d (P) + d d (Q_{,})) + N' - d P + d d Q_{,}) \delta y' + (L'' (P') - 2 L'' d (Q) - (Q) d L'. + N'' - d P' + d d Q) \delta y'' = o. \quad (A)$$

Or l'équation $\delta (Z_{,}) + \delta (Z) + \delta (Z') + \delta (Z'') = o$, donne $((N') - d (P) + d d (Q_{,})) \delta y' + ((N'') - d (P') + d d (Q)) \delta y'' = o$. Éliminant de ces deux équations la valeur de $\frac{\delta y'}{\delta y''}$, on a $\frac{N'' - d P' + d d Q + (L'') (P') - 2 L'' d (Q) - Q d (L')}{(N'') - d . (P'') + d d (Q)}$

$$- \frac{(N' - d P + d d Q_{,} + L' (P) - 2 L' d (Q_{,}) - (Q_{,}) d L)}{(N') - d (P) + d d (Q_{,})} - L'' = o. \quad \text{Donc}$$

$$d . \frac{(N' - d P + d d Q_{,} + L' (P) - 2 L' d . (Q_{,}) - (Q_{,}) d L)}{N' - d (P) + d d (Q_{,})} - L'' = o.$$

On a en intégrant,

$$\frac{N' - d P + d d Q_{,} + L' (P) - 2 L' d (Q_{,}) - (Q_{,}) d L}{(N') - d (P) + d d (Q_{,})} + (C - \int L) = o, \quad (a)$$

ou $N' - d P + d d Q_{,} + L' (P) - 2 L' d (Q_{,}) - (Q_{,}) d L + ((N') - d (P) + d d (Q_{,})) (C - \int L) = o$, ou

$N - d P + d d Q + (N) (C - \int L) - d (P) (C - \int L) + d d . (Q) (C - \int L) = o$, comme le trouve M. Euler p. 205.

§ 29. Il faut remarquer que l'équation (*a*) eſt préciſément la même que celle qui réſulte de la formule $\int Z = Minimum$, en ne faiſant varier que y'. Car on a dans ce cas $L'(P) - 2L'\,d(Q_{,}) - (Q_{,})\,dL + (L'' + L''' + L^{IV}$ &c.$)\,((N') - d(P) + dd(Q_{,}))$ $= L'(P) - 2L'\,d(Q_{,}) - (Q_{,})\,dL + ((N') - d(P) + dd(Q_{,}))\,(C - \int L)$, comme ci-deſſus. Voilà pourquoi le réſultat de M. Euler coïncide avec le nôtre, quoique ce grand géomètre ſoit parti d'un principe différent. En effet, ſi l'on examine l'équation (*A*), on verra que le coëfficient de $\delta y''$ n'eſt point entièrement analogue à celui de $\delta y'$; mais qu'il y manque le terme $(N'') - d(P') + dd(Q)$, en ſorte que ſi h eſt le coëfficient de $\delta y'$, on ne peut pas, en procédant rigoureuſement, faire celui de $\delta y'' = h + dh$. Ainſi le principe de la ſolution de M. Euler ne paroît pas exactement rigoureux, quoique le réſultat revienne au même, parce qu'il néglige enſuite le terme $\alpha\,((N) - d(P) + dd(Q))$, ce qui eſt préciſément le terme qu'il avoit pris de trop dans le coëfficient de $\delta y''$.

§ 30. Maintenant, toutes choſes ſubſiſtant comme dans le § précédent, ſi l'on a

$$d(Z) = (L)\,d\pi + (M)\,dx + (N)\,dy + (P)\,ddy + (Q)\,d^3y,\quad \pi = f(\zeta),$$
$$d(\zeta) = (m)\,dx + (n)\,dy + (p)\,ddy + (q)\,d^3y,$$

on aura par ce qui précède,

$$\delta(\zeta_{,}) = (q_{,})\,\delta y',\quad \delta(\zeta) = ((p) - 2(q))\,\delta y' + (q)\,\delta y'',$$
$$\delta(\zeta') = ((n') - (p') + (q'))\,\delta y' + ((p') - 2(q'))\,\delta y'',$$
$$\delta(\zeta'') = ((n'') - (p'') + (q''))\,\delta y'',\quad \delta(\zeta''') = 0 \text{ &c.}$$
$$\delta\pi = 0,\ \delta\pi' = \delta(\zeta_{,}) + \delta(\zeta),\ \delta\pi'' = \delta(\zeta_{,}) + \delta(\zeta) + \delta(\zeta'),\ \delta\pi''' = \delta(\zeta_{,}) + \delta(\zeta) + \delta(\zeta') + \delta(\zeta''),\ \delta\pi^{IV} = \delta\pi'''$$ &c. Nous aurons maintenant, $\delta(Z_{,}) = (L_{,})\,\delta\pi_{,} + (Q_{,})\,\delta y'$; $\delta(Z) = (L)\,\delta\pi + ((P) - 2(Q))\,\delta y' + (Q)\,\delta y''$, $\delta(Z') = (L')\,\delta\pi' + ((N') - (P') + (Q'))\,\delta y' + ((P') - 2(Q'))\,\delta y''$, $\delta(Z'') = (L'')\,\delta\pi'' + ((N'') - (P'') + (Q''))\,\delta y''$, $\delta(Z''') = (L''')\,\delta\pi'''$, $\delta(Z^{IV}) = \delta\pi^{IV}$ &c. Or nous avons $\delta\Pi = \delta(Z_{,})$, $\delta\Pi' = \delta(Z_{,}) + \delta(Z)$, $\delta\Pi'' = \delta(Z_{,}) + \delta(Z) + \delta(Z')$, $\delta\Pi''' = \delta(Z_{,}) + \delta(Z) + \delta(Z') + \delta(Z'')$.

On

On aura donc $\delta\pi_{,} = 0$, $\delta\pi = (q_{,})\,\delta y'$, $\delta\pi' = ((p) + (q_{,}) - 2(q))\,\delta y' + (q)\,\delta y''$, $\delta\pi'' = ((n') - \mathrm{d}(p) + \mathrm{d}\,\mathrm{d}(q_{,}))\,\delta y' + ((p') + (q) - 2(q'))\,\delta y''$, $\delta\pi''' = ((n') - \mathrm{d}(p) + \mathrm{d}\,\mathrm{d}(q_{,})\,\delta y' + ((n'') - \mathrm{d}(p') + \mathrm{d}\,\mathrm{d}(q))\,\delta y''$, $\delta\pi^{\mathrm{IV}} = \delta\pi'''$ &c. Maintenant l'équation qui réſulte de la condition $f(\mathrm{Z}) = C$, ſavoir $\delta(\mathrm{Z}_{,}) + \delta(\mathrm{Z}) + \delta(\mathrm{Z}') + \delta(\mathrm{Z}'') + \delta(\mathrm{Z}''') + \delta(\mathrm{Z}^{\mathrm{IV}}) = 0$, donne $(L)\,\delta\pi + (L')\,\delta\pi' + (L'')\,\delta\pi'' + \delta\pi'''\,((L''') + (L^{\mathrm{IV}}) + (L^{\mathrm{V}})$ &c.$) + (Q_{,})\,\delta y' + ((P) - 2(Q))\,\delta y' + ((N') - (P') + (Q'))\,\delta y' + (Q)\,\delta y'' + ((P') - 2(Q'))\,\delta y'' + ((N'') - (P'') + (Q''))\,\delta y'' = 0$, ou $(L)(q_{,})\,\delta y' + (L')((p) + (q_{,}) - 2(q))\,\delta y' + (L')(q)\,\delta y'' + (L'')((n') - \mathrm{d}(p) + \mathrm{d}\,\mathrm{d}(q_{,}))\,\delta y' + (L'')((p') + (q) - 2(q'))\,\delta y'' + ((L''') + (L^{\mathrm{IV}})$ &c.$)((n') - \mathrm{d}(p) + \mathrm{d}\,\mathrm{d}(q))\,\delta y' + ((L''') + (L^{\mathrm{IV}})$ &c.$)((n') - \mathrm{d}(p') + \mathrm{d}\,\mathrm{d}(q))\,\delta y'' + (N') - \mathrm{d}(P) + \mathrm{d}\,\mathrm{d}(Q_{,}))\,\delta y' + ((N'') - \mathrm{d}(P') + \mathrm{d}\,\mathrm{d}(Q))\,\delta y'' = 0$. Mais l'équation qui réſulte de la condition $\int \mathrm{Z} = \textit{Minimum}$, eſt comme ci-deſſus,

$$L\,\delta\Pi + L'\,\delta\Pi' + L''\,\delta\Pi'' + L'''\,\delta\Pi''' + L^{\mathrm{IV}}\,\delta\Pi^{\mathrm{IV}} \text{ &c.} + (N' - \mathrm{d}P + \mathrm{d}\,\mathrm{d}Q_{,})\,\delta y' + (N'' - \mathrm{d}P' + \mathrm{d}\,\mathrm{d}Q)\,\delta y'' = 0.$$

Donc $L\,\delta(\mathrm{Z}_{,}) + L'(\delta(\mathrm{Z}_{,}) + \delta(\mathrm{Z})) + L''(\delta(\mathrm{Z}) + \delta(\mathrm{Z}')) + L'''(\delta(\mathrm{Z}_{,}) + \delta(\mathrm{Z}) + \delta(\mathrm{Z}') + \delta(\mathrm{Z}''))$ &c. $+ (N' - \mathrm{d}P + \mathrm{d}\,\mathrm{d}Q_{,})\,\delta y' + (N'' - \mathrm{d}P' + \mathrm{d}\,\mathrm{d}Q)\,\delta y'' = 0$, ou $L'(L)\,\delta\pi + L''((L)\,\delta\pi + (L')\,\delta\pi') + L'''((L)\,\delta\pi + (L')\,\delta\pi' + (L'')\,\delta\pi'') + L^{\mathrm{IV}}((L)\,\delta\pi + (L')\,\delta\pi' + (L'')\,\delta\pi'' + (L''')\,\delta\pi''')$ &c.

$$+ (L(Q_{,}) + L'(P) + L'(Q_{,}) - 2L'(Q) + (L'' + L'''\text{ &c.})((N') - \mathrm{d}(P) + \mathrm{d}\,\mathrm{d}(Q_{,}))\,\delta y'$$

$$+ (L'(Q) + L''(P') + L''(Q) - 2L''(Q') + (L''' + L^{\mathrm{IV}}\text{ &c.})((N'') - \mathrm{d}(P') + \mathrm{d}\,\mathrm{d}(Q))\,\delta y''$$

$$+ (N' - \mathrm{d}P + \mathrm{d}\,\mathrm{d}Q_{,})\,\delta y' + (N'' - \mathrm{d}P' + \mathrm{d}\,\mathrm{d}Q)\,\delta y'' = 0,$$

ou $(N' - \mathrm{d}P + \mathrm{d}\,\mathrm{d}Q_{,})\,\delta y' + (N'' - \mathrm{d}P' + \mathrm{d}\,\mathrm{d}Q)\,\delta y'' + L(Q_{,})\,\delta y' + L'(Q)\,\delta y'' + L'((P) + (Q_{,}) - 2(Q))\,\delta y' + L''((P') + (Q) - 2(Q'))\,\delta y'' + ((N') - \mathrm{d}(P) + \mathrm{d}\,\mathrm{d}(Q))\,(L'' + L''' + L^{\mathrm{IV}}\text{ &c.})\,\delta y' + ((N'') - \mathrm{d}(P') + \mathrm{d}\,\mathrm{d}(Q))\,(L''' + L^{\mathrm{IV}} + L^{\mathrm{V}}\text{ &c.})\,\delta y''$.

$+ (L)(q_{,})(L' + L''\ \&c.)\,\delta y' + (L')(q)(L'' + L'''\ \&c.)\,\delta y''$
$+ (L')((p) + (q_{,}) - 2(q))(L'' + L'''\ \&c.)\,\delta y' + (L'')((p') + (q) - 2(q'))(L''' + L^{IV}\ \&c.)\,\delta y''$
$+ ((n') - d(p) + dd(q_{,}))((L'')(L''' + L^{IV}\ \&c.) + (L''')(L^{IV} + L^{V}\ \&c.)\ \&c.)\,\delta y'$
$+ ((n'') - d(p') + dd(q))((L''')(L^{IV} + L^{V}\ \&c.) + (L^{IV})(L^{V} + L^{VI}\ \&c.)\ \&c.)\,\delta y'' = 0.$

Or la première équation étoit,

$((N') - d(P) + dd(Q_{,}))\delta y' + ((N'') - d(P') + dd(Q))\delta y'' + (L)(q_{,})\delta y'$
$+ (L)(q_{,})\delta y' + (L')(q)\delta y'' + (L')((p) + (q_{,}) - 2(q))\delta y' + (L'')((p')$
$+ (q) - 2(q'))\delta y'' + ((n') - d(p) + dd(q_{,}))(L'' + L''' + L^{IV}\ \&c.)\delta y'$
$+ ((n'') - d(p') + dd(q))(L''' + L^{IV}\ \&c.)\delta y'' = 0.$ Ces équations, peuvent ſe mettre ſous cette forme,

$A\delta y' + (A + dA)\delta y'' = 0, \quad B\delta y' + (B + dB)\delta y'' = 0.$

Donc $\frac{\delta y'}{\delta y''} = -\frac{(A + dA)}{A} = -\frac{(B + dB)}{B}$. Donc $\frac{dA}{A} = \frac{dB}{B}$, & en intégrant $A = \alpha B$, (α étant une conſtante arbitraire), donc $A - \alpha B = 0$. Or $B = (N') - d(P) + dd(Q_{,}) + (L)(p_{,}) + (L')((q_{,}) - 2(q)) + (L'' + L''' + L^{IV}\ \&c.)((n') - d(p) + dd(q_{,})) = (N') - d(P) + dd(Q_{,}) + (L')(p) - 2(L')d(q) - (q_{,})d(L) + ((n') - d(p) + dd(q_{,}))(C - SLdx)$. Or $(L) = -d.(C - SL)$, $d(L) = -dd.(C - SL)$, donc $B = (N') - d(P) + dd(Q_{,}) - p\,d.(C - SL) + 2d(q)\,d.(C - SL) + (q)\,dd.(C - SL) + (n')(C - SL) - d(p)(C - SL) + dd(q)(C - SL)$. On a enſuite $A = N' - dP + ddQ_{,} + L(Q_{,}) + L'(P) + L'(Q_{,}) - 2L'(Q) + ((N') - d(P) + dd(Q))(L'' + L''' + L^{IV}\ \&c.) + (L)L'(q_{,}) + (L)(q_{,})(L'' + L'''\ \&c.) + (L')p + (L')(q_{,}) - 2(L')(q)(L'' + L'''\ \&c.) + ((n') - d(p) + dd(q_{,}))((L'')(L''' + L^{IV}\ \&c.) + (L''')(L^{IV} + L^{V}\ \&c.) + (L^{IV})(L^{V} + L^{VI}\ \&c.)) = N' - dP + ddQ_{,} + (L')(P) - 2L'd(Q) - (Q_{,})dL + ((N') - d(P) + dd(Q_{,}))(C - SL) + (L)L'(q_{,}) + ((L')(p) - 2(L')d(q) - (q)d(L))(C - SL)$

$= ((n') - d(p) + dd(q_{,})) S(L) (C - SL)$. En effet, ſi l'on fait $(L'')(L''' + L^{IV}$ &c.$) + (L''')(L^{IV} + L^{V}$ &c.$) + (L^{IV})(L^{V} + L^{VI}$ &c.$)$ &c. $= U$, on a $(L''')(L^{IV} + {}^{V}$ &c.$) + (L^{IV})(L^{V} + L^{VI}$ &c.$)$ &c. $= U'$, donc $U' - U = d\,U = -(L''')(L'' + L''' + L^{IV}$ &c.$) = -(L''')(C - \int L)$, & $U = -\int(L''')(C - \int L)$. Donc $A = N - dP + ddQ + (N)(C - \int L) - d.(P)(C - \int L) + dd.(Q)(C - \int L) + (L)L'(q_{,}) + \left((L')(p) - 2(L')d(q) - (q_{,})\frac{d(L)}{dx}\right)(C - \int L) + ((n') - d(p) + dd(q_{,}))(C' - C\int(L) + \int(L)\int L)$ (C' & C étant des conſtantes arbitraires qu'on déterminera d'après les données du problème). Soit $C' - C\int(L)\int L = U$, on aura $(L)(C - \int L) = -dU$; $(L)L - d(L)(C - \int L) = ddU$, la dernière partie de la valeur de A ſera donc $(n')U - Ud(p) - (p)dU + Ud\,d(q) + 2dU\,d(q) + (q)ddU = (n')U - d.(p)U + dd.(q)U$. Donc $A = N - dP + ddQ + (N)(C' - \int L) - d.(P)(C - \int L) + dd.(Q)(C - \int L) + (n)(C' - \int(L) + \int(L)\int L) - d(p)(C' - C\int(L) + \int(L)\int L) + dd(q)(C' - C\int(L) + \int(L)\int L)$. Au moyen de ces valeurs, l'équation $A - \alpha B = 0$, ou $A + \alpha B = 0$, revient préciſément à celle que trouve M. Euler p. 214, & l'on en a ici la démonſtration rigoureuſe.

§ 31. Si $\int(Z) = C$, $d(Z) = (L)d\Pi + (M)dx + (N)dy + (P)ddy + (Q)d^{3}y$, $\Pi = \int(Z)$, on aura $(Z_{,}) + (Z) + (Z') + (Z'') + (Z''')$ &c. $= C$, $\delta(Z_{,}) + \delta(Z) + \delta(Z') + \delta(Z'') + \delta(Z''')$ &c. $= 0$, ou $((N') - d(P) + dd(Q))\delta y' + ((N'') - d(P') + dd(Q))\delta y'' + (L_{,})\delta\Pi_{,} + (L)\delta\Pi + (L')\delta\Pi' + (L'')\delta\Pi'' + (L''')\delta\Pi'''$ &c. $= 0$. Maintenant, ſi l'on fait $\delta\Pi_{,} = 0$, on a

$\delta(Z_{,}) = (Q_{,})\delta y'$, $\delta(Z) = (L)\delta\Pi + ((P) - 2(Q))\delta y' + (Q)\delta y''$;
$\delta(Z') = (L')\delta\Pi' + ((N') - (P') + (Q'))\delta y' + ((P') - 2(Q'))\delta y''$;
$\delta(Z'') = (L'')\delta\Pi'' + ((N'') - (P'') + (Q''))\delta y''$; $\delta(Z''') = (L''')\delta\Pi'''$ &c.

$\delta\Pi = \delta(Z_{,}) + \delta(Z)$; $\delta\Pi'' = \delta(Z_{,}) + \delta(Z) + \delta(Z')$; $\delta\Pi''' = \delta(Z_{,}) + \delta(Z) + \delta(Z') + \delta(Z'')$ &c. Donc $\delta\Pi = (Q_{,})\,\delta y'$,
$\delta(Z) = (L)\,(Q_{,})\,\delta y' + ((P) - 2(Q))\,\delta y' + (Q)\,\delta y''$,
$\delta\Pi' = (L)\,(Q_{,})\,\delta y' + ((P) + (Q_{,}) - 2(Q))\,\delta y' + (Q)\,\delta y''$;
$\delta(Z') = (L')\,(L)\,(Q_{,})\,\delta y' + (L')\,((P) + (Q_{,}) - 2(Q))\,\delta y'$
$+ (L')\,(Q)\,\delta y'' + ((N') - (P) + (Q'))\,\delta y'$
$+ ((P') - 2(Q'))\,\delta y''$;
$\delta\Pi'' = (L)\,(1 + (L'))\,(Q_{,})\,\delta y' + (L')\,((P) + (Q_{,}) - 2(Q))\,\delta y'$
$+ (L')\,(Q)\,\delta y'' + ((N') - \mathrm{d}(P) + \mathrm{d}\,\mathrm{d}(Q_{,}))\,\delta y'$
$+ ((P') + (Q) - 2(Q'))\,\delta y''$;
$\delta(Z'') = (L)\,(L'')\,(1 + (L'))\,(Q_{,})\,\delta y' + (L'')\,(L')\,((P) + (Q_{,})$
$- 2(Q))\,\delta y' + (L'')\,(L')\,(Q)\,\delta y'' + (L'')\,((N') - \mathrm{d}(P)$
$+ \mathrm{d}\,\mathrm{d}(Q_{,}))\,\delta y' + (L'')\,((P') + (Q) - 2(Q'))\,\delta y''$
$+ ((N'') - (P'') + (Q'))\,\delta y''$;
$\delta\Pi''' = (L)\,(1 + (L'))\,(1 + (L''))\,(Q_{,})\,\delta y' + (L')\,((P) + (Q_{,})$
$- 2(Q))\,(1 + (L''))\,\delta y' + (Q)\,((L')\,(1 + (L''))\,\delta y''$
$+ (L'')\,((N') - \mathrm{d}(P) + \mathrm{d}\,\mathrm{d}(Q_{,}))\,\delta y' + (L'')\,((P)$
$+ (Q) - 2(Q'))\,\delta y'' + ((N') - \mathrm{d}(P) + \mathrm{d}\,\mathrm{d}(Q_{,}))\,\delta y'$
$+ ((N'') - \mathrm{d}(P') + \mathrm{d}\,\mathrm{d}(Q))\,\delta y''$.

L'équation deviendra donc $((N') - \mathrm{d}(P) + \mathrm{d}\,\mathrm{d}(Q_{,}))\,\delta y' + ((N'')$
$- \mathrm{d}(P') + \mathrm{d}\,\mathrm{d}(Q))\,\delta y'' + (L)\,(Q_{,})\,\delta y' + (L)\,(L')\,(Q_{,})\,\delta y'$
$+ (L')\,((P) + (Q_{,}) - 2(Q))\,\delta y' + (L')\,(Q)\,\delta y''$
$+ (L'')\,(L')\,(Q)\,\delta y'' + (L'')\,((P') + (Q) - 2(Q'))\,\delta y''$
$+ \frac{\delta\Pi''}{\delta y'}\,((L'') + (L''')\,(1 + (L'')) + (L^{IV})\,(1 + (L''))\,(1 + (L'''))$
$+ (L')\,(1 + (L''))\,(1 + (L'''))\,(1 + (L^{IV}))$ &c.$)\,\delta y'$
$+ \frac{\delta\Pi'''}{\delta y''}\,((L''') + (L^{IV}))\,(1 + (L'''))\,(1 + (L''')) + (L')\,(1 + (L'''))\,(1 + (L^{IV}))$
$+ (L^{V})\,(1 + (L'''))\,(1 + (L^{IV}))\,(1 + (L'))$ &c.$)\,\delta y''$.

Soit $(L'') + (L''')\,(1 + (L'')) + (L^{IV})\,(1 + (L''))\,(1 + (L'''))$
$+ (L')\,(1 + (L''))\,(1 + (L''')\,(1 + (L^{IV}))$ &c. $= (U)$, on a
$(L''') + (L^{IV})\,(1 + (L''')) + (L')\,(1 + (L'''))\,(1 + (L^{IV}))$ &c.

$= (U')$, donc $(U') - (U) = \frac{d(U)}{dx} = -(L'')(1 + L''')) + (L^{IV})(1 + (L''')) + (L')(1 + (L'''))(1 + (L^{IV})$ &c. $= -(L'')(1 + (U')) = -(L'')(1 + (U))$, $\frac{d(U)}{1 + (U)} = -(L'')$, $1 + (U) = Ce^{-\int (L'')}(U) = C'e^{-S(L'')} - 1$. On trouvera de même $(U') = Ce^{-\int (L'')} - 1$.

§ 32. Soit maintenant $\int Z = Minimum$, $dZ = L\,d\Pi + M\,dx + N\,dy + P\,d\,dy + Q\,d^3y$, $\Pi = \int (Z)$, $d(Z) = (L)\,d\Pi + (M)\,dx + (N)\,dy + (P)\,d\,dy + (Q)\,d^3y$, on aura $\delta Z_{,} + \delta Z + \delta Z' + \delta Z'' + \delta Z'''$ &c. $= 0$, ou $(N' - d\,P + d\,d\,Q_{,})\,\delta y' + (N'' - d\,P' + d\,d\,Q)\,\delta y'' + L_{,}\,\delta \Pi_{,} + L\,\delta \Pi + L'\,\delta \Pi' + L''\,\delta \Pi'' + L'''\,\delta \Pi'''$ &c. $= 0$. Cette équation d'après les calculs du § préc. deviendra $(N' - d\,P + d\,d\,Q_{,})\,\delta y' + (N'' - d\,P' + d\,d\,Q)\,\delta y'' + L(Q_{,})\,\delta y' + L'(L)(Q_{,})\,\delta y' + L'((P) + (Q_{,}) - 2(Q))\,\delta y' + L'(Q)\,\delta y'' + (L'')(L')(Q)\,\delta y'' + L''((P') + (Q) - 2(Q'))\,\delta y''$

$+ \frac{\delta \Pi''}{\delta y'}(L'' + L'''(1 + (L')) + L^{IV}(1 + (L'))(1 + (L''') + L^{V}(1 + (L'))(1 + (L'''))(1 + (L^{IV}))$ &c.)

$+ \frac{\delta \Pi'''}{\delta y''}(L''' + L^{IV}(1 + (L''')) + L^{V}(1 + (L'''))(1 + (L^{IV})) + L^{VI}(1 + (L'''))(1 + (L^{IV}))(1 + (L^{V}))$ &c.).

Or ſi l'on fait $S = L'' + L'''(1 + L''')) + L^{IV}(1 + (L''))(1 + (L'''))$ &c., il eſt aiſé de voir qu'on en déduira l'équation $d\,S + S'(L'') + L'' = 0$, ou $d\,S + S(L'') + L'' = 0$, d'où l'on tire $S = e^{-S(L'')} \int e^{S(L'')} L''$. On trouvera de même $S' = e^{-S(L''')} \int e^{S(L''')} L'''$. L'on aura donc en faiſant $\int (Z) =$ Conſt., on aura, dis-je, comme dans le § préc. ces deux équations, $A\,\delta y' + (A + d\,A)\,\delta y'' = 0$, $B\,\delta y' + (B + d\,B)\,\delta y'' = 0$, où $B = (N') - d\,(P) + d\,d\,(Q) + (L)\,(Q_{,}) + (L)\,((L')\,(Q_{,}) + (L')\,((P) + (Q_{,}) - 2\,(Q))$

$+ (Ce^{-S(L')\,dx} - 1)\,((L)(Q_{,}) + (L)(L')(Q_{,}) + (L')((P) + (Q_{,}) - 2(Q)) + (N') - d(P) + dd(Q))$

$= Ce^{-S(L')\,dx}\,((L_{,})(Q_{,}) + (L)(L')(Q_{,}) + (L')(P) + (L')(Q_{,}) - 2(L')(Q) + (N') - d(P) + dd(Q_{,}))$

$= Ce^{-S(L')\,dx}\,((L')(P) + (L)(L')(Q_{,}) - 2(L')\,d(Q_{,}) - (Q_{,})\,d(L) + (N') - d(P) + dd(Q_{,}))$.

Soit $Ce^{-S(L)} = V$, on a $(L)\,e^{-S(L)} = \frac{d(V)}{dx}$, $\frac{d(L)}{dx^2}\,Ce^{-S(L)} - (L)\,Ce^{-S(L)} = -\frac{dd(V)}{dx^2}$, on a $B = (N')(V) - (V)\,d(P) + (P)\,d(V) + (V)\,dd(Q_{,}) + 2\,d(Q_{,})\,d(V) + (Q_{,})\,dd(V) = (N')(V) - d.(P)\,V + dd.(Q)(V)$. On a enſuite

$A = N' - dP + ddQ + L(Q_{,}) + L'(L)(Q_{,}) + L'(P) + L'(Q_{,}) - 2L'(Q) + e^{-S(L')}\int e^{-S(L')}\,L''((L)(Q_{,}) + (L)(L')(Q_{,}) + (L')(P) + (L')((Q_{,}) - 2(L')(Q)) + (N') - d(P) + dd(Q_{,})) = N - dP + ddQ + L'(P) + L'(L)(Q_{,}) - 2L'\,d(Q) - (Q_{,})\frac{dL}{dx^2} + e^{-\int(L)}\int e^{\int(L)}\,L((L)(P) + (L)^2(Q) - 2(L)\,d(Q) - (Q)\frac{d(L)}{dx^2} + (N) - d(P) + dd(Q))$. Or nous avons

$(L'')S + L'' = -dS$, donc $(L'')\,dS + S\,d(L'') + dL'' = -ddS$, ou $(L)S + L = -dS - (L)^2S + S\,d(L) - (L)L + dL = -dd\,S$, donc $L(P) + (L)(P)S = -(P)\,dS$, $L(L)(Q) + (L)^2(Q)S = -(L)(Q)\,dS - 2L\,d(Q) - 2(L)\,d(Q).S = 2\,d(Q)\,dS - (Q)\,dL - (Q)\,d(L).S = (Q)\,ddS - (Q)(L)^2S - (Q)L(L) = (Q)\,ddS + (Q)(L)\,dS$. Donc $A = N - dP + ddQ + (N)S - \int d(P) - (P)\,dS + S\,dd(Q) - (L)(Q)\,dS + 2\,d(Q)\,dS + (Q)\,ddS + (Q)(L)\,dS = N - dP + ddQ + (N)S - d.(P)S + dd.(Q)S$. L'équation $A + \alpha B = 0$ devient donc $N - dP + ddQ + (N)S - d.(P)S + dd.(Q)S + \alpha(N)(V) - \alpha\,d.(P)(V) + \alpha\,dd(P)(V) = 0$. C'eſt le cas dont M. Euler donne un exemple p. 214.

§ 33. Si l'on a $(N) = o$, $(Q) = o$ &c. $N = o$, $Q = o$ &c. l'équation deviendra $dP + d.(P)S + \alpha\, d.(P)(V) = o$. On aura donc en intégrant $P + (P)S + \alpha(P)(V) = B$, ou $P + (P)(S + \alpha(V)) = B$. Or $S + \alpha(V) = e^{-S(L)} \int e^{S(L)} L + \alpha C e^{-S(L)} = e^{-S(L)} (\alpha C + \int e^{S(L)} L)$. α étant une conſtante arbitraire, il eſt clair que αC en ſera auſſi une, & par conſéquent la condition dérivée de la conſtante C disparoît, comme le dit M. Euler p. 216. L'équation ſera donc

$P + (P) e^{-S(L)} (\alpha C + \int e^{S(L)} L) = B$, ou $\frac{P e^{\int (L)}}{(P)} + \alpha C + \int e^{\int (L)} L = \frac{B}{(P)} e^{\int (L)}$, ou en différentiant $\frac{(L) P}{(P)} + d.\frac{P}{(P)} + L = \frac{B (L)}{(P)} + B\, d.\frac{1}{(P)}$. Au moyen de cela les intégrales indéfinies disparoiſſent.

§ 34. Soient les deux équations $A' \delta y' + (A' + dA') \delta y'' + M' \delta y' = o$, $B' \delta y' + (B' + dB') \delta y'' = o$, on a $\frac{\delta y'}{\delta y''} = -\frac{(A' + dA')}{A' + M'} = -\frac{(B' + dB')}{B'}$. Donc $\frac{A' + dA'}{A' + M'} - 1 = \frac{dB'}{B'} = -\frac{M' + dA'}{M' + A'} =$ (ſi M' eſt de l'ordre de dA') $-\frac{M' + dA'}{A'}$. Donc $\frac{dB'}{B'} = \frac{dA'}{A'} - \frac{M' dx}{A'}$, $lB' = lA' - \int \frac{M' dx}{A'}$, ou $B' = A' e^{-\int \frac{M' dx}{A'}}$. C'eſt la formule que trouve M. Euler T. VIII. des anciens Mémoires de Pétersbourg p. 178. L'on voit que dans ce procédé l'on néglige M' au dénominateur. Mais l'on peut opérer comme § 28. ſans rien négliger. L'on a $\frac{A' + dA'}{B' + dB'} = \frac{A' + M'}{B'}$, donc $\frac{A' + dA'}{B' + dB'} - \frac{A'}{B'} - \frac{M'}{B'} = o$, ou $d.\frac{A'}{B'} - \frac{M' dx}{B'} = o$. Donc $\frac{A'}{B'} - \int \frac{M' dx}{A'} = o$, ou $A' = B' \int \frac{M' dx}{B'}$. Cette expreſſion peut ſe réduire à celle de M. Euler de la manière ſuivante. On a $\int \frac{M' dx}{B'} = \frac{A'}{B'} = \frac{A'}{M' dx} \cdot \frac{M' dx}{B'}$. Donc

$\frac{M' \, dx}{A'} = \frac{\frac{M' \, dx}{B'}}{\int \frac{M' \, dx}{B'}}$, $e^{\int \frac{M' \, dx}{A'}} = \int \frac{M' \, dx}{B'}$, $\frac{A'}{B'} = e^{\int \frac{M' \, dx}{A'}}$, $B' = A' \, e^{-\int \frac{M' \, dx}{A'}}$, comme le trouve M. Euler. Si dans la première équation on ne fait varier que y', & qu'on la considère indépendamment de la seconde, on aura $A' \delta y' + M' \delta y' + M'' \delta y' + M''' \delta y'$ &c. parce que la fonction qui contient M'', M''' &c. ne devient nulle qu'en vertu de la seconde équation, que l'on supprime ici. Donc $\frac{A'}{B'} \delta y' + \left(\frac{M'}{B'} + \frac{M''}{B''} + \frac{M'''}{B'''} \text{ &c.} \right) \delta y' = 0$, ou $\frac{A'}{B'} + \int \frac{M' \, dx}{B'} = 0$, ou $A' = B' \int \frac{M' \, dx}{B'}$, comme ci-dessus. Ainsi, comme nous l'avons remarqué § 29, le procédé qui consiste à ne faire varier que y' dans les deux équations proposées $\int Z = Minimum$ $\int (Z) = C$, & à faire l'une des valeurs qui en résultent égale à l'autre multipliée par une constante, revient au même que celui où l'on fait varier y' & y'', & où l'on élimine $\frac{\delta y'}{\delta y''}$. Mais cette proposition avoit besoin d'être démontrée, & n'étoit pas évidente par elle-même. D'ailleurs, le procédé rigoureux n'est pas beaucoup plus long, & est plus clair.

§ 35. Jusqu'ici Π a été donné par une équation différentielle du premier degré. Mais la méthode de M. Euler s'applique aux cas où il est donné par une équation différentielle d'un degré quelconque. Soit $\int Z = Minimum$,
$dZ = L \, d\Pi + M \, dx + N \, dy + P \, ddy + Q \, d^3y$, $\Pi = \int\int (Z)$,
$d(Z) = l \, ddd\Pi + (L) \, d\Pi + (M) \, dx + (N) \, dy + (P) \, ddy + (Q) \, d^3y$. Donc $d\Pi = \int (Z)$, $ddd\Pi = \Pi'' - 2\Pi' + \Pi = (Z)$, $\delta\Pi'' - 2\delta\Pi' + \delta\Pi = \delta(Z)$, $\delta\Pi' - 2\delta\Pi + \delta\Pi_{,} = \delta(Z)$, $\delta\Pi - 2\delta\Pi_{,} + \delta\Pi_{,,} = \delta(Z_{,,}) = 0$, donc $\delta\Pi_{,,} = \delta\Pi_{,} = \delta\Pi = 0$, $\delta\Pi''' - 2\delta\Pi'' + \delta\Pi' = \delta(Z')$; $\delta\Pi^{IV} - 2\delta\Pi''' + \delta\Pi'' = \delta(Z'')$, $\delta\Pi^{V} - 2\delta\Pi^{IV} + \delta\Pi''' = \delta(Z''')$ &c. Donc $\delta\Pi' = \delta(Z_{,})$, $\delta\Pi'' =$

$\delta\Pi'' = 2\delta(Z_{,}) + \delta(Z)$, $\delta\Pi''' = 3\delta(Z_{,}) + 2\delta(Z) + \delta(Z')$, $\delta\Pi^{IV} = 4\delta(Z_{,}) + 3\delta(Z) + 2\delta(Z') + \delta(Z'')$, $\delta\Pi^{V} = 5\delta(Z_{,}) + 4\delta(Z) + 3\delta(Z') + 2\delta(Z'') + \delta(Z''')$ &c. Or $\delta(Z_{,}) = (Q_{,})$, $\delta(Z) = l\delta\,d\,\Pi + (L)\delta\Pi + (P) - 2(Q) = l(\delta\Pi' - \delta\Pi) + (L)\delta\Pi + (P) - 2(Q) = l\delta\Pi' + (P) - 2(Q)$; $\delta(Z') = l'(\delta\Pi'' - \delta\Pi') + (L')\delta\Pi' + (N') - (P') + (Q')$; $\delta(Z'') = l''(\delta\Pi''' - \delta\Pi'') + (L'')\delta\Pi''$; $\delta(Z''') = l'''(\delta\Pi^{IV} - \delta\Pi''') + (L''')\delta\Pi'''$ &c. Donc $\delta\Pi' = (Q_{,})$, $\delta(Z) = l(Q_{,}) + (P) - 2(Q)$, $\delta\Pi'' = 2(Q_{,}) + l(Q_{,}) + (P) - 2(Q)$, $\delta(Z') = l'((Q_{,}) + l(Q_{,}) + (P) - 2(Q)) + (L')(Q_{,}) + (N') - (P') + (Q')$, & en faiſant $\delta(Z_{,}) + \delta(Z) + \delta(Z') = \alpha$, $\delta\Pi''' = \alpha + \delta\Pi''$, $\delta\Pi^{IV} = \alpha(1 + l') + (L'')\delta\Pi'' + \delta\Pi'''$; $\delta\Pi^{V} = \alpha(1 + l')(1 + l'') + (L'')(1 + l''')\delta\Pi'' + (L''')\delta\Pi''' + \delta\Pi^{IV}$, $\delta\Pi^{VI} = \alpha(1 + l'')(1 + l''')(1 + l^{IV}) + (L'')(1 + l''')(1 + l^{IV})\delta\Pi'' + (L''')(1 + l^{IV})\delta\Pi''' + (L^{IV})\delta\Pi^{IV} + \delta\Pi^{V}$ &c. Ainſi l'équation $\delta Z_{,} + \delta Z + \delta Z' + \delta Z'' + \delta Z'''$ &c. $= 0$ deviendra $L'\delta\Pi' + L''\delta\Pi'' + \alpha(L''' + L^{IV}(1 + l'') + L^{V}(1 + l'')(1 + l''') + L^{VI}(1 + l'')(1 + l''')(1 + l^{IV})$ &c.) $+ \delta\Pi''(L''' + L^{IV}(L') + L^{V}(L')(1 + l''') + L^{VI}(L')(1 + l''')(1 + l^{IV})$ &c.) $+ \delta\Pi'''(L^{IV} + L^{V}(L''') + L^{VI}(L''')(1 + l^{IV})$ &c.) $+ \delta\Pi^{IV}(L^{V} + L^{VI}(L^{IV})$ &c.) $+ \delta\Pi^{V}(L^{VI})$ &c.) $= 0$. On a $\alpha = \delta(Z_{,}) + \delta(Z) + \delta(Z') = (Q_{,}) + (P) - 2(Q) + (N') - (P') + (Q') + l(Q_{,}) + l'(Q_{,}) + l'((P) - 2(Q)) + ll'(Q_{,}) + (L')(Q_{,}) = (N') - d(P) + d\,d(Q_{,}) - (Q_{,})\,d\,l - 2\,l'\,d(Q) + l'(P) + ll'(Q_{,}) + (L')(Q_{,}) = (1 + l + l' + ll' + (L'))(Q_{,}) + (1 + l')((P) - 2(Q)) + (N') - (P') + (Q') = ((1 + l)(1 + l') + (L'))(Q_{,}) + (1 + l')((P) - 2(Q)) + (N') - (P') + (Q') = ((1 + l)(1 + l') + (L')(Q_{,})) + (1 + l')((P) - 2(Q)) + (N') - (P') + (Q')$. On a enſuite $\delta\Pi' = (Q_{,})$, $\delta\Pi'' = (2 + l)(Q_{,}) + (P) - 2(Q)$. Si nous calculons d'abord le coëfficient de $(N') - (P') + (Q')$, nous ferons $\delta\Pi' = \delta\Pi'' = 0$,

$\alpha = 1$, $\delta\Pi''' = 1$, $\delta\Pi^{IV} = 2 + l''$, $\delta\Pi^{V} = (1 + l'')(1 + l''') + (L''') + 2 + l'' = 3 + 2l'' + l''' + l''\,l''' + (L''')$; $\delta\Pi^{VI} = (1 + l'')(1 + l''')(1 + l^{IV}) + (L''')(1 + l^{IV}) + (L^{IV})(2 + l'') + (1 + l'')(1 + l''') + (L''') + 2 + l'' = 4 + 3l'' + 2l''' + l^{IV} + 2l''\,l''' + l''\,l^{IV} + l'''\,l^{IV} + l''\,l'''\,l^{IV} + (L''')(2 + l^{IV}) + (L^{IV})(2 + l'')$, donc $L'\delta\Pi' + L''\delta\Pi'' + L'''\delta\Pi''' + L^{IV}\delta\Pi^{IV} + L^{V}\delta\Pi^{V} + L^{VI}\delta\Pi^{VI}$ &c. $= L''' + 2L^{IV} + 3L^{V} + 4L^{VI}$ &c. $+ (L''')L^{V} + 2(L''')L^{VI} + (L''')l^{IV}L^{VI} + 2(L^{IV})L^{VI} + (L^{IV})l''L^{VI}$ &c. $+ l''L^{IV} + 2l''L^{V} + l'''L^{V} + l''\,l'''L^{V} + 3l''L^{VI} + l^{IV}L^{VI} + 2l'''L^{VI} + 2l''\,l'''L^{VI} + l''\,l^{IV}L^{VI} + l'''\,l^{IV}L^{VI}$ &c. $+ l''\,l'''\,l^{IV}L^{VI} =$

$L''' + 2L^{IV} + 3L^{V} + 4L^{VI}$ &c. $+ l''(L^{IV} + 2L^{V} + 3L^{VI}$ &c.$) + l'''(L^{V} + 2L^{VI}$ &c.$) + l^{IV}(L^{VI}$ &c.$) + l''\,l'''(L^{V} + 2L^{VI}$ &c.$) + l''\,l^{IV}(L^{VI}$ &c.$) + l''\,l^{IV}(L^{VI}$ &c.$) + l''\,l'''\,l^{IV}(L^{VI}$ &c.$) + (L''')(L^{V} + 2L^{VI}$ &c.$) + 2(L^{IV})(L^{VI}$ &c.$) + l^{IV}(L''')(L^{VI}$ &c.$) + l''(L^{IV})(L^{VI}$ &c.$) =$ (en faiſant $\alpha'' = L''' + 2L^{IV} + 3L^{V} + 4L^{VI}$ &c.), $\alpha''' = L^{IV} + 2L^{V} + 3L^{VI}$ &c. $\alpha^{IV} = L^{V} + 2L^{VI}$ &c. $\alpha^{V} = L^{VI}$ &c.) $\alpha'' + l''\alpha''' + l'''\alpha^{IV} + l^{IV}\alpha^{V}$ &c. $+ l''\,l'''\alpha^{IV} + l''\,l^{IV}\alpha^{V} + l'''\,l^{IV}\alpha^{V} + l''\,l'''\,l^{IV}\alpha^{V}$ &c. $+ (L''')\alpha^{IV} + 2(L^{IV})\alpha^{V} + l^{IV}(L''')\alpha^{V} + l''(L^{IV})\alpha^{V}$ &c. $=$ (en faiſant $\beta'' = l''\alpha''' + l'''\alpha^{IV} + l^{IV}\alpha^{V}$ &c. $+ (L''')\alpha^{IV} + 2(L^{IV})\alpha^{V}$ &c.) $\alpha'' + \beta'' + l''\beta''' + l'''\beta^{IV} + l^{IV}\beta^{V}$ &c. $+ l''\,l'''\beta^{IV}$ &c. $=$ (en faiſant $\gamma'' = l''\beta''' + l'''\beta^{IV} + l^{IV}\beta^{V}$ &c. $+ (L''')\beta^{IV} + 2(L^{IV})\beta^{V}$ &c.) $\alpha'' + \beta'' + \gamma'' + l''\gamma'''$ &c. $=$ (en faiſant $\delta'' = l''\gamma''' + l'''\gamma^{IV} + l^{IV}\gamma^{V}$ &c. $+ (L''')\gamma^{IV} + 2(L^{IV})\gamma^{V}$ &c. $\alpha'' + \beta'' + \gamma'' + \delta''$ &c. Si nous calculons maintenant le coëfficient de $P - 2Q$, nous aurons $\delta\Pi' = \sigma$, $\delta\Pi'' = 1$, $\alpha = 1 + l'$, $\delta\Pi''' = 2 + l'$, $\delta\Pi^{IV} = 3 + 2l' + l'' + l\,l'' + (L'')$, $\delta\Pi^{V} = 4 + 3l' + 2l' + l''' + 2l'\,l' + l'\,l'' + l'\,l''' + l'\,l'\,l' + (L'')(2 + l''') + (L''')(2 + l')$ &c. Il eſt évident que ces valeurs ſont les mêmes que celles qui précèdent, en diminuant les expoſans d'une unité. Le coëfficient que nous cherchons ſera donc $\alpha' + \beta' + \gamma' + \delta'$ &c. Enfin, ſi nous calculons le coëfficient de (Q), nous aurons $\delta\Pi' = 1$, $\delta\Pi'' = 2 + l$, $\alpha = 1 + l + l' + l\,l' + (L')$, $\delta\Pi''' = 3 + 2l + l' + l\,l' + (L')$, $\delta\Pi^{IV} = 4 + 3l + 2l' + l'$

$+ 2\,l\,l' + l\,l'' + l'\,l'' + l\,l'\,l'' + (L')\,(2 + l'') + (L'')\,(2 + l)$ &c. Ces valeurs ſont celles qui précèdent en diminuant les expoſans d'une unité. Le coëfficient que nous cherchons ſera donc $\alpha + \beta + \gamma + \delta$ &c., & ſi l'on fait $\alpha + \beta + \gamma + \delta$ &c. $= s$, on aura l'équation $N - \mathrm{d}P + \mathrm{dd}Q + (Q)s + ((P) - 2(Q))s' + ((N') - (P') + (Q'))s'' = 0$, ou $N - \mathrm{d}P + \mathrm{dd}Q + (N)s - \mathrm{d}.(P)s + \mathrm{dd}.(Q)s = 0$. Voyez le § 24. On aura d'après cela,

$s = L' + 2L'' + 3L''' + 4L^{\mathrm{IV}}$ &c. $+ l\,(L'' + 2L''' + 3L^{\mathrm{IV}}$ &c.$) + l\,(L''' + 2L^{\mathrm{IV}}$ &c.$) + l''\,(L^{\mathrm{IV}}$ &c.$) + l\,l'\,(L''' + 2L^{\mathrm{IV}}$ &c.$) + l\,l''\,(L^{\mathrm{IV}}$ &c.$) + (L')\,(L^{\mathrm{IV}}$ &c.$)$,

$s' = L'' + 2L''' + 3L^{\mathrm{IV}} + l'\,(L''' + 2L^{\mathrm{IV}}$ &c.$) + l''\,(L^{\mathrm{IV}}$ &c.$) + l'\,l''\,(L^{\mathrm{IV}}$ &c.$) + (L')\,(L^{\mathrm{IV}}$ &c.$)$,

$s'' = L''' + 2L^{\mathrm{IV}}$ &c. $+ l''\,(L^{\mathrm{IV}}$ &c.$)$ On tire de là,

$s - s' = -\mathrm{d}s = L' + L'' + L''' + L^{\mathrm{IV}}$ &c. $+ l\,(L'' + 2L''' + 3L^{\mathrm{IV}}$ &c.$) + l\,l'\,(L''' + 2L^{\mathrm{IV}}$ &c.$) + l\,l''\,(L^{\mathrm{IV}}$ &c.$) + l\,l'\,l''\,(L^{\mathrm{IV}}$ &c.$) + (L')\,(L''' + 2L^{\mathrm{IV}}$ &c.$) + (L'')\,(L^{\mathrm{IV}}$ &c.$)$ &c. $+ l''\,(L')\,(L^{\mathrm{IV}}$ &c.$) + l\,(L'')\,(L^{\mathrm{IV}}$ &c.$)$, $-\mathrm{d}s' = L'' + L''' + L^{\mathrm{IV}}$ &c. $+ l'\,(L''' + 2L^{\mathrm{IV}}$ &c.$) + l'\,l''\,(L^{\mathrm{IV}}$ &c.$) + (L'')\,(L^{\mathrm{IV}}$ &c.$)$, $\mathrm{d}s' - \mathrm{d}s = \mathrm{dd}s = L' + l\,(L'' + L''' + L^{\mathrm{IV}}$ &c.$) - \mathrm{d}\,l\,(L''' + 2L^{\mathrm{IV}}$ &c.$) + l\,l'\,(L''' + 2L^{\mathrm{IV}}$ &c.$) - l''\,\mathrm{d}\,l\,(L^{\mathrm{IV}}$ &c.$) + l\,l'\,l''\,(L^{\mathrm{IV}}$ &c.$) + (L')\,(L''' + 2L^{\mathrm{IV}}$ &c.$) + l''\,(L')\,(L^{\mathrm{IV}}$ &c.$) + l\,(L'')\,(L^{\mathrm{IV}}$ &c.$)$ &c. Donc

$\mathrm{dd}s - l\,(L'' + L''' + L^{\mathrm{IV}}$ &c.$) + l'\,(L''' + 2L^{\mathrm{IV}}$ &c.$) + l''\,(L^{\mathrm{IV}}$ &c.$) + l'\,l''\,(L^{\mathrm{IV}}$ &c.$) + (L'')\,(L^{\mathrm{IV}}$ &c.$) + (\mathrm{d}\,l - (L'))\,(L''' + 2L^{\mathrm{IV}}$ &c. $+ l''\,(L^{\mathrm{IV}}$ &c.$)$ &c.$) - L' = 0$, ou $\mathrm{dd}s + l\,\mathrm{d}s' + (\mathrm{d}\,l - (L'))s'' - L' = 0$, ou $\mathrm{dd}s + l\,\mathrm{d}s + (\mathrm{d}\,l - (L))s - L = 0$. C'eſt l'équation que trouve M. Fontaine (Mém. de 1767, p. 609) par une méthode très-élégante, mais indirecte.

§ 36. Soient pour le troiſième degré,

$\mathrm{d}Z = L\,\mathrm{d}\Pi + M\,\mathrm{d}x + N\,\mathrm{d}y + P\,\mathrm{dd}y + Q\,\mathrm{d}^3y$, $\Pi = \int\int\int(Z)$, $\mathrm{d}.(Z) = \lambda\,\mathrm{d}^3\Pi + l\,\mathrm{dd}\,\Pi + (L)\,\mathrm{d}\,\Pi + (M)\,\mathrm{d}\,x + (N)\,\mathrm{d}\,y + (P)\,\mathrm{dd}\,y + (Q)\,\mathrm{d}^3\,y$, on aura $\mathrm{d}\,\Pi = \int\int(Z)$, $\mathrm{dd}\,\Pi = \int(Z)$, $\mathrm{d}^3\,\Pi = \Pi''' - 3\,\Pi'' + 3\,\Pi' - \Pi = (Z)$, donc

$\delta\Pi''' - 3\delta\Pi'' + 3\delta\Pi' - \delta\Pi = \delta(Z)$, $\delta\Pi'' - 3\delta\Pi' + 3\delta\Pi - \delta\Pi_{,} = \delta(Z_{,})$,
$\delta\Pi^{IV} - 3\delta\Pi''' + 3\delta\Pi'' - \delta\Pi' = \delta(Z')$, $\delta\Pi^{V} - 3\delta\Pi^{IV} + 3\delta\Pi''' - \delta\Pi'' = \delta(Z'')$,
$\delta\Pi^{VI} - 3\delta\Pi^{V} + 3\delta\Pi^{IV} - \delta\Pi''' = \delta(Z''')$ &c. Faiſant $\delta\Pi_{,} = \delta\Pi = \delta\Pi' = o$,
on aura $\delta\Pi'' = \delta(Z_{,})$, $\delta\Pi''' = 3\delta(Z_{,}) + \delta(Z)$; $\delta\Pi^{IV} = 6\delta(Z_{,})$
$3\delta(Z) + \delta(Z')$, $\delta\Pi^{V} = 10\delta(Z_{,}) + 6\delta(Z) + 3\delta(Z') + \delta(Z'')$;
$\delta\Pi^{VI} = 15\delta(Z_{,}) + 10\delta(Z) + 6\delta(Z') + 10\delta(Z'') + \delta(Z''')$ &c.
Maintenant on a

$$\delta(Z) = \lambda\delta(\Pi'' - 2\Pi' + \Pi) + l\delta(\Pi' - \Pi) + (L)\delta\Pi + (N)\delta y + (P)\delta(y' - y) + (Q)\delta(y'' - 2y' + y).$$

Donc

$$\delta(Z_{,}) = \lambda_{,}\delta(\Pi' - 2\Pi + \Pi_{,}) + l_{,}\delta(\Pi - \Pi_{,}) + (L_{,})\delta\Pi_{,} + (N_{,})\delta y_{,} + (P_{,})\delta(y - y_{,}) + (Q_{,})\delta(y' - 2y + y_{,}),$$

$$\delta(Z') = \lambda'\delta(\Pi''' - 2\Pi'' + \Pi') + l'\delta(\Pi'' - \Pi') + (L')\delta\Pi' + (N')\delta y' + (P')\delta(y'' - y') + (Q_{,})\delta(y''' - 2y'' + y'),$$

$$\delta(Z'') = \lambda''\delta(\Pi^{IV} - 2\Pi''' + \Pi'') + l''\delta(\Pi''' - \Pi'') + (L'')\delta\Pi'' + (N'')\delta y'' + (P'')\delta(y''' - y'') + (Q'')\delta(y^{IV} - 2y''' + y'')\text{ &c.}$$

Donc $\delta(Z_{,}) = (Q_{,})$, $\delta(Z) = (P) - 2(Q) + \lambda\delta\Pi''$,
$\delta(Z') = (N') - (P') + (Q') + \lambda'(\delta\Pi''' - 2\delta\Pi'') + l'\delta\Pi''$;
$\delta(Z'') = \lambda''(\delta\Pi^{IV} - 2\delta\Pi''' + \delta\Pi'') + l''(\delta\Pi''' - \delta\Pi'') + (L'')\delta\Pi''$;
$\delta(Z''') = \lambda'''(\delta\Pi^{V} - 2\delta\Pi^{IV} + \delta\Pi''') + l'''(\delta\Pi^{IV} - \delta\Pi''') + (L''')\delta\Pi'''$;
$\delta(Z^{IV}) = \lambda^{IV}(\delta\Pi^{VI} - 2\delta\Pi^{V} + \delta\Pi^{IV}) + l^{IV}(\delta\Pi^{V} - \delta^{IV}) + (L^{IV})\delta\Pi^{IV}$ &c.
Nous avons donc, $\delta\Pi''' - \delta\Pi'' = 2\delta(Z_{,}) + \delta(Z)$,
$\delta\Pi^{IV} - \delta\Pi''' = 3\delta(Z_{,}) + 2\delta(Z) + \delta(Z')$;
$\delta\Pi^{V} - \delta\Pi^{IV} = 4\delta(Z_{,}) + 3\delta(Z) + 2\delta(Z') + \delta(Z'')$;
$\delta\Pi^{VI} - \delta\Pi^{V} = 5\delta(Z_{,}) + 4\delta(Z) + 3\delta(Z') + 2\delta(Z'') + \delta(Z''')$;
$\delta\Pi^{VII} - \delta\Pi^{VI} = 6\delta(Z_{,}) + 5\delta(Z) + 4\delta(Z') + 3\delta(Z'') + 2\delta(Z''') + \delta(Z^{IV})$;
$\delta\Pi^{IV} - 2\delta\Pi''' + \delta\Pi'' = \alpha = \delta(Z_{,}) + \delta(Z) + \delta(Z')$;
$\delta\Pi^{V} - 2\delta\Pi^{IV} + \delta\Pi''' = \delta(Z_{,}) + \delta(Z) + \delta(Z') + \delta(Z'')$,
$\delta\Pi^{VI} - 2\delta\Pi^{V} + \delta\Pi^{IV} = \delta(Z_{,}) + \delta(Z) + \delta(Z') + \delta(Z'') + \delta(Z''')$,
$\delta\Pi^{VII} - 2\delta\Pi^{VI} + \delta\Pi^{V} = \delta(Z_{,}) + \delta(Z) + \delta(Z') + \delta(Z'') + \delta(Z''') + (Z^{IV})$ &c.
Donc $\delta\Pi^{IV} - 2\delta\Pi''' + \delta\Pi'' = \alpha$,
$\delta\Pi^{V} - 2\delta\Pi^{IV} + \delta\Pi''' = \alpha(1 + \lambda'') + l''(\delta\Pi''' - \delta\Pi'') + (L'')\delta\Pi''$,

$\delta\Pi^{VI} - 2\delta\Pi^{V} + \delta\Pi^{IV} = \alpha(1+\lambda'')(1+\lambda''') + l''(1+\lambda''')(\delta\Pi''' - \delta\Pi'')$
$+ (L'')(1+\lambda''')\delta\Pi'' + l'''(\delta\Pi^{IV} - \delta\Pi''') + (L''')\delta\Pi''';$

$\delta\Pi^{VII} - 2\delta\Pi^{VI} + \delta\Pi^{V} = \alpha(1+\lambda'')(1+\lambda''')(1+\lambda^{IV})$
$+ l''(1+\lambda''')(1+\lambda^{IV})(\delta\Pi''' - \delta\Pi'') + (L'')(1+\lambda''')(1+\lambda^{IV})\delta\Pi''$
$+ l'''(1+\lambda^{IV})(\delta\Pi^{IV} - \delta\Pi''') + (L''')(1+\lambda^{IV})\delta\Pi'''$
$+ l^{IV}(\delta\Pi^{V} - \delta\Pi^{IV}) + (L^{IV})\delta\Pi^{IV}$ &c.

L'analogie eſt évidente, & il eſt clair qu'on peut continuer la ſuite auſſi loin qu'on voudra. On a

$\delta(Z_{,}) = (Q), \quad \delta\Pi'' = (Q), \quad \delta(Z) = (P) - 2(Q) + \lambda(Q),$
$\delta\Pi''' = 3(Q) + \lambda(Q) + (P) - 2(Q),$
$\delta(Z') = (N') - (P') + (Q') + \lambda'(Q) + \lambda\lambda'(Q) + \lambda'((P) - 2(Q))$
$+ l'(Q).$ Donc $\alpha = \delta(Z) + \delta(Z) + \delta(Z') = (Q)(1+\lambda+\lambda'+\lambda\lambda'+l')$
$+ ((P) - 2(Q))(1+\lambda') + (N') - (P') + (Q').$ Calculant donc les coëfficiens de (Q), on a

$\delta\Pi'' = 1, \quad \delta\Pi''' = 3 + \lambda, \quad \alpha = (1+\lambda)(1+\lambda') + l';$
$\delta\Pi^{IV} = (1+\lambda)(1+\lambda') + l' + 6 + 2\lambda - 1 = 6 + 3\lambda + \lambda' + \lambda\lambda' + l';$
$\delta\Pi^{V} = (1+\lambda)(1+\lambda')(1+\lambda'') + l'(1+\lambda'') + l''(2+\lambda) + (L'')$
$+ 12 + 6\lambda + 2\lambda' + 2\lambda\lambda' + 2l' - 3 - \lambda = 10$
$+ 6\lambda + 3\lambda' + \lambda'' + 3\lambda\lambda' + \lambda\lambda'' + \lambda'\lambda'' + \lambda\lambda'\lambda''$
$+ 3l' + \lambda''l' + 2l'' + l''\lambda + (L'');$

$\delta\Pi^{VI} = (1+\lambda)(1+\lambda')(1+\lambda'')(1+\lambda''') + l'(1+\lambda'')(1+\lambda''')$
$+ l''(1+\lambda''')(2+\lambda) + (L'')(1+\lambda''') + l'''(3+2\lambda+\lambda'+\lambda\lambda'+l')$
$+ (L''')(3+\lambda) + 20 + 12\lambda + 6\lambda' + 2\lambda'' + 6\lambda\lambda' + 2\lambda\lambda''$
$+ 2\lambda'\lambda'' + 2\lambda\lambda'\lambda'' + 6l' + 2\lambda''l' + 4l'' + 2l''\lambda + 2(L'')$
$- 6 - 3\lambda - \lambda' - \lambda\lambda' - l' = 15 + 10\lambda + 6\lambda' + 3\lambda'' + \lambda'''$
$+ 6\lambda\lambda' + 3\lambda\lambda'' + \lambda\lambda''' + 3\lambda'\lambda'' + \lambda'\lambda''' + \lambda''\lambda''' + 3\lambda\lambda'\lambda''$
$+ \lambda\lambda'\lambda''' + \lambda\lambda''\lambda''' + \lambda'\lambda''\lambda''' + \lambda\lambda'\lambda''\lambda''' + 6l' + 3\lambda''l' + \lambda'''l'$
$+ \lambda''\lambda'''l' + 6l'' + 3\lambda l'' + 2\lambda'''l'' + \lambda\lambda'''l'' + 3l''' + 2\lambda l''' + \lambda' l'''$
$+ \lambda\lambda' l''' + l' l''' + 3(L') + \lambda'''(L'') + 3(L'') + \lambda(L''')$ &c.

Calculant les coëfficiens de $(P) - 2(Q)$, on a

$\delta\Pi'' = 0, \quad \delta\Pi''' = 1, \quad \alpha = 1 + \lambda', \quad \delta\Pi^{IV} = 3 + \lambda',$

$\delta \Pi^{v} = (1+\lambda')(1+\lambda'')+l''+6+2\lambda'-1 = 6+3\lambda'+\lambda''+\lambda'\lambda''+l''$,
$\delta \Pi^{vi} = (1+\lambda')(1+\lambda'')(1+\lambda''')+l'''+6+2\lambda''-1 =$
$6+3\lambda''+\lambda'''+\lambda''\lambda'''+l'''$ &c.

Nous aurons maintenant,

$N - \mathrm{d}P + \mathrm{d}\,\mathrm{d}Q + (Q)s + ((P) - 2(Q))s' + ((N') - (P') + (Q'))s'' = 0$, ou $N - \mathrm{d}P + \mathrm{d}\,\mathrm{d}Q + (N)s - \mathrm{d}.(P)s + \mathrm{d}\,\mathrm{d}.(Q)s = 0$, en faiſant

$s = L'' + 3L''' + 6L^{iv} + 10L^{v} + 15L^{vi}$ &c. $+ \lambda(L''' + 3L^{iv} + 6L^{v} + 10L^{vi}$ &c.) $+ \lambda'(L^{iv} + 3L^{v} + 6L^{vi}$ &c.) $+ \lambda''(L^{v} + 3L^{vi}$ &c.) $+ \lambda'''(L^{vi}$ &c.) $+ \lambda\lambda'(L^{iv} + 3L^{v} + 6L^{vi}$ &c.) $+ \lambda\lambda''(L^{v} + 3L^{vi}$ &c.) $+ \lambda\lambda'''(L^{vi}$ &c.) $+ \lambda'\lambda''(L^{v} + 3L^{vi}$ &c.) $+ \lambda'\lambda'''(L^{vi}$ &c.) $+ \lambda''\lambda'''(L^{vi}$ &c.) $+ \lambda\lambda'\lambda''(L^{v} + 3L^{vi}$ &c.) $+ \lambda\lambda'\lambda'''(L^{vi}$ &c.) $+ \lambda\lambda''\lambda'''(L^{vi}$ &c.) $+ \lambda'\lambda''\lambda'''(L^{vi}$ &c.) $+ \lambda\lambda'\lambda''\lambda'''(L^{vi}$ &c.) $+ l'(L^{iv} + 3L^{v} + 6L^{vi}$ &c.) $+ 2l'(L^{v} + 3L^{vi}$ &c.) $+ 3l'(L^{vi}$ &c.) $+ \lambda''l'(L^{v} + 3L^{vi}$ &c.) $+ \lambda'''l'(L^{vi}$ &c.) $+ \lambda''\lambda'''l'(L^{vi}$ &c.) $+ \lambda l''(L^{v} + 3L^{vi}$ &c.) $+ 2\lambda'''l''(L^{vi}$ &c.) $+ \lambda\lambda'''l''(L^{vi}$ &c.) $+ 2\lambda l'''(L^{vi}$ &c.) $+ \lambda'l'''(L^{vi}$ &c.) $+ \lambda\lambda'l'''(L^{vi}$ &c.) $+ l'l'''(L^{vi}$ &c.) $+ (L'')(L^{vi} + 3L^{vii}$ &c.) $+ \lambda'''(L'')(L^{vi}$ &c.) $+ 3(L''')(L^{vi}$ &c.) $+ \lambda(L''')(L^{vi}$ &c.) &c.

$s' = L''' + 3L^{iv} + 6L^{v} + 10L^{vi}$ &c. $+ \lambda'(L^{iv} + 3L^{v} + 6L^{vi}$ &c.) $+ \lambda''(L^{v} + 3L^{vi}$ &c.) $+ \lambda'''(L^{vi}$ &c.) $+ \lambda'\lambda''(L^{v} + 3L^{vi}$ &c.) $+ \lambda'\lambda'''(L^{vi}$ &c.) $+ \lambda''\lambda'''(L^{vi}$ &c.) $+ l''(L^{v} + 3L^{vi}$ &c.) $+ 2l'''(L^{vi}$ &c.) $+ \lambda'''l''(L^{vi}$ &c.) $+ \lambda'l'''(L^{vi}$ &c.) $+ (L''')(L^{vi}$ &c.) &c.

$s'' = L^{iv} + 3L^{v} + 6L^{vi} + \lambda''(L^{v} + 3L^{vi}$ &c.) $+ \lambda'''(L^{vi}$ &c.) $+ \lambda''\lambda'''(L^{vi}$ &c.) $+ l'''(L^{vi}$ &c.) &c. On aura de même,

$s''' = L^{v} + 3L^{vi}$ &c. $+ \lambda'''(L^{vi}$ &c.) &c. Donc

$s - s' = \mathrm{d}s = L'' + 2L''' + 3L^{iv} + 4L^{v} + 5L^{vi}$ &c.
$+ \lambda(L''' + 3L^{iv} + 6L^{v} + 10L^{vi}$ etc.) $+ \lambda\lambda'(L^{iv} + 3L^{v} + 6L^{vi}$ etc.)
$+ \lambda\lambda''(L^{v} + 3L^{vi}$ etc.) $+ \lambda\lambda'''(L^{vi}$ etc.) $+ \lambda\lambda'\lambda''(L^{v} + 3L^{vi}$ etc.)
$+ \lambda\lambda'\lambda'''(L^{vi}$ etc.) $+ \lambda\lambda''\lambda'''(L^{vi}$ etc.) $+ \lambda\lambda'\lambda''\lambda'''(L^{vi}$ etc.)
$+ l'(L^{iv} + 3L^{v} + 6L^{vi}$ etc.) $+ l''(L^{v} + 3L^{vi}$ etc.) $+ l'''(L^{vi}$ etc.)
$+ \lambda''l'(L^{v} + 3L^{vi}$ etc.) $+ \lambda'''l'(L^{vi}$ etc.) $+ \lambda'''l''(L^{vi}$ etc.)

$+ \lambda'' \lambda''' l' (L^{VI}$ etc.) $+ \lambda l'' (L^{V} + 3 L^{VI}$ etc.) $+ \lambda \lambda''' l'' (L^{VI}$ etc.)
$+ 2 \lambda l''' (L^{VI}$ etc.) $+ \lambda \lambda' l'' (L^{VI}$ etc.) $+ l' l''' (L^{VI}$ etc.) $+ (L'') (L^{V} + 3 L^{VI}$ etc.)
$+ \lambda''' (L'') (L^{VI}$ etc.) $+ 2 (L''') (L^{VI}$ etc.) $+ \lambda (L''') (L^{VI}$ etc.);

$s' - s'' = - d s' = L''' + 2 L^{IV} + 3 L^{V} + 4 L^{VI}$ etc.)
$+ \lambda' (L^{IV} + 3 L^{V} + 6 L^{VI}$ etc.) $+ \lambda' \lambda'' (L^{V} + 3 L^{VI}$ etc.) $+ \lambda' \lambda''' (L^{VI}$ etc.)
$+ \lambda' \lambda'' \lambda''' (L^{VI}$ etc.) $+ l'' (L^{V} + 3 L^{VI}$ etc.) $+ l''' (L^{VI}$ etc.) $+ \lambda''' l'' (L^{VI}$ etc.)
$+ \lambda' l'' (L^{VI}$ etc.) $+ (L'') (L^{VI}$ etc.),

$s'' - s''' = - d s''' = L^{IV} + 2 L^{V} + 3 L^{VI}$ etc. $+ \lambda'' (L^{V} + 3 L^{VI}$ etc.)
$+ \lambda'' \lambda''' (L^{VI}$ etc.) $+ l''' (L^{VI}$ etc.),

$d s' - d s = d d s = L'' + L''' + L^{IV} + L^{V} + L^{VI}$ etc.
$+ \lambda (L''' + 3 L^{IV} + 6 L^{V} + 10 L^{VI}$ etc.) $- \lambda' (L^{IV} + 3 L^{V} + 6 L^{VI}$ etc.)
$+ \lambda \lambda' (L^{IV} + 3 L^{V} + 6 L^{VI}$ etc.) $+ \lambda \lambda'' (L^{V} + 3 L^{VI}$ etc.)
$- \lambda' \lambda'' (L^{V} + 3 L^{VI}$ etc.) $- \lambda' \lambda''' (L^{VI}$ etc.) $+ \lambda \lambda''' (L^{VI}$ etc.)
$+ \lambda \lambda' \lambda'' (L^{V} + 3 L^{VI}$ etc.) $+ \lambda \lambda' \lambda''' (L^{VI}$ etc.) $+ \lambda \lambda'' \lambda''' (L^{VI}$ etc.)
$- \lambda' \lambda'' \lambda''' (L^{VI}$ etc.) $+ \lambda \lambda' \lambda'' \lambda''' (L^{VI}$ etc.)
$+ l' (L^{IV} + 3 L^{V} + 6 L^{VI}$ etc.) $+ \lambda'' l' (L^{V} + 3 L^{VI}$ etc.) $+ \lambda''' l' (L^{VI}$ etc.)
$+ \lambda l'' (L^{V} + 3 L^{VI}$ etc.) $+ l' \lambda'' \lambda''' (L^{VI}$ etc.) $+ \lambda \lambda''' l'' (L^{VI}$ etc.)
$- (\lambda' - 2 \lambda) l''' (L^{VI}$ etc.) $+ 2 \lambda' l''' (L^{VI}$ etc.) $+ l' l''' (L^{VI}$ etc.)
$+ (L'') (L^{V} + 3 L^{VI}$ etc.) $+ \lambda''' (L'') (L^{VI}$ etc.) $+ (L''') (L^{VI}$ etc.)
$+ \lambda (L''') (L^{VI}$ etc.);

$d s'' - d s' = d d s' = L''' + L^{IV} + L^{V} + L^{VI}$ etc. $+ \lambda' (L^{IV} + 3 L^{V} + 6 L^{VI}$ etc.)
$+ \lambda' \lambda'' (L^{V} + 3 L^{VI}$ etc.) $+ \lambda' \lambda''' (L^{VI}$ etc.) $- \lambda'' \lambda''' (L^{VI}$ etc.)
$+ \lambda' \lambda'' \lambda''' (L^{VI}$ etc.) $+ l'' (L^{V} + 3 L^{VI}$ etc.) $+ \lambda''' l'' (L^{VI}$ etc.)
$+ \lambda' l''' (L^{VI}$ etc.) $+ (L''') (L^{VI}$ etc.),

$d d s - d d s' = - d^3 s = L'' + \lambda (L''' + 3 L^{IV} + 6 L^{V} + 10 L^{VI}$ etc.)
$- 2 \lambda' (L^{IV} + 3 L^{V} + 6 L^{VI}$ etc.) $+ \lambda'' (L^{V} + 3 L^{VI}$ etc.)
$+ \lambda \lambda' (L^{IV} + 3 L^{V} + 6 L^{VI}$ etc.) $+ \lambda \lambda'' (L^{V} + 3 L^{VI}$ etc.)
$+ \lambda \lambda''' (L^{VI}$ etc.) $- 2 \lambda' \lambda'' (L^{V} + 3 L^{VI}$ etc.) $- 2 \lambda' \lambda''' (L^{VI}$ etc.)
$+ \lambda'' \lambda''' (L^{VI}$ etc.) $+ \lambda \lambda' \lambda'' (L^{V} + 3 L^{VI}$ etc.) $+ \lambda \lambda' \lambda''' (L^{VI}$ etc.)
$+ \lambda \lambda'' \lambda''' (L^{VI}$ etc.) $- 2 \lambda' \lambda'' \lambda''' (L^{VI}$ etc.) $+ \lambda \lambda' \lambda'' \lambda''' (L^{VI}$ etc.)
$+ l \lambda'' \lambda''' (L^{VI}$ etc.) $+ l' (L^{IV} + 3 L^{V} + 6 L^{VI}$ etc.) $- l'' (L^{V} + 3 L^{VI}$ etc.)
$+ \lambda'' l' (L^{V} + 3 L^{VI}$ etc.) $+ \lambda''' l' (L^{VI}$ etc.) $- l'' \lambda''' (L^{VI}$ etc.)

$+ \lambda l'' (L^{v} + 3 L^{vi}$ etc.) $- 2 \lambda' l''' (L^{vi}$ etc.) $+ l' l''' (L^{vi}$ etc.) $+ (L'') (L^{v} + 3 L^{vi}$ etc.) $+ \lambda''' (L'') (L^{vi}$ etc.) $+ \lambda (L''') (L^{vi}$ etc.) $+ \lambda \lambda''' l'' (L^{vi}$ etc.) $+ 2 \lambda' l''' (L^{vi}$ etc.) $+ \lambda \lambda' l''' (L^{vi}$ etc.), ce qui donne $d^3 s + L'' + \lambda s' - 2 \lambda' s'' + \lambda'' s''' + l' s'' - l'' s''' + (L'') s''' = 0$.

§ 37. L'analogie eſt maintenant évidente, & ſi l'on a en général $\Pi = \int\int\int^{n}$ etc. (Z), en ſorte que $d(Z) = \lambda^{(n)} d^n \Pi + \lambda^{(n-1)} d^{n-1} \Pi + \lambda^{(n-2)} d^{n-2} \Pi \ldots + \lambda^{(3)} d^3 \Pi + \lambda^{(2)} d d \Pi + \lambda^{(1)} d \Pi + (M) d x + (N) d y + (P) d d y + (Q) d^3 y$, on aura l'équation,

$$d^n s + L^{(n-1)} + \lambda^{(n)} s' - \frac{(n-1)}{1} \lambda^{(n)}{}_{,} s'' + \frac{(n-1)(n-2)}{1.2} \lambda^{(n)}{}_{,,} s''' \ldots + \lambda^{(n)} {}^{(n-1)} s^{(n)}$$
$$+ \lambda^{(n-1)}{}_{,} s'' - \frac{(n-2)}{1} \lambda^{(n-1)}{}_{,,} s''' \ldots \mp \lambda^{(n-1)} {}^{(n-1)} s^{(n)}$$
$$+ \lambda^{(n-2)}{}_{,,} s''' - \frac{(n-3)}{1} \lambda^{(n-2)}{}_{,,,} s^{iv} \ldots \pm \lambda^{(n-2)} {}^{(n-1)} s^{(n)}$$
$$\text{- - - - - - - - - - - - -}$$
$$+ \lambda^{(1)} {}^{(n-1)} s^{(n)}.$$

Et l'on aura en général l'équation $N - d P + d d Q - d^3 R$ etc. $+ (N) s - d.(P) s + d d.(Q) s - d^3.(R) s$ etc. $= 0$.

ÉCLAIRCISSEMENT

relatif au Mémoire ſur la mortalité de la petite vérole qui ſe trouve dans le Volume de 1796.

Le § 15 de ce Mémoire contient pluſieurs fautes d'impreſſion, qu'il eſt important d'obſerver. A la ligne 13, au lieu de *étant diviſé par* 42, mettez *étant ajouté à* 1300, *puis diviſé par* 2. 42. A la ligne 22, au lieu de *diviſé par* 36, mettez *ajouté à* 887, *puis diviſé par* 2. 36. A la ligne 30, au lieu de *diviſé par* 34,7, mettez *ajouté à* 643, *puis diviſé par* 2. 34,7. A la ligne 39, au lieu de *diviſé par* 30,4, mettez *ajouté à* 506, *puis diviſé par* 2. 30,4. A la ligne 48, au lieu de *diviſé par* 44, mettez *ajouté à* 403, *puis diviſé par* 2. 44. (Je compte les lignes depuis le commencement du paragraphe.)

Au

Au reſte, je dois avertir que la méthode d'approximation que j'ai donnée dans ce mémoire comme un eſſai, en attendant que des obſervations plus détaillées nous miſſent en état de procéder avec plus de régularité, que cette méthode, dis-je, ne vaut abſolument rien, & je dois des excuſes au public pour la lui avoir préſentée. Quoique cette approximation ſatisfaſſe aſſez bien aux obſervations, cependant, ſi l'on procède rigoureuſement, on trouve des réſultats eſſentiellement différens. Or, ſans ſortir des ſuppoſitions que j'ai employées dans cette approximation, on peut procéder rigoureuſement comme on va le voir. Je reprends dans le § 11 la formule $b^{(i)} = \frac{a^{(i)}\, b^{(i-1)} \left(1 - \frac{1}{n^{(i-1)}}\right)}{a^{(i-1)} - \frac{b^{(i-1)}}{m^{(i-1)}\, n^{(i-1)}}}$. Maintenant, ſoit $g^{(i-1)}$ le nombre des morts de la petite vérole, le nombre de ceux qui auront pris la petite vérole ſera $m^{(i-1)}\, g^{(i-1)}$; retranchant ce nombre de $b^{(i-1)}$, on aura $b^{(i-1)} - m^{(i-1)}\, g^{(i-1)}$ pour le nombre des perſonnes exemptes de la petite vérole rapporté au commencement de l'année. Pour le rapporter à la fin, ſuivant les ſuppoſitions de l'approximation, il faut le multiplier par $\frac{a^{(i)}}{a^{(i-1)}}$, ce qui donne une ſeconde valeur de $b^{(i)}$. Égalant ces deux valeurs, on a

en diviſant par $a^{(i)}$ $\frac{b^{(i-1)} \left(1 - \frac{1}{n^{(i-1)}}\right)}{a^{(i-1)} - \frac{b^{(i-1)}}{m^{(i-1)}\, n^{(i-1)}}} = \frac{b^{(i-1)}}{a^{(i-1)}} - \frac{m^{(i-1)}\, g^{(i-1)}}{a^{(i-1)}}$, d'où l'on tire

$m^{(i-1)}\, n^{(i-1)} = \frac{a^{(i-1)}\, b^{(i-1)}\, m^{(i-1)} + b^{(i-1)}\, m^{(i-1)}\, g^{(i-1)} - b^{(i-1)2}}{a^{(i-1)}\, m^{(i-1)}\, g^{(i-1)}}$. Or $b^{(i)} = \frac{a^{(i)}\, b^{(i-1)} - a^{(i)}\, m^{(i-1)}\, g^{(i-1)}}{a^{(i-1)}}$, $\frac{b^{(i)} + b^{(i-1)}}{2\, g^{(i-1)}} = m^{(i-1)}\, n^{(i-1)} = \frac{a^{(i)}\, b^{(i-1)} + a^{(i-1)}\, b^{(i-1)} - a^{(i)}\, m^{(i-1)}\, g^{(i-1)}}{2\, a^{(i-1)}\, g^{(i-1)}}$. Égalant ces deux valeurs de $m^{(i-1)}\, n^{(i-1)}$ & réſolvant l'équation du ſecond degré, on trouve $m^{(i-1)} = \frac{b^{(i-1)}}{a^{(i)}\, g^{(i-1)}} \left(\frac{(a^{(i-1)} - a^{(i)})}{2} + g^{(i-1)}\right) \left\{ V \left\{ 1 + \frac{2\, a^{(i)}\, g^{(i-1)}}{\left(\frac{a^{(i-1)} - a^{(i)}}{2} + g^{(i-1)}\right)^2} \right\} - 1 \right\}$,

$b^{(i)} = \frac{b^{(i-1)}}{a^{(i-1)}} \left\{ \frac{a^{(i-1)} + a^{(i)}}{2} + g^{(i-1)} - \left(\frac{a^{(i-1)} - a^{(i)}}{2} + g^{(i-1)}\right) V \left\{ 1 + \frac{2\, a^{(i)}\, g^{(i-1)}}{\left(\frac{a^{(i-1)} - a^{(i)}}{2} + g^{(i-1)}\right)^2} \right\} \right\}$.

Calculant d'après ces formules les obſervations rapportées dans le mémoire cité, j'ai trouvé que les valeurs de n, au lieu de reſter à-peu-près les mêmes, varioient énor-

ment, & beaucoup plus que les valeurs de m. J'avois dreſſé des tables de ces variations, mais je les ai ſupprimées parce que j'ai fait réflexion que tout ce calcul repoſoit au fond ſur des ſuppoſitions plus ou moins arbitraires, & que le plus léger changement dans ces ſuppoſitions donnoit de tout autres réſultats. Si l'on fait $m^{(i-1)}\, n^{(i-1)} = \frac{b^{(i-1)}}{g^{(i-1)}}$, & $b^{(i-1)} = \frac{a^i}{a^{(i-1)} - g^{(i-1)}} (b^{(i-1)} - m^{(i-1)}\, g^{(i-1)})$, les deux formules ſe réduiſent à une ſeule, & le calcul tombe.

RECHERCHES
ſur la ſommation des Séries, dont chaque terme procède ſelon une loi connue.

PAR MONSIEUR GRUSON *).

§ 1.

Il ſuffit d'avoir fait quelques pas dans l'étude des mathématiques pour s'apercevoir combien la théorie des ſéries eſt importante. Elles s'introduiſent dans la plupart des calculs, & en augmentent conſidérablement la longueur & la difficulté. Parmi les problèmes auxquels elles donnent naiſſance, celui qui me paroît devoir être regardé comme le plus intéreſſant, eſt de réduire la ſomme de leurs termes à une expreſſion finie. Car s'il eſt une fois réſolu, les calculs auxquels on doit ſoumettre la ſérie compoſée d'un nombre infini de termes, peuvent toujours s'appliquer & bien plus facilement à l'expreſſion finie qui exprime ſa valeur. Une méthode pour réſoudre généralement ce problème ſembleroit extrêmement utile & presqu'entièrement neuve. On connoît, il eſt vrai, la ſomme d'un nombre infini de ſéries, mais on eſt parvenu à cette connoiſſance par des moyens trop particuliers. On transforme une expreſſion finie en une ſérie, & on en conclut que cette ſérie a cette expreſſion finie pour ſomme. Il eſt facile enſuite de réduire la ſommation d'un grand nombre de ſéries à celle qu'on vient de trouver. Ce qu'il importeroit le plus, ce ſeroit de connoître ces ſommes

a posteriori, & c'eſt ſur-tout *a priori* que l'on les a cherchées. Il faut cependant en excepter les ſéries que l'on a nommés *récurrentes*, & que l'on ſait ſommer généralement. Il faut auſſi excepter une très-grande claſſe de ſéries qu'Euler a traitées. Ce célèbre géomètre a donné une méthode très-belle pour déduire leur terme ſommatoire de leur terme général. C'étoit beaucoup faire, mais ce n'étoit pas épuiſer la matière. Toutes les ſéries dont chaque terme eſt un produit dans lequel les termes précédens entrent comme facteurs, ne peuvent avoir de terme général, & échappent à la méthode d'Euler. Celle que je préſente eſt très-imparfaite, mais elle me ſemble plus générale. Par leurs travaux ſubſéquens d'autres géomètres la rendront plus utile, & feront ce que la foibleſſe de mes moyens intellectuels m'a empêché d'effectuer.

§ 2. Soit X une fonction de x qu'on veuille transformer en une ſérie dont les termes procèdent ſelon les puiſſances de cette variable. Pour y parvenir, on peut ſuppoſer $X = y$ &

$$y = A + Bx + Cx^2 + Dx^3 + Ex^4 + Fx^5 + \text{&c.}$$

les coëfficiens A, B, C, D, E, F &c. étant encore indéterminés. Pour connoître leur valeur on tirera de l'équation $X = y$ une autre équation $\Phi = 0$, dans laquelle Φ ſera une fonction de y, x & de leurs différentielles; on ſubſtituera dans cette équation les valeurs de y, $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$, ... $\frac{d^n y}{dx^n}$ tirées de l'équation

$$y = A + Bx + Cx^2 + Dx^3 + Ex^4 + Fx^5 + \text{&c.}$$

ce qui donnera une équation de cette forme

$$0 = A' + B'x + C'x^2 + D'x^3 + E'x^4 + F'x^5 + \text{&c.},$$

dans laquelle A', B', C', D' &c. ſont des fonctions de A, B, C, D &c. Cette équation doit être identique & ſubſiſter quelle que ſoit la valeur de x, car autrement on pourroit en tirer une valeur de x exprimée en conſtantes, ce qui ſeroit abſurde. On aura donc

$$A' = 0, \quad B' = 0, \quad C' = 0, \quad D' = 0 \text{ &c.}$$

On tirera de ces équations la valeur de A, B, C, D &c., & après avoir ſubſtitué ces valeurs dans l'équation

$$X = A + Bx + Cx^2 + Dx^3 + Ex^4 + Fx^5 \text{ \&c.},$$

on aura ce que l'on cherchoit; c'eſt-à-dire la fonction X exprimée en une ſérie qui procède ſelon les puiſſances de x.

Si les équations $A' = 0$, $B' = 0$, $C' = 0$ &c. ne ſuffiſent pas pour déterminer tous les coëfficiens de A, B, C, D &c., on pourra du moins les déterminer, excepté A', en A & en quantités connues, ou bien tous, excepté A' & B', en A & B, & en quantités connues &c. Dans ces cas-là il faudra chercher à déterminer A, ou A & B, ou A, B & C &c., par d'autres conſidérations.

Si $x = 0$, on aura $y = A$. Il n'y aura donc qu'à chercher ce que $y = X$ devient lorsque $x = 0$, & ce réſultat ſera égal à A. De même, ſi $x = 0$, $\frac{dy}{dx} = B = \frac{dX}{dx}$; $\frac{d\,dy}{2\,dx^2} = C = \frac{d\,dX}{2\,dx^2}$ &c. On déterminera ainſi les valeurs de A, B, C &c., qui ne ſeront pas déterminées par la méthode précédente.

§ 3. Soit par exemple $X = \log.(a + x)$; on aura

$$y = A + Bx + Cx^2 + Dx^3 + Ex^4 + \text{ \&c.},$$

& de plus, $y = \log.(a + x)$. En différentiant cette dernière équation, on trouvera $dy = \frac{dx}{a+x}$, ou $(a + x)\frac{dy}{dx} - 1 = 0$. Si on ſubſtitue pour $\frac{dy}{dx}$ ſa valeur tirée de l'équation

$$y = A + Bx + Cx^2 + Dx^3 + Ex^4 + \text{ \&c.},$$

& qu'on ordonne l'équation ſelon les puiſſances de x, on aura

$$0 = aB + 2aCx + 3aDx^2 + 4aEx^4 + 5aFx^5 + \text{ \&c.}$$
$$- 1 + Bx + Cx^2 + Dx^3 + Ex^4 + \text{ \&c.}$$

En égalant à 0 chacun des coëfficiens de x, on trouvera

$$A' = aB - 1 = 0, \quad B' = 2aC + B = 0,$$
$$C' = 3aD + 2C = 0, \quad D' = 4aE + 3D = 0 \text{ \&c.}$$

ce qui donne $B = \frac{1}{a}$, $C = \frac{-1}{2a^2}$, $D = \frac{-1}{3a^3}$, $E = \frac{-1}{4a^4}$ &c.
Ces équations ne donnent pas la valeur de A. Pour la trouver je remarque que ſi $x = 0$, $y = A$, & $X = y = \log. a$. Donc $A = \log. a$, ce qui donne enfin

$$q = \log.(a + x) = \log. a + \frac{x}{a} - \frac{x^2}{2a^2} + \frac{x^3}{3a^3} - \frac{x^4}{4a^4} + \&c.$$

§ 4. Cette méthode pour convertir une fonction X de x en une ſérie dont les termes procèdent ſelon les puiſſances de cette variable, a déjà été employée par pluſieurs géomètres, entr'autres par Euler dans ſon Calcul différentiel, quoiqu'il ne lui ait peut-être pas donné tout le développement dont elle pourroit être ſusceptible. Il paroît n'avoir pas fait attention à la méthode inverſe qui ſeroit de ramener la ſomme y d'une ſérie, à une équation différentielle entre y, x & leurs différentielles. Mon but maintenant eſt de rechercher les moyens d'opérer cette réduction, et de trouver une équation différentielle entre x & la ſomme y d'une ſérie dont les termes procèdent ſelon les puiſſances de x, & ſuivent dans leur formation une loi connue. Une fois parvenus à cette équation, il ne nous reſteroit plus qu'à l'intégrer & à tirer la valeur de y de cette intégrale.

Il eſt toujours poſſible d'avoir cette équation différentielle, en ſorte que ſi on pouvoit toujours trouver en un nombre fini de termes, l'intégrale d'une équation différentielle, on pourroit auſſi trouver en termes finis la ſomme d'une ſérie régulière ; mais on eſt bien loin encore d'avoir amené le calcul intégral à ce degré de perfection ; & très-ſouvent l'intégrale ne peut être exprimée que par une ſérie d'un nombre infini de termes. Toutes les fois donc qu'en cherchant la ſomme d'une ſérie, on ſera conduit à une équation différentielle telle qu'on n'en puiſſe pas avoir l'intégrale en termes finis, notre méthode ne nous ménera pas au but que nous nous propoſions ; cependant elle nous fournira ſouvent même alors quelques moyens de convertir la ſérie donnée en une autre plus convergente, & ce ſera avoir déjà beaucoup gagné. Souvent

auſſi dans nos calculs il nous ſuffira d'avoir la ſomme cherchée, donnée par une équation différentielle, & notre méthode la fournira toujours.

§ 5. Soit $\overset{0}{A} + \overset{1}{B} + \overset{2}{C} + \overset{3}{D} + \overset{4}{E} + \ldots + \overset{n}{N} +$ &c. la ſérie dont on ſe propoſe de chercher la ſomme S en termes finis, & qui ſoit telle que chacun de ſes termes ſe forme de la même manière des précédens, & de l'indice n marqué au-deſſus. Cette propriété ſuppoſe donc qu'en appelant N l'un quelconque des termes de cette ſérie, on aura $N = \Phi$, Φ étant une fonction des termes précédens M, L &c. de l'indice n, & de quantités connues & conſtantes. Donc en général $N - \Phi = 0$, ſi on ſubſtitue dans Φ les valeurs de M, L &c., n correspondantes à N.

Je conſidère la ſérie

$$y = A + Bx + Cx^2 + Dx^3 + Ex^4 + \ldots + Nx^n + \text{&c.}$$

Il eſt évident que ſi on a la valeur de y, on aura auſſi celle de S, puiſque ſi dans celle-là on fait $x = 1$, y deviendra S. Je ſuppoſe que de cette équation :

$$y = A + Bx + Cx^2 + Dx^3 + Ex^4 + \ldots + Nx^n + \text{&c.},$$

on tire une autre équation :

$$\Phi = A' + B'x + C'x^2 + D'x^3 + E'x^4 + \ldots + Nx^n + \text{&c.},$$

dans laquelle Φ ſoit une fonction connue de x, y, & de leur différentielles, & dans laquelle les coëfficiens A', B', C', D' &c. ſoient de telles fonctions de A, B, C &c. n & Φ, que ſi on ſuppoſe en général l'un d'eux quelconque N', on ait $N' = N - \Phi$. Donc dans le cas de $N - \Phi = 0$, on a $N' = 0$; par conſéquent $\Phi = 0$. Mais Φ eſt une fonction connue de y, x, & de leurs différentielles. Il faudra donc intégrer l'équation $\Phi = 0$, en tirer la valeur de y, & dans cette valeur faire $x = 1$. On aura alors la valeur cherchée de S.

§ 6. Dans toute ſérie il faudra donc diſtinguer deux ſortes d'équations qui y ſont relatives. La première, $N - \Phi = 0$ que j'appellerai *l'équation déterminative de la ſérie*, parce qu'en effet c'eſt elle qui dé-

termine la nature de la série. Par ſon moyen on connoît la valeur de chacun des termes de la série. La ſeconde équation $\Phi = 0$ que j'appellerai l'*Équation différentielle de la série*, parce que c'eſt de ſon intégrale que l'on tire la ſomme de tous les termes de la série. Il peut arriver que cette équation ne contienne aucun terme différentiel; cela dépend de la nature de la série, elle n'en conſervera pas moins le nom de différentielle, parce qu'elle l'eſt ordinairement, & que cette dénomination la diſtingue mieux que toute autre.

On pourra dire auſſi d'une série qu'elle eſt la *Série intégrale* de ſon équation différentielle.

§ 7. La ſomme de la série

$$S = A - B + C - D + E - F + \&c.$$

ſe trouveroit en faiſant $x = -1$ dans la valeur de y.

§ 8. Si la série propoſée

$$S = A + B + C + D + E + F + \&c.,$$

précédoit déjà ſelon les puiſſances de x ou de telle autre variable, on pourroit alors conſidérer S comme étant y, & la série propoſée comme étant la même que

$$y = A + Bx + Cx^2 + Dx^3 + Ex^4 + Fx^5 + \&c.$$

§ 9. Dans ce dernier cas, ſi les termes de la série alternoient de ſignes, en ſorte qu'on eût:

$$y = A - Bx + Cx^2 - Dx^3 + Ex^4 - Fx^5 + \&c.,$$

il faudroit dans la valeur de y tirée de l'intégrale de $\Phi = 0$, écrire x^2 à la place de x, puis faire $z = -1$, ce qui donneroit à y la valeur de la ſomme de la série propoſée.

§ 10. Notre méthode laiſſe deux difficultés qu'elle n'explique pas encore. La première eſt de déduire l'équation:

$$\Phi = A' + B'x + C'x^2 + D'x^3 + E'x^4 + \&c.$$

de celle-ci $y = A + Bx + Cx^2 + Dx^3 + Ex^4 + \&c.$

Il ſeroit ſans doute plus élégant de donner une méthode générale pour opérer cette déduction; mais il ſera plus clair de montrer par

des

des exemples comment il faut la faire. L'esprit saisira par là facilement une généralisation que l'analyse ne pourroit atteindre qu'avec plus de difficulté.

§ 11. La seconde difficulté est celle que j'ai déjà annoncée § 4, & qui consiste à intégrer l'équation $\Phi = 0$: mais elle tient à la nature même de la chose; elle diminue à mesure que le calcul intégral fait plus de progrès; & l'impossibilité où l'on est quelquefois d'effectuer l'intégration, indique l'impossibilité où l'on se trouve dans l'état actuel de nos connoissances, de trouver la somme de la série qui conduit à cette intégration.

§ 12. *Problème I.* Trouver la somme y de la série dont le terme général est $(p + nq)\,x^n$.

Solution. J'aurai l'équation

$$y = p + (p+q)\,x + (p+2q)\,x^2 + (p+3q)\,x^3 + \&c.$$

Je supposerai celle-ci,

$$-pt = -p - px - px^2 - px^3 - \&c.$$
$$-q2 = -qx - 2qx^2 - 3qx^3 - \&c.$$

En les additionnant, on aura $y - pt - q2 = 0$, ou $y = pt + q2$.

Puisque $t = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + \&c.$,

on aura $-tx = -x - x^2 - x^3 - x^4 - x^5 - \&c.$

En additionnant, il viendra $t - tx = 1$, ou $t = \frac{1}{1-x}$. On voit de plus, que $-q2 = qx\frac{dt}{dx} = x\frac{d\frac{1}{1-x}}{dx}$, on aura donc enfin

$$y = p \cdot \frac{1}{1-x} + qx\frac{d.\frac{1}{1-x}}{dx}.$$

§ 13. *Problème II.* Trouver la somme y de la série dont le terme général est $(p + qn + rn^2)\,x^n$.

Solution. J'aurai

$$y = p + (p+q+r)x + (p+2q+4r)\,x^2 + (p+3q+9r)\,x^3 + \&c.$$

Je ſuppoſerai

$$-qz = -p - (p+q)x^2 - (p+2q)x^2 - (p+3q)x^3 - \text{\&c.}$$
$$-rt = \quad -rx \quad -4rx^2 \quad -9rx^3 - \text{\&c.},$$

ce qui donne en additionnant $y - qz - rt = o$. Mais (§ 12.)

$$qz = p.\frac{1}{1-x} + qx\frac{d.\frac{1}{1-x}}{dx} \text{ \& } t = x\frac{d.\left[x\,d.\frac{1}{1-x}\right]}{dx^2}; \text{ donc } y = p.\frac{1}{1-x}$$
$$+ qx\frac{d.\frac{1}{1-x}}{dx} + rx\frac{d\left[x\,d.\frac{1}{1-x}\right]}{dx^2}.$$

§ 14. *Problème III.* Trouver la ſomme y de la ſérie dont le terme général eſt

$$(p + qn + rn^2 + \ldots . n^m t)\,x^n.$$

Solution. En procédant comme dans les ſolutions précédentes, on aura

$$y = p.\frac{1}{1-x} + qx\frac{d.\frac{1}{1-x}}{dx} + rx\frac{d\left[x\,d\,\frac{1}{1-x}\right]}{dx^2} + \ldots + tx\frac{d^1x\,d^2x\,d^3x \ldots d^m.\frac{1}{1-x}}{dx^m}.$$

§ 15. On voit par là que toutes les fois que l'indice général de la ſérie eſt une fonction rationnelle entière de l'expoſant n, on pourra trouver le terme ſommatoire de la même ſérie exprimé en termes *finis* & algébriques.

§ 16. Il y auroit une foule de corollaires à tirer de l'équation trouvée § 14, mais on y ſuppléera en ſe rappelant ce qui a été dit aux §§ 6, 7, 8.

§ 17. *Problème IV.* Trouver la ſomme y de la ſérie dont le terme général eſt $\frac{1}{p+qn}\,x^n$.

Solution. Comme je ne vois pas d'abord quelles ſont les opérations qu'il faut faire ſubir à l'équation

$$(1)\quad y = \frac{1}{p} + \frac{1}{p+q}.x + \frac{1}{p+2q}x^2 + \frac{1}{p+3q}x^3 + \ldots + \frac{1}{p+nq}x^n + \text{\&c.},$$

pour en tirer l'équation différentielle $\Phi = 0$, j'employerai un artifice qui nous ſera d'un grand uſage. Il conſiſte à regarder y comme la ſomme d'une ſérie procédant ſelon les puiſſances de x affectées de coëfficiens indéterminés; c'eſt-à-dire

$$y = A + Bx + Cx^2 + Dx^3 \ldots + Nx^n + \&c.,$$

& à chercher une ſérie tirée de celle-là, & qui ſoit telle que chacun des coëfficiens des diverſes puiſſances de x étant égal à 0, on en puiſſe tirer pour $A, B, C,$ &c. les mêmes valeurs qu'ils ont dans l'équation (1). Je vois que pour cela il faut que l'on ait en général $N = \frac{1}{p + qn}$, ou $Np + qnN - 1 = 0$; & que la ſérie dont tous les coëfficiens de x doivent être égalés à 0, ait pour terme général $(Np + qnN - 1)x^n$; ce qui ſuppoſe trois ſéries dont la première aura pour terme général Npx^n, la ſeconde, $nqNx^n$, & la troiſième $-x^n$. Séries dont il eſt très-facile d'avoir les ſommes en x, y, & leurs différentielles. J'aurai donc ces trois ſéries

$$py = pA + pBx + pCx^2 + pDx^3 + \ldots + pNx^n + \&c.$$
$$qt = qBx + 2qCx^2 + 3qDx^3 + \ldots + nqNx^n + \&c.$$
$$-q2 = -1, -x - x^2 - x^3 \ldots\ldots - x^n - \&c.$$

J'additionne ces trois ſéries, & j'égale enſuite à 0 chacun des coëfficiens de x, ce qui me donnera d'abord $py + qt - q2 = 0$, puis

$$A = \frac{1}{p}, \quad B = \frac{1}{p+q}, \quad C = \frac{1}{p+2q}, \quad D = \frac{1}{p+3q} \ \&c.$$

en général $N = \frac{1}{p+qn}$, &

$$y = \frac{1}{p} + \frac{1}{p+q}x + \frac{1}{p+2q}x^2 + \frac{1}{p+3q}x^3 + \ldots + \frac{1}{p+qn}x^4 + \&c.,$$

mais $q2 = \frac{1}{1-x}$ (§ 12), & $t = x\frac{dy}{dx}$; donc l'équation $py + qt - q2 = 0$ deviendra $pydx + qxdy = \frac{dx}{1-x}$. Après l'avoir multipliée par $x^{\frac{p}{q}-1}$, je trouve pour intégrale

$$q\,x^{\frac{p}{q}}\,y = \int \frac{x^{\frac{p}{q}-1}\,dx}{1-x} + \text{Conſt.}$$

Sa conſtante doit être déterminée de manière que $x = o$ donne $y = \frac{1}{p}$.

§ 18. Si $p = q$, l'équation devient $qxy = \int \frac{dx}{1-x} = \log. \frac{1}{1-x}$,

$$\& \quad y = \frac{\log. \frac{1}{x}}{qx} = \frac{1}{q} + \frac{x}{2q} + \frac{x^2}{3q} + \frac{x^3}{4q} + \&c.,$$

ce qui donne

$$\log. \frac{1}{1-x} = \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} + \&c.$$

§ 19. En général, toutes les fois que $\frac{p}{q} = n$ eſt un nombre entier quelconque, on trouvera l'intégrale $\int \frac{x^{\frac{p}{q}-1}\,dx}{1-x}$, & par conſéquent y exprimée d'une manière finie.

Soit d'abord $\frac{p}{q} = n$ un nombre entier poſitif, on aura

$$\int \frac{x^{\frac{p}{q}-1}\,dx}{1-x} = \int \frac{x^{n-1}\,dx}{1-x}.$$

Or $\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + \&c.$ (§ 12), on tirera de là

$$\frac{x^{n-1}\,dx}{1-x} = x^{n-1}\,dx + x^n\,dx + x^{n+1}\,dx + x^{n+2}\,dx + \&c.,$$

& en intégrant

$$\int \frac{x^{n-1}\,dx}{1-x} = \frac{x^n}{n} + \frac{x^{n+1}}{n+1} + \frac{x^{n+2}}{n+2} + \frac{x^{n+3}}{n+3} + \&c.$$

Mais (§ 18).

$$\log. \frac{1}{1-x} = \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2} + \ldots + \frac{x^n}{n} + \frac{x^{n+1}}{n+1} + \frac{x^{n+2}}{n+2} + \&c.,$$

donc $\int \frac{x^{n-1}\,dx}{1-x} = \log. \frac{1}{1-x} - \left(\frac{x}{1} + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \ldots + \frac{x^{n-1}}{n-1}\right)$,

$$\& \quad y = \frac{n}{p\,x^n} \int \frac{x^{n-1}\,dx}{1-x}$$

$$= \frac{n}{p}\left\{\frac{\log.\frac{1}{1-x}}{x^n} - \left(\frac{1}{x^{n-1}} + \frac{1}{2\,x^{n-2}} + \ldots\ldots + \frac{1}{(n-1)\,x}\right)\right\}.$$

§ 20. Soit, par exemple, la série proposée,

$$y = \frac{1}{4} + \frac{x}{6} + \frac{x^2}{8} + \frac{x^3}{10} + \frac{x^4}{12} + \frac{x^5}{14} + \&c.,$$

en la comparant avec celle du (§ 17), on verra qu'ici $p = 4$, $q = 2$, & avec celle du § 19 $n = 2$, d'où on tirera

$$y = \frac{1}{2}\left\{\frac{\log.\frac{1}{1-x}}{x^2} - \frac{1}{x}\right\}.$$

En développant cette expression en une série procédant selon les puissances de x, on retrouvera bien la proposée.

§ 21. Si n étoit négatif $= -m$, m étant un nombre entier positif, la formule $\int \frac{x^{\frac{p}{q}-1}\,dx}{1-x}$ deviendroit $\int \frac{dx}{(1-x)\,x^{m+1}}$. Je suppose $\frac{1}{(1-x)\,x^{m+1}} = \frac{A}{1-x} + \frac{B}{x^{m+1}}$,

ce qui donne $A\,x^{m+1} + B - B\,x - 1 = 0$.

Je fais $B - 1 = 0$, ou $B = 1$, & $A\,x^m - B = 0$. Je fais $A = \frac{C}{x^m}$, ce qui donne $C = B = 1$, $A = \frac{1}{x^m}$. Donc

$$\frac{1}{(1-x)\,x^{m+1}} = \frac{1}{(1-x)\,x^m} + \frac{1}{x^{m+1}}.$$

Je fais de nouveau $\frac{1}{(1-x)\,x^m} = \frac{A}{1-x} + \frac{B}{x^m}$.

Ce qui me donne de même $B = 1$, $A = \frac{1}{x^{m-1}}$. En opérant toujours ainsi, je trouve enfin

$$\frac{1}{(1-x)\,x^m} = \frac{1}{x^{m+1}} + \frac{1}{x^m} + \frac{1}{x^{m-1}} + \ldots + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} + \frac{1}{1-x}.$$

D'où je tire $\int \frac{dx}{(1-x)x^{m+1}} = \log. \frac{x}{1-x}$

$$- \left(\frac{1}{m x^m} + \frac{1}{(m-1)x^{m-1}} + \frac{1}{(m-2)x^{m-2}} + \ldots + \frac{1}{2x^2} + \frac{1}{x} \right),$$

ce qui à cauſe de $y = -\frac{m x^m}{p} \int \frac{dx}{(1-x)x^{m+1}}$ donne

$$y = \frac{m}{p} \left(x^m \log. \left(\frac{1-x}{x} \right) + \frac{1}{m} + \frac{x}{m-1} + \frac{x^2}{m-2} + \ldots + \frac{x^{m-1}}{1} \right).$$

§ 22. Soit, par exemple, la ſérie propoſée

$$y = \frac{1}{6} + \frac{x}{3} + \frac{x^2}{0} - \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{6} - \frac{x^5}{9} - \text{&c.},$$

dans laquelle $p = 6$, $q = -3$, $m = 2$, ce qui donnera

$$y = \frac{1}{3} \left(x^2 \log. \frac{1-x}{x} + \frac{1}{2} + \frac{x}{1} \right).$$

Si on différentie cette équation, & qu'on l'intègre par une ſérie procédant ſelon les puiſſances de x, on retrouvera la ſérie propoſée.

§ 23. On voit que toutes les fois que $\frac{p}{q} =$ un nombre entier, la ſomme de la ſérie dont le terme général eſt $\frac{x^n}{p+nq}$ peut s'exprimer d'une manière finie; mais il faut avouer que cette expreſſion n'eſt *finie* qu'en apparence, & qu'elle ne l'eſt pas réellement, puiſque lorſque $\frac{p}{q}$ eſt un nombre poſitif, elle contient le terme $\log. \frac{1}{1-x}$, & que lorſque $\frac{p}{q}$ eſt un nombre entier négatif, elle contient le terme $\log. \frac{x}{1-x}$, & que ces deux termes ne peuvent être donnés généralement que par une ſérie infinie. Il n'eſt cependant pas inutile d'avoir donné ces expreſſions de y, parce qu'il peut arriver que par la ſuite du calcul dans lequel la quantité y entre, ces termes logarithmiques ſe détruiſent; parce qu'en ſecond lieu la valeur de ces logarithmes étant déjà donnée par les tables, on réduit la ſommation de la ſérie y à un calcul déjà fait;

& enfin, parce qu'il y a des cas où les logarithmes ſont effectivement des quantités finies, & alors la valeur trouvée pour y ſeroit réellement d'un nombre fini de termes algébriques.

§ 24. Si $\frac{p}{q}$ n'eſt pas un nombre entier, nous trouverons pour la valeur de y une ſérie auſſi d'un nombre infini de termes, mais qui peuvent être rendus plus convergens que la ſérie propoſée.

Je fais $1 - x = t$, & $\frac{p}{q} - 1 = m$, ce qui fait que

$$\int \frac{x^{\frac{p}{q}-1}\,dx}{1-x} = -\int \frac{(1-t)^m\,dt}{t}.$$

Dans le cas où x eſt poſitif ou plus petit que l'unité, je remarque que l'on a

$$(1-t)^m = 1 - mt + \frac{m.\,m-1}{1.\,2}t^2 - \frac{m.\,m-1.\,m-2}{1.\,2.\,3}t^3 + \frac{m.\,m-1.\,m-2.\,m-3}{1.\,2.\,3.\,4.}t^4 - \&c.,$$

d'où je tire

$$\int \frac{(1-t)^m\,dt}{t} = \log.\,t - mt + \frac{m.\,m-1}{1.\,2.}\cdot\frac{t^2}{2} - \frac{m.\,m-1.\,m-2}{1.\,2.\,3}\,\frac{t^3}{3} + \frac{m.\,m-1.\,m-2.\,m-3}{1.\,2.\,3.\,4}\,\frac{t^4}{4} - \&c.,$$

$$\&\quad y = \frac{1}{q\,x^{m+1}}\cdot\left(\log.\,(1-x) + \frac{m.\,(1-x)}{1} - \frac{m.\,m-1}{1.\,2}\cdot\frac{(1-x)^2}{2} + \frac{m.\,m-1.\,m-2.}{1\,2.\,3}\cdot\frac{(1-x)^3}{3} - \&c.\right)$$

Si x eſt négatif ou plus grand que l'unité, je remarque que l'on a

$$(1-t)^m = -(t-1)^m = -\left(t^m - m\,t^{m-1} + \frac{m.\,m-1}{1.\,2}t^{m-2} - \frac{m.\,m-1.\,m-2}{1.\,2.\,3}t^{m-3} + \&c.\right),$$

$$\&\quad y = \frac{1}{q\,x^{m+1}}\cdot\left(\frac{(1-x)^m}{m} - \frac{m}{1}\cdot\frac{(1-x)^{m-1}}{m-1} + \frac{m.\,m-1}{1.\,2}\cdot\frac{(1-x)^{m-2}}{m-2} - \&c.\right).$$

Séries qui ſuivant les valeurs de x & m, peuvent être beaucoup plus convergentes que la propoſée.

§ 25. *Problème V.* Trouver la ſomme y de la ſérie dont le terme général eſt $\frac{a+bn}{p+qn}x^n$.

Solution. J'ai donc

$$y = \frac{a}{p} + \frac{a+b}{p+q}x + \frac{a+2b}{p+2q}x^2 + \frac{a+3b}{p+3q}x^3 + \&c.$$

J'emploie le même artifice que dans la ſolution du problème précédens, & je ſuppoſe

$y = A + Bx + Cx^2 + Dx^3 + Ex^4 + \ldots + Nx^n + \&c.$,

ce qui me montre que pour ces deux équations qui exiſtent, il faut que l'on ait en général $N = \frac{a+bn}{p+qn}$, ou $pN + qnN - a - bn = 0$; ce qui m'indique les opérations qu'il faudra faire ſubir à la ſérie propoſée. J'aurai donc

$$py = pA + pBx + pCx^2 + pDx^3 + \ldots + pNx^n + \&c.,$$

$$qx\frac{dy}{dx} = qBx + 2qCx^2 + 3qDx^3 + \ldots + nqNx^n + \&c.,$$

$$\frac{-a}{1-x} = -a - ax - bx^2 - ax^3 - \ldots - ax^n - \&c.$$

$$-bx\frac{d.\frac{1}{1-x}}{dx} = -bx - 2bx^3 - 3bx^3 - \ldots - nbx^n - \&c.$$

J'additionne ces équations; puis j'égale à 0 chacun des coëfficiens de x, ce qui me donne

$$A = \frac{a}{p}, \quad B = \frac{a+b}{p+q}, \quad C = \frac{a+2b}{p+2q} \text{ &c., & en général}$$

$N = \frac{a+bn}{p+qn}$, puis cette équation différentielle

$$py\,dx + qx\,dy - \frac{a}{1-x} - bx\frac{d.\frac{1}{1-x}}{dx} = 0.$$

Je

Je la multiplie par $x^{\frac{p-q}{q}}$, & je trouve en intégrant

$$q\,x^{\frac{p}{q}}\,y = a\int\frac{x^{\frac{p-q}{q}}\,dx}{1-x} + b\int\frac{x^{\frac{p}{q}}\,dx}{(1-x)^2},$$

$$\text{mais } \int\frac{x^{\frac{p}{q}}\,dx}{(1-x)^2} = \frac{x^{\frac{p}{q}}}{1-x} - \frac{p}{q}\int\frac{x^{\frac{p-q}{q}}\,dx}{1-x}.$$

En ſubſtituant cette valeur de $\int\frac{x^{\frac{p}{q}}\,dx}{(1-x)^2}$ dans l'équation précédente, elle devient $q\,x^{\frac{p}{q}}\,y = \frac{b\,x^{\frac{p}{q}}}{1-x} + \frac{aq-bp}{q}\cdot\int\frac{x^{\frac{p-q}{q}}\,dx}{1-x}$,

d'où l'on tire $y = \frac{b}{q}\cdot\frac{1}{1-x} + \frac{aq-bp}{q^2\,x^{\frac{p}{q}}}\cdot\left(\int\frac{x^{\frac{p-q}{q}}\,dx}{1-x} + \text{conſt.}\right)$.

La conſtante doit être déterminée de manière que $x = 0$ donne $y = \frac{a}{p}$.

§ 26. Si $aq - bp = 0$, on a $y = \frac{b}{q}\cdot\frac{1}{1-x}$.

Effectivement, en mettant pour a ſa valeur $\frac{bp}{q}$ dans l'indice général $\frac{a+bn}{p+qn}\,x^n$, il devient

$$\frac{bp+bqn}{qp+q^2n}\,x^n = \frac{b}{q}\,x^n;$$

& la ſomme de la ſérie qui a cette quantité pour indice général eſt bien $\frac{b}{q}\cdot\frac{1}{1-x}$ (§ 12).

§ 27. Puiſque dans la valeur de y (§ 25), il n'y a que la quantité $\int\frac{x^{\frac{p-q}{q}}\,dx}{1-x}$ qui ne ſoit pas toujours algébrique, y ſera donné en termes finis toutes les fois qu'elle l'eſt dans le Problème IV, & on pourra lui appliquer toutes les remarques qui ont été faites ſur cette quantité.

§ 28. Soit par exemple la série proposée

$$y = \tfrac{1}{6} + \tfrac{3}{9}x + \tfrac{5}{11}x^2 + \tfrac{7}{15}x^3 + \tfrac{9}{18}x^4 + \&c.,$$

on aura $a = 1$, $b = 2$, $p = 6$, $q = 3$, $n = 2$, donc § 19, on trouvera $\int \frac{x^{n-1}\,dx}{1-x} = \log.\frac{1}{1-x} - x$,

& (§ 25) $y = \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{1-x} - \frac{\log.\frac{1}{1-x}}{x^2} + \frac{1}{x}$.

En développant cette valeur de y selon les puissances de x, on retrouvera la série proposée.

§ 29. *Problème VI.* Trouver la somme y de la série dont le terme général est $\left(\frac{a + bn + cn^2 + dn^3 + \&c.}{p + qn}\right) x^n$.

Solution. En employant le même procédé que dans les solutions précédentes, on trouvera que y est donné par l'équation $py\,dx + qx\,dy = \frac{a\,dx}{1-x} + bx\,d.\frac{1}{1-x} + cx\frac{dx\,d.\frac{1}{1-x}}{dx} + \frac{dx\,dx\,d.\frac{1}{1-x}}{dx^2} + \&c.$

Je la multiplie par $x^{\frac{p}{q}-1}$; le premier membre de l'équation intégrale sera $qx^{\frac{p}{q}}y$, & le second sera composé de termes de la forme $\alpha\int \frac{x^{\frac{p}{q}+\mu}\,dx}{(1-x)^\nu}$, α, μ, ν étant des nombres entiers, μ & ν étant toujours positifs. Lorsque $\frac{p}{q}$ sera un nombre entier, l'intégrale $\alpha\int \frac{x^{\frac{p}{q}+\mu}\,dx}{(1-x)^\nu}$ pourra toujours se trouver en termes finis, puisqu'en général

$$\int \frac{x^{\frac{p}{q}+\mu}\,dx}{(1-x)^\nu} = \frac{1}{\nu-1}\frac{x^{\frac{p}{q}+\mu}\,dx}{(1-x)^{\nu-1}} - \frac{\frac{p}{q}+\mu}{\nu-1}\cdot\int \frac{x^{\frac{p}{q}+\mu-1}\,dx}{(1-x)^{\nu-1}}.$$

Ce qui réduit cette intégrale à une autre d'un degré inférieur, jusqu'à ce que l'on arrive à $\int \frac{dx}{(1-x)^\beta}$, ou $\int \frac{x^\gamma\,dx}{1-x}$, β & γ étant entiers.

On a vu comment on pourroit trouver ces dernières intégrales en termes finis. J'omets tous ces calculs qui ne préſentent d'autres difficultés que leur longueur.

§ 30. *Problème VII.* Trouver l'équation différentielle de la ſérie y dont le terme général eſt $\left(\frac{a+bn+cn^2+dn^3+\&c.}{p+qn+rn^2+sn^3+\&c.}\right)x^n$.

Solution. Je ſuppoſe

$$y = A + Bx + Cx^2 + Dx^3 + Ex^4 + \ldots + Nx^n + \&c.,$$

ce qui m'indique qu'il faut avoir en général

$$(p + qn + rn^2 + sn^3 + \&c.)\,N - (a + bn + cn^2 + \&c.) = 0.$$

Ce qui me donne l'équation

$$py + \alpha q + \beta r + \gamma s + \&c. = \frac{a}{1-x} + \alpha' b + \beta' c + \gamma' d + \&c.,$$

dans laquelle $\alpha = x\frac{dy}{dx}$, $\beta = x\,dx\frac{dy}{dx^2}$, $\gamma = x\,dx\,dx\frac{dy}{dx^3}$, &c., &

$$\alpha' = \frac{x\,d\frac{1}{1-x}}{dx},\quad \beta' = \frac{x\,dx\,d.\frac{1}{1-x}}{dx^2},\quad \gamma' = \frac{x\,dx\,dx\,d.\frac{1}{1-x}}{dx^3},\ \&c.,$$

dx étant conſtant.

Dans les cas où cette équation pourra être intégrée, on aura la valeur de y.

§ 31. *Problème VIII.* Trouver la ſomme y de la ſérie dont chacun des termes Nx^n ſe trouve tel qu'on a $N = aM + bL + cK + dI + \ldots\ldots + mA$. Équation déterminative dans laquelle $a, b, c, d \ldots . m$ repréſentent des quantités connues & conſtantes; dans laquelle, de plus, M eſt le coëfficient de x^{n-1}, terme qui précède immédiatement Nx^n; L eſt le coëfficient de x^{n-2} qui précède immédiatement Mx^{n-1}, & ainſi des autres quantités $K, I \ldots A$.

Solution. En employant le même artifice qui nous a ſervi dans les ſolutions précédentes, je ſuppoſerai

$$y = A + Bx + Cx^2 + Dx^3 + Ex^4 + \ldots + Nx^n + \&c.,$$

puisqu'on doit avoir $N-(aM+bL+cK+dI+\ldots+mA)=0$, je tirerai de l'équation ci-deſſus celles-ci

$$\begin{aligned}
y &= A + Bx + Cx^2 + Dx^3 + Ex^4 + \ldots + Nx^n + \&c.\\
-axy &= -aAx - aBx^2 - aCx^3 - aDx^4 - \ldots - aMx^n - \&c.\\
-bx^2y &= -bAx^2 - bBx^3 - bCx^4 - \ldots - bLx^n - \&c.\\
-cx^3y &= -cAx^3 - cBx^4 - \ldots - cKx^n - \&c.\\
-dx^4y &= -dAx^4 - \ldots - dIx^n - \&c.\\
&\&c. \qquad\qquad \&c.
\end{aligned}$$

J'additionnerai toutes ces équations, puis j'égalerai à 0 tous les coëfficiens de x, ce qui me donnera en général

$$N-(aM+bL+cK+dI+\&c.)=0,$$

condition requiſe pour que y ſoit bien le terme ſommatoire de la ſérie propoſée. J'aurai, de plus, pour déterminer y, l'équation

$$y-axy-bx^2y-cx^3y-dx^4y-\&c.=A,$$

d'où je tire $y=\dfrac{A}{1-ax-bx^2-cx^3-dx^4-\&c.}$.

§ 32. Si le dénominateur de la fraction qui exprime la valeur de y a m termes, & ſi on a à ſommer une ſérie y dont les coëfficiens des m premiers termes ſont arbitraires, en ſorte que l'on ait

$$y=A+\alpha x+\beta x^2+\gamma x^3+\delta x^4+\ldots.+\mu x^m+\&c.,$$

les termes qui ſuivent μx^m étant conformes à la loi indiquée dans le problème VIII, il eſt évident qu'il ne faudroit égaler à 0 dans le § 31 que les coëfficiens des puiſſances de x ſupérieures à m, ce qui donneroit pour la valeur de y, l'équation

$$y=\frac{A+(\alpha-aA)x+(\beta-a\alpha-bA)x^2+(\gamma-a\beta-b\alpha-cA)x^3+\&c.}{1-ax-bx^2-cx^3-dx^4-\&c.}.$$

L'expoſant de la plus haute puiſſance de x dans le numérateur doit être d'une unité inférieur à celui de la plus haute puiſſance de x dans le dénominateur.

§ 33. Il eſt évident par la manière même par laquelle nous avons trouvé la valeur de y, que ſi nous n'euſſions voulu ſommer cette ſérie

que jusqu'au terme Nx^n inclusivement, & que nous eussions appelé $q2$ cette somme, nous aurions trouvé

$$q2 = \frac{A - aNx^{n+1} - b(Mx^{n+1} + Nx^{n+2}) - c(Lx^{n+1} + Mx^{n+2} + Nx^{n+3}) - \&c.}{1 - ax - bx^2 - cx^3 - \&c.}.$$

§ 34. Si nous faisons $A = 1 = a$, $b = c = d = e = \&c. = 0$, nous aurons $q2 = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + \ldots + x^n = \frac{1 - x^{n+1}}{1 - x}$, ce qui est la sommation des $n + 1$ premiers d'une progression géométrique.

§ 34. *Problème IX.* Trouver la somme y de la série dont l'équation déterminative est $N = \frac{b + bn}{p + qn} M$. N étant le coëfficient de x^n, M celui de x^{n-1} qui le précède immédiatement:

Solution. J'aurai

$$y = A + A.\frac{a+b}{p+q}x + A.\frac{a+b}{p+q}.\frac{a+2b}{p+2q}x^2 + A.\frac{a+b}{p+q}.\frac{a+2b}{p+2q}.\frac{a+3b}{p+3q}x^3 + \&c.,$$

je supposerai $y = A + Bx + Cx^2 + Dx^3 + \ldots + Nx^n + \&c.$, d'où je tirerai

$$\begin{aligned}
py &= pA + pBx + pCx^2 + pDx^3 + \ldots + pNx^n + \&c. \\
qx\tfrac{dy}{dx} &= qBx + 2qCx^2 + 3qDx^3 + \ldots + nqNx^n + \&c. \\
-axy &= -aAx - aBx^2 - aCx^3 - \ldots - aMx^n - \&c. \\
-bx\tfrac{d.xy}{dx} &= -bAx - 2bCx^2 - 3bDx^3 - \ldots - nbMx^n - \&c.
\end{aligned}$$

J'additionne ces équations, puis j'égale à o tous les coëfficiens de x, ce qui me donne en général $N = \frac{a + bn}{p + qn}$. M équation de condition pour que y soit bien la somme de la série proposée. On aura, de plus, pour déterminer y, l'équation

$$py + qx\tfrac{dy}{dx} - axy - bx\tfrac{d.xy}{dx} = pA,$$

que je mets sous cette forme,

(1) $[p-(a+b)x]\,y\,dx+(q-bx)\,x\,dy=pA\,dx.$

Je la multiplie par $(q-bx)^{\frac{a}{b}-\frac{p}{q}}x^{\frac{p}{q}-1}$, & je trouve pour intégrale

(2) $(q-bx)^{\frac{a}{b}-\frac{p}{q}+1}x^{\frac{p}{q}}\,y=pA\int(q-b)^{\frac{a}{b}-\frac{p}{q}}x^{\frac{p}{q}-1}\,dx+$ conſt.

La conſtante doit être priſe de manière que $x=0$ donne $y=A$.

Si $\frac{a}{b}-\frac{p}{q}$ eſt un nombre entier poſitif, on développera la quantité $(q-bx)^{\frac{a}{b}-\frac{p}{q}}$, & l'on trouvera facilement enſuite la valeur de $\int(q-bx)^{\frac{a}{b}-\frac{p}{q}}x^{\frac{p}{q}-1}\,dx$.

Si $\frac{p}{q}-1$ eſt un nombre entier poſitif, on trouvera auſſi cette valeur; car faiſant $q-bx=r$, on aura $x=\frac{q-r}{b}$, $dx=\frac{-dr}{b}$, & $\int(q-bx)^{\frac{a}{b}-\frac{p}{q}}x^{\frac{p}{q}-1}\,dx=-\frac{1}{b^{\frac{p}{q}}}\int r^{\frac{a}{b}-\frac{p}{q}}(q-r)^{\frac{p}{q}-1}\,dr.$

On développera $(q-r)^{\frac{p}{q}-1}$, & on intégrera, puis on rétablira à la place de r ſa valeur $q-bx$.

Dans ce dernier cas, on voit qu'il faudra développer pluſieurs fois la puiſſance d'un binome, & ſi $\frac{p}{q}-1$ eſt un nombre un peu grand, cette opération ſera fort longue. Voici une autre méthode pour trouver la valeur de $\int(q-bx)^{\frac{a}{b}-\frac{p}{q}}x^{\frac{p}{q}-1}\,dx$ lorsque $\frac{p}{q}-1$ eſt un nombre entier poſitif & que, de plus, $\frac{a}{b}$ eſt une fraction ou un nombre poſitif entier plus grand que $\frac{p}{q}-1$. Elle aura l'avantage de la briéveté des opérations, & celui d'être tiré directement des prin-

cipes que nous avons déjà exposés. Même aux dépens de la généralité, l'esprit se plaît souvent à voir découler d'une seule vérité plusieurs connoissances que l'on pourroit acquérir par d'autres moyens.

§ 35. Si on appelle u la somme des $n+1$ premiers termes de la série y, c'est-à-dire des premiers termes de cette série jusqu'à Nx^n inclusivement, & qu'on cherche la valeur de u par la même méthode que nous avons employée pour trouver y, on arrivera à cette équation,

$$(3)\quad [p-(a+b)x]\,u\,dx+(q+bx)\,x\,du = pA\,dx - [a+(n+1)b]\,Nx^{n-1},$$

puis à celle-ci en intégrant, faisant $a = b\mu$, $p = q$, & en appelant u', N' ce que u, N deviennent par cette supposition.

$$(4)\quad (q-bx)^{\mu}\,x\,u' = qA\int(q-bx)^{\mu-1}\,dx - (\mu+n+1)\,bN'\int(q-bx)^{\mu-1}\,x^{n+1}\,dx.$$

Dans cette équation je fais $\mu = \frac{a}{b} - \frac{p}{q} + 1$, ou plutôt j'écris $\frac{a}{b} - \frac{p}{q} + 1$ à la place de μ, j'appelle u'', N'' ce que u', N' deviennent par ces substitutions. L'équation (4) se changera en celle-ci,

$$(5)\quad (q-bx)^{\frac{a}{b}-\frac{p}{q}+1}\,x\,u'' = qA\int(q-bx)^{\frac{a}{b}-\frac{p}{q}}\,dx - \left(\frac{a}{b}-\frac{p}{q}+n+2\right)bN''\int(q-bx)^{\frac{a}{b}-\frac{p}{q}}\,x^{n+1}\,dx.$$

Je fais actuellement $n = \frac{p}{q} - 2$, & j'obtiens enfin,

$$(6)\quad (q-bx)^{\frac{a}{b}-\frac{p}{q}+1}\,x\,u'' = qA\int(q-bx)^{\frac{a}{b}-\frac{p}{q}}\,dx - aN''\int(q-bx)^{\frac{a}{b}-\frac{p}{q}}\,x^{\frac{p}{q}-1}\,dx.$$

Équation dans laquelle u'' est égal à une série procédant selon les puissances de x, dont le premier terme est A, & dont chacun des autres

$N'' x^n$ eſt tel que l'on a $N'' = \frac{q[a+(n+1)bp]}{(n+1)q^2} M''$, $M'' x^{n+1}$ étant le terme qui précède immédiatement $N'' x^n$. Cette ſérie u'' doit de plus être pouſſée jusqu'au terme $N'' x^{\frac{p}{q}-2}$ inclusivement.

Puisque le terme $\int (q - bx)^{\frac{a}{b}-\frac{p}{q}} dx$ peut toujours ſe trouver, l'équation (6) ſervira à donner la valeur de $\int (q-bx)^{\frac{a}{b}-\frac{p}{q}} x^{\frac{p}{q}-1} dx$, & cette valeur étant ſubſtituée dans l'équation (2), il ſera facile d'en tirer celle de y. Mais l'équation (6) ne pourra ſervir: 1°. Si $\frac{p}{q} - 2$ n'eſt pas un nombre poſitif entier, car autrement la ſérie u'' ſeroit d'un nombre infini de termes, ce qui excluroit le terme multiplié par N''. 2°. Si $N'' = 0$, dans ce cas on aura $q[a+(m+1)b] - bp = 0$, ou $\frac{p}{q} - \frac{a}{b} - 1 = m$, m étant un nombre entier, zéro non compris, poſitif plus petit que n, ou égal à n. Or $n = \frac{p}{q} - 2$. Donc ſi $\frac{a}{b} = n - m + 1$, c'eſt-à-dire ſi $\frac{a}{b}$ eſt un nombre entier poſitif plus petit que $n + 1 = \frac{p}{q} - 1$, on aura $N'' = 0$, & l'équation (6) ne pourra donner la valeur de $\int (q-bx)^{\frac{a}{b}-\frac{p}{q}} x^{\frac{p}{q}-1} dx$.

On doit remarquer au reſte, que $\frac{a}{b}$ ne peut être égal à un nombre entier négatif, car ſi $\frac{a}{b} = -n$ on aura $a + bn = 0$, & puisque l'équation déterminative de y eſt $N = \frac{a+bn}{p+qn} M$, le terme $N = 0$, & par conſéquent tous les termes qui ſuivent Nx^n, ſeroient égaux à 0. La ſérie y ſeroit donc un nombre fini de termes, ce qui éviteroit toute recherche ultérieure ſur ſa ſommation.

Donnons un exemple de la ſolution trouvée au § précédent du Problème IX.

§ 36.

§ 36. Soit la série proposée,

$$y = 1 + \frac{7}{7}x + \frac{7}{7}\cdot\frac{11}{8}x^2 + \frac{7}{7}\cdot\frac{11}{8}\cdot\frac{15}{9}x^3 + \frac{7}{7}\cdot\frac{11}{8}\cdot\frac{15}{9}\cdot\frac{19}{10}x^4 + \text{&c.},$$

ce qui donne $N'' = \frac{13}{2}\cdot\frac{9}{3}\cdot\frac{5}{4}\cdot\frac{1}{5}$, & de plus

$$\int (1-4x)^{\frac{3}{4}-6}\,dx = \frac{1}{17}\cdot(1-4x)^{\frac{-17}{4}}.$$

L'équation (6) deviendra donc $\int (1-4x)^{\frac{4!}{3}-6} x^5\,dx$

$$= \frac{(1-4x)^{\frac{-17}{4}}\left(\frac{1}{17} - x + \frac{13}{2}x^2 - \frac{13}{2}\cdot\frac{9}{3}x^3 + \frac{13}{2}\cdot\frac{9}{3}\cdot\frac{5}{4}x^4 - \frac{13}{2}\cdot\frac{9}{3}\cdot\frac{5}{4}\cdot\frac{1}{5}x^5\right)}{3\cdot\frac{13}{2}\cdot\frac{9}{3}\cdot\frac{5}{4}\cdot\frac{1}{5}},$$

l'équation (2) donnera enfin $(1-4x)^{\frac{-17}{4}} x^6 y$

$$= \frac{2(1-4x)^{\frac{-17}{4}}\left(\frac{1}{17} - x + \frac{13}{2}x^2 - \frac{13}{2}\cdot\frac{9}{3}x^3 + \frac{13}{2}\cdot\frac{9}{3}\cdot\frac{5}{4}x^4 - \frac{13}{2}\cdot\frac{9}{3}\cdot\frac{5}{4}\cdot\frac{1}{5}x^5\right)}{\frac{13}{2}\cdot\frac{9}{3}\cdot\frac{5}{4}\cdot\frac{1}{5}\cdot} - \frac{2}{17}\cdot\frac{2}{13}\cdot\frac{3}{9}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{5}{1}\cdot$$

Dans cette équation, la constante à été déterminée de manière que $x = 0$ donnât $y = 1$. Qu'on différentie cette équation, & qu'on intègre sa différentielle par une série procédant selon les puissances de x, on retrouvera la série proposée.

§ 37. Si on avoit $q = 0$, $b = 0$, l'équation (2) ne pourroit pas servir à la solution du Problème IX. Il faudroit alors remonter à l'équation (1), & distinguer 3 cas.

§ 38. 1°. Si on avoit en même temps $b = 0$, $q = 0$, l'équation (1) deviendroit $(p - ax)\,y\,dx = pA\,dx$,
d'où on tireroit $y = \frac{pA}{p - ax}$.

§ 39. 2°. Si on avoit seulement $q = 0$, l'équation (1) se changeroit en celle-ci $[p - (a+b)x]\,y\,dx - bx^2\,dy = pA\,dx$,
qui multiplié par $e^{\frac{p}{bx}} x^{\frac{a}{b}-1}$, donne pour intégrale

$$-b\,e^{\frac{p}{bx}} x^{\frac{a}{b}+1} y = pA\int e^{\frac{p}{bx}} x^{\frac{a}{b}-1}\,dx.$$

La quantité $e^{\frac{p}{b\,x}}\,x^{\frac{a}{b}+1}\,\mathrm{d}\,x$ ne peut s'intégrer que lorsque $\frac{a}{b}$ eſt un nombre entier négatif; ce qui ne peut avoir lieu dans le cas de la ſérie propoſée § 37.

§ 40. 3°. Si on avoit ſeulement $b=0$, l'équation (1) ſe changeroit en celle-ci

(*a*) $\quad (p-a\,x)\,y\,\mathrm{d}\,x+q\,x\,\mathrm{d}\,y=p\,A\,\mathrm{d}\,x,$

que je multiplie par $x^{\frac{p}{q}-1}\,e^{-\frac{a\,x}{q}}$, & qui donne en intégrant,

(*b*) $\quad q\,x^{\frac{p}{q}}\,e^{\frac{-a\,x}{q}}\,y=p\,A\int x^{\frac{p}{q}-1}\,e^{\frac{-a\,x}{q}}\,\mathrm{d}\,x+\text{Conſt.}$

Appelons u la ſomme des premiers termes de la ſérie y juſqu'à $N\,x^n$ incluſivement, & nous aurons

(*c*) $\quad q\,x^{\frac{p}{q}}\,e^{\frac{-a\,x}{q}}\,u=p\,A\int x^{\frac{p}{q}-1}\,e^{\frac{-a\,x}{q}}\,\mathrm{d}\,x-a\,N\int x^{\frac{p}{q}+n}\,e^{\frac{-a\,x}{q}}\,\mathrm{d}\,x+\text{Conſt.}$

Je fais $p=0$; j'appelle u', N', ce que u & N deviennent par cette ſuppoſition, dont réſulte cette équation

(*d*) $\quad q\,e^{\frac{-a\,x}{q}}\,u'=\text{Conſt.}-a\,N'\int x^n\,e^{\frac{-a\,x}{q}}\,\mathrm{d}\,x.$

Je pouſſe la ſérie juſqu'au terme $\frac{p}{q}-1$, ou je fais $n=\frac{p}{q}-1$, ce qui donne enfin

(*e*) $\quad q\,e^{\frac{-a\,x}{q}}\,u'=\text{Conſt.}-a\,N'\int x^{\frac{p}{q}-1}\,e^{\frac{-a\,x}{q}}\,\mathrm{d}\,x.$

Equation dans laquelle u' eſt une ſérie qui a A pour premier terme, $N'\,x^{\frac{p}{q}-1}$, pour dernier terme, & pour équation déterminative $N'=\frac{a\,M'}{q\,n}$, $M'\,x^{n-1}$ étant le terme qui précède immédiatement $N'\,x^n$.

Si $\frac{p}{q}-1$ eſt un nombre entier poſitif, l'équation (*e*) donnera la

valeur de $\int x^{\frac{p}{q}-1} e^{\frac{-ax}{q}} dx$, qu'on ſubſtituera dans l'équation (*b*) d'où l'on tirera facilement la valeur de y. La conſtante doit être telle, que $x = 0$ donne $y = A$.

Donnons un exemple de cette ſolution.

§ 41. Soit la ſérie propoſée

$y = 1 + {}^2/_6\, x + {}^2/_6 \cdot {}^2/_7\, x^2 + {}^2/_6 \cdot {}^2/_7 \cdot {}^2/_8\, x^3 + {}^2/_6 \cdot {}^2/_7 \cdot {}^2/_8 \cdot {}^2/_9\, x^4 +$ &c.

En la comparant à celle du § 34, on trouvera que $A = 1$, $a = 2$, $b = 0$, $p = 5$, $q = 1$, ce qui donnera $n = 4$

$u' = 1 + {}^2/_1\, x + {}^2/_1 \cdot {}^2/_2 \cdot x^2 + {}^2/_1 \cdot {}^2/_2 \cdot {}^2/_3\, x^3 + {}^2/_1 \cdot {}^2/_2 \cdot {}^2/_3 \cdot {}^2/_4\, x^4$.

$N' = {}^2/_1 \cdot {}^2/_2 \cdot {}^2/_3 \cdot {}^2/_4$. L'équation (*e*) deviendra donc

$e^{-2x}(1 + 2x + 2x^2 + {}^4/_3 x^3 + {}^2/_3 x^4) = \text{Conſt.} - {}^4/_3 \int x^4 e^{-2x} dx$.

Si on différentie cette équation & qu'on intègre cette différentielle par une ſérie procédant ſelon les puiſſances de x, on retrouvera bien la ſérie propoſée.

§ 42. *Problème X.* Trouver la ſomme y de la ſérie procédant ſelon les puiſſances de x, & dont chaque terme Nx^n eſt tel que l'on a $N = \frac{a + bn}{p + qn} L$, Lx^{n-2} étant le $n - 1$ terme de la ſérie, c'eſt-à-dire Nx^n étant le ſecond terme à compter depuis Lx^{n-2}.

Solution. J'aurai

$$y = A + Bx + A.\frac{a+2b}{p+2q}x^2 + B.\frac{a+3b}{p+3q}x^3 + A.\frac{a+2b}{p+2q}.\frac{a+4b}{p+4q}x^4 + \text{&c.}$$

Je ſuppoſerai

$$y = A + Bx + Cx^2 + Dx^3 \ldots + Lx^{n-2} + Mx^{n-1} + Nx^n + \text{&c.},$$

d'où je tirerai

$$\begin{aligned}
p\,y &= pA + pBx + pCx^2 + pDx^3 + \ldots + pLx^{n-2} + pMx^{n-1} + pNx^n + \text{&c.}\\
qx\frac{dy}{dx} &= qBx + 2qCx^2 + 3qDx^3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + nqNx^n + \text{&c.}\\
-ax^2y &= -aAx^2 - aBx^3 - \ldots\ldots\ldots\ldots - aLx^n - \text{&c.}\\
-bx\frac{dx^2y}{dx} &= -2bAx^2 - 3bBx^3 - \ldots\ldots\ldots\ldots - nCLx^{n-2} - \text{&c.}
\end{aligned}$$

J'additionne ces quatre équations, puis j'égale à o tous les coëfficiens de x depuis x^2 inclusivement, ce qui me donne en général $N = \frac{a + b n}{p + q n} L$ équation de condition pour que y soit la somme de la série proposée. J'aurai, de plus, pour déterminer y l'équation

$$p y + q x \frac{dy}{dx} - a x^2 y - b x \frac{d x^2 y}{dx} = p A + (p + q) B x,$$

que je mets sous cette forme

$$(A) \quad [p-(a+2b)x^2]y\,dx+(q-bx^2)x\,dy=pA\,dx+(p+q)Bx\,dx.$$

Je la multiplie par $(q-bx^2)^{\frac{a}{2b}-\frac{p}{2q}} x^{\frac{p}{q}-1}$, & je trouve pour intégrale

$$(B) \quad (q-bx^2)^{\frac{a}{2b}-\frac{p}{2q}+1} x^{\frac{p}{q}} y = pA\int (q-bx^2)^{\frac{a}{2b}-\frac{p}{2q}} x^{\frac{p}{q}-1}\,dx + (p+q)B\int (q-bx^2)^{\frac{a}{2b}-\frac{p}{2q}} x^{\frac{p}{q}-1}\,dx.$$

Les deux intégrales doivent être prises de manière que $x = o$ donne $y = A$, & $\frac{dy}{dx} = B$.

Si $\frac{a}{2b} - \frac{p}{2q}$ est un nombre entier positif en développement $(q - bx^2)^{\frac{a}{2b}-\frac{p}{2q}}$, on trouvera facilement les quantités qui sont sous le signe radical dans l'équation (B). Pour chercher d'autres cas d'intégrabilité, employons une méthode analogue à celle du § 35.

§ 43. Soit u la somme des premiers termes de la série jusqu'à $N x^n$ inclusivement on aura cette équation

$$(C) \quad (q-bx^2)^{\frac{a}{2b}-\frac{p}{2q}+1} x^{\frac{p}{q}} u = pA\int (q-bx^2)^{\frac{a}{2b}-\frac{p}{2q}} x^{\frac{p}{q}-1}\,dx + (p+q)B\int (q-bx^2)^{\frac{a}{2b}-\frac{p}{2q}} x^{\frac{p}{q}}\,dx - [a+(n+1)b]M\int (q-bx^2)^{\frac{a}{2b}-\frac{p}{2q}} x^{n+\frac{p}{q}}\,dx - [a+(n+2)b]N\int (q-bx^2)^{\frac{a}{2b}-\frac{p}{2q}} x^{\frac{p}{q}+n+1}\,dx.$$

Je ferai $a = b\mu$, $p = q$, & appelant u', M', N', ce que u, M, N deviennent par cette ſuppoſition, l'équation (C) ſe changera en celle-ci

$$(D)\quad (q-bx^2)^{\frac{\mu+1}{2}}\, x\, u' = qA\int (q-bx^2)^{\frac{\mu-1}{2}}\, dx + 2qB\int (q-bx^2)^{\frac{\mu-1}{2}}\, x\, dx$$
$$-(\mu+n+1)\, b\, M'\int (q-bx^2)^{\frac{\mu-1}{2}}\, x^{n+1}\, dx$$
$$-(\mu+n+2)\, b\, N'\int (q-bx^2)^{\frac{\mu-1}{2}}\, x^{n+2}\, dx.$$

Je ferai dans cette équation $\mu = \frac{a}{b} - \frac{p}{q} + 1$, & $n = \frac{p}{q} - 2$. En appelant u'', M'', N'' ce que u', M', N' deviennent par cette ſuppoſition; on obtiendra

$$(E)\quad (q-bx^2)^{\frac{a}{2b}-\frac{p}{2q}+1}\, x\, u'' = qA\int (q-bx^2)^{\frac{a}{2b}-\frac{p}{2q}}\, dx$$
$$+2qB\int (q-bx^2)^{\frac{a}{2b}-\frac{p}{2q}}\, x\, dx$$
$$-aM''\int (q-bx^2)^{\frac{a}{2b}-\frac{p}{2q}}\, x^{\frac{p}{q}-1}\, dx$$
$$-(a+b)N''\int (q-bx^2)^{\frac{a}{2b}-\frac{p}{2q}}\, x^{\frac{p}{q}}\, dx.$$

§ 44. Soit Φ la ſérie procédant ſelon les puiſſances paires de x, dont le premier terme eſt A, & l'équation déterminative $N = \frac{q[a+(n+1)b]-bp}{(n+1)q^2} M$, Mx^{n-1} étant le terme qui précède immédiatement Nx^n, en ſorte qu'on ait

$$\Phi = A + A.\frac{p(a+3b)-bp}{3q^2}x^2 + A.\frac{q(a+3b)-bp}{3q^2}.\frac{p(a+5b)-bp}{5q^2}x^4 + \&c.$$

Soit, de plus, ψ la ſérie procédant ſelon les puiſſances impaires de x dont le premier terme eſt Bx, & l'équation déterminative $N = \frac{q[a+(n+1)b]-bp}{(n+1)q^2} M$, Mx^{n-2} étant le terme qui précède immédiatement Nx^n, en ſorte qu'on ait

$$\psi = Bx + B.\frac{q(a+4b)-bp}{4q^2}x^3 + B.\frac{q(a+4b)-bp}{4q^2}.\frac{q(a+6b)-bp}{6q^2}x^5 + \&c.$$

Il eſt évident que ſi on appelle Φ', Ψ' la ſomme des premiers termes de Φ, Ψ jusqu'au terme $x^{\frac{p}{q}-2}$, on aura $u'' = \Phi' + \Psi'$.

§ 45. Je ſuppoſe $\frac{p}{q} - 2$ un nombre entier poſitif pair. Je fais $B = 0$, ce qui me donne $M'' = 0$, $u'' = \Phi'$ & l'équation (E) devient

$$(F)\quad (q - b\,x^2)^{\frac{a}{2b}-\frac{p}{2q}+1}\, x\,\Phi' = q\,A\int (q-b\,x^2)^{\frac{a}{2b}-\frac{p}{2q}}\,dx - (a+b)\,N''\int (q-b\,x^2)^{\frac{a}{2b}-\frac{p}{2q}}\,x^{\frac{p}{q}}\,dx.$$

Retranchant cette équation de l'équation (E), on aura

$$(G)\quad (q-b\,x^2)^{\frac{a}{2b}-\frac{p}{2q}+1}\, x\,(u''-\Phi') = 2\,q\,B\int (q-b\,x^2)^{\frac{a}{2b}-\frac{p}{2q}}\,x\,dx - a\,M''\int (q-b\,x^2)^{\frac{a}{2b}-\frac{p}{2q}}\,x^{\frac{p}{q}-1}\,dx = (q-b\,x^2)^{\frac{a}{2b}-\frac{p}{2q}+1}\,x\,\Psi,$$

ou Ψ' eſt pris jusqu'au terme $\frac{p}{q} - 3$ inclusivement.

Ayant tiré de ces deux équations la valeur de $\int (q-b\,x^2)^{\frac{a}{2b}-\frac{p}{2q}}\,x^{\frac{p}{q}}\,dx$, & de $\int (q-b\,x^2)^{\frac{a}{2b}-\frac{p}{2q}}\,x^{\frac{p}{q}-1}\,dx$, on les ſubſtituera dans l'équation (B), d'où l'on pourra tirer la valeur de y dans le cas où $\frac{p}{q} - 2$ eſt un nombre poſitif pair entier.

§ 46. Je ſuppoſe $\frac{p}{q} - 2$ un nombre poſitif entier impair. Je fais $A = 0$, ce qui me donne $M'' = 0$, $\Phi' = 0$, $u'' = \Psi'$; l'équation (E) ſe change en celle-ci,

$$(H)\quad (q-b\,x^2)^{\frac{a}{2b}-\frac{p}{2q}+1}\, x\,\Psi' = 2\,q\,B\int (q-b\,x^2)^{\frac{a}{2b}-\frac{p}{2q}}\,x\,dx - (a+b)\,N''\int (q-b\,x^2)^{\frac{a}{2b}-\frac{p}{2q}}\,x^{\frac{p}{q}}\,dx.$$

Si on retranche cette équation de (E), on aura

$$(I)\quad (q-bx^2)^{\frac{a}{2b}-\frac{p}{2q}+1}\, x\,(u''-\psi') = qA\int(q-bx^2)^{\frac{a}{2b}-\frac{p}{2q}}\,dx - aM''\int(q-bx^2)^{\frac{a}{2b}-\frac{p}{2q}}\,x^{\frac{p}{q}-1}\,dx = (q-bx^2)^{\frac{a}{2b}-\frac{p}{2q}+1}\,x\,\Phi'.$$

On doit prendre Φ' jusqu'au terme $x^{\frac{p}{q}-3}$ inclusivement.

Ayant tiré de ces deux équations les valeurs de $\int(q-bx^2)^{\frac{a}{2b}-\frac{p}{2q}}\,x^{\frac{p}{q}}\,dx$, & de $\int(q-bx^2)^{\frac{a}{2b}-\frac{p}{2q}}\,x^{\frac{p}{q}-1}\,dx$, on les substituera dans l'équation (B), ce qui donnera la valeur de y pour le cas où $\frac{p}{q}-2$ est un nombre entier impair positif.

§ 47. Il est facile de voir que l'on ne pourroit tirer la valeur de ces intégrales si on avoit $\frac{a}{b}$ égal à un nombre positif plus petit que $\frac{p}{q}-2$; on pourroit cependant avoir encore la valeur de y par notre méthode même dans ce cas, pourvu que dans (B) le coëfficient de l'intégrale qui ne peut se trouver par les équations (F), (G), (H), (I), fût égal à o. Il y aura aussi des cas où ne pouvant trouver l'intégrale $\int(q-bx^2)^{\frac{a}{2b}-\frac{p}{2q}}\,dx$, on ne pourra pas se servir des formules données aux §§ 43, 44, 45, 46.

§ 48. Il sera peut-être utile d'éclaircir cette solution du Problème X par un exemple. Soit la série proposée

$$y = 1 + x - {}^3/_4\,x^2 - {}^7/_9\,x^3 + {}^3/_5\,x^4 + {}^7/_{11}\,x^5 - {}^1/_2\,x^6 - {}^7/_{13}\,x^7 + \&c.$$
$$= 1 + x\,\frac{4+2}{6+2}\,x^2 - \frac{4+3}{6+3}\,x^3 + \frac{4+2}{6+2}\cdot\frac{4+4}{6+4}\,x^4 + \frac{4+3}{6+3}\cdot\frac{4+5}{6+5}\,x^5 - \&c.$$

En comparant cette série avec celle du § 42, on verra que

$$a = -4,\quad b = -1,\quad p = 6,\quad q = 1,\quad A = 1,\quad B = 1,$$
$$n = 4,\quad \Phi' = 1 - {}^1/_3\,x^2 + {}^1/_5\,x^4 = \text{arc tang. } x + \int\frac{x^6\,dx}{1+x^2},$$

puis dans l'équation (*G*)

$$x^2 - {}^1/_4\, x^4 = \log.\,(1 + x^2) - 2\int \frac{x^5\,\mathrm{d}\,x}{1 + x^2}.$$

Subſtituant ces valeurs de $\int \frac{x^5\,\mathrm{d}\,x}{1+x^2}$, $\int \frac{x^6\,\mathrm{d}\,x}{1+x^2}$ dans l'équation (*B*), on aura enfin

$x^6 y = 3\,[\log.\,(1+x^2) - x^2 + {}^1/_2\, x^4] + 7\,(x - {}^1/_3\, x^3 + {}^1/_5\, x^5 - \text{arc tang.}\, x)$.

Les conſtantes ont été déterminées de manière que $x = 0$ donnât $y = 1$, $\frac{\mathrm{d}\,y}{\mathrm{d}\,x} = 1$.

Si on différentie l'équation ci-deſſus, & qu'on intègre cette différentielle, ou bien plus ſimplement encore, ſi on développe les termes $\log.\,(1 + x^2)$, arc tang. x par une ſérie procédant ſelon les puiſſances de x, on retrouvera la ſérie donnée.

§ 49. Si la ſérie donnée eſt telle qu'on ait $q = 0$, $b = 0$, l'équation (*B*) n'apprendra rien, il faudra alors remonter à l'équation (*A*), & diſtinguer 3 cas.

1°. Si on a en même temps $b = 0$, $q = 0$, l'équation (*A*) deviendra $(p - a\,x^2)\,y = p\,A + p\,B\,x$,

d'où l'on tirera $q = \frac{p\,(A + B\,x)}{p - a\,x^2}$.

§ 50. 2°. Si on a ſeulement $b = 0$, l'équation (*A*) ſe réduira à celle-ci $(p - a\,x^2)\,y\,\mathrm{d}\,x + q\,x\,\mathrm{d}\,y = p\,A\,\mathrm{d}\,x + (p+q)\,B\,x\,\mathrm{d}\,x$.

Je la multiplie par $e^{\frac{-a\,x}{2\,q}}\, x^{\frac{p}{q}-1}$, & j'obtiens pour intégrale

$$q\,e^{\frac{-a\,x^2}{2\,q}}\, x^{\frac{p}{q}}\, q = p\,A\int e^{\frac{-a\,x^2}{2\,q}}\, x^{\frac{p}{q}-1}\,\mathrm{d}\,x$$

$$+ (p+q)\,B\int e^{\frac{-a\,x^2}{2\,q}}\, x^{\frac{p}{q}}\,\mathrm{d}\,x + \text{conſt.},$$

qui ne peut être donnée en termes finis que lorsque $\frac{p}{q}$ eſt un nombre entier poſitif. Cette condition ne ſuffit cependant pas ſeule. Voyons quelles doivent être les autres.

En

En conſervant les mêmes dénominations (*mutatis mutandis*) que nous avons employées § 43, nous trouverons

$$q\,e^{\frac{-ax^2}{2q}}\,x^{\frac{p}{q}}\,u = pA\int e^{\frac{-ax^2}{2q}}\,x^{\frac{p}{q}-1}\,dx + (p+q)B\int e^{\frac{-ax^2}{2q}}\,x^{\frac{p}{q}}\,dx - aM\int e^{\frac{-ax^2}{2q}}\,x^{\frac{p}{q}+n}\,dx - aN\int e^{\frac{-ax^2}{2q}}\,x^{\frac{p}{q}+n+1}\,dx.$$

Il faut diſtinguer deux cas, où $\frac{p}{q}$ ſera pair, & où il ſera impair.

1°. Si $\frac{p}{q}$ eſt pair, voici le procédé qu'il faudra ſuivre. Nous ferons d'abord $\frac{p}{q} = 2$; puis après avoir ſubſtitué cette valeur de l'équation ci-deſſus, nous ferons $n = \frac{p}{q} - 3$; appelant u'', M'', N'', ce que u, M, N deviennent par ces ſubſtitutions, nous obtiendrons

$$q\,e^{\frac{-ax^2}{2q}}\,x^2\,u'' = 2qA\int e^{\frac{-ax^2}{2q}}\,x\,dx + 3qB\int e^{\frac{-ax^2}{2q}}\,x^2\,dx - aM''\int e^{\frac{-ax^2}{2q}}\,x^{\frac{p}{q}-1}\,dx - aN''\int e^{\frac{-ax^2}{2q}}\,x^{\frac{p}{q}}\,dx.$$

Comme on ne peut pas intégrer la quantité $e^{\frac{-ax^2}{2q}}\,x^2\,dx$, il faudra qu'elle ſorte du calcul, ce qui n'arrivera que lorsque $B = 0$, ce qui donne auſſi $N'' = 0$.

Si donc on a à la fois $\frac{p}{q}$ égal à un nombre poſitif pair, & $B = 0$, on aura u'' égal à une ſérie procédant ſelon les puiſſances paires de x, dont le premier terme ſera A, & l'équation déterminative $N = \frac{a}{q(2+n)}M$. Mx^{n-2} étant le terme qui précède immédiatement Nx^n, & dont le dernier terme ſera $M''\,x^{\frac{p}{q}-3}$. On aura, de plus, ces deux équations

$$q\,e^{\frac{-ax^2}{2q}}\,x^2\,u'' = -\frac{2q^2A}{a}\,e^{\frac{-ax^2}{2q}} - aM''\int e^{\frac{-ax^2}{2q}}\,x^{\frac{p}{q}-1}\,dx$$

$$q\,e^{\frac{-ax^2}{2q}}\,x^{\frac{p}{q}}\,y = pA\int e^{\frac{-ax^2}{2q}}\,x^{\frac{p}{q}-1}\,dx + \text{conſt.},$$

d'où l'on pourra toujours tirer la valeur de y en termes finis. La conſtante doit être déterminée de manière que $x = o$ donne $y = A$.

2°. Si $\frac{p}{q}$ eſt impair, je ferai d'abord $\frac{p}{q} = 1$, ce qui donne

$$q\, e^{\frac{-ax^2}{2q}}\, x\, u'' = q\, A \int e^{\frac{-ax^2}{2q}}\, dx + 2\, q\, B \int e^{\frac{-ax^2}{2q}}\, x\, dx$$
$$- a\, M'' \int e^{\frac{-ax^2}{2q}}\, x^{n+1}\, dx - a\, N'' \int e^{\frac{-ax^2}{2q}}\, x^{n+2}\, dx + \text{conſt.}$$

Dans le cas où l'on auroit non-ſeulement $\frac{p}{q}$ un nombre entier pair entre $A = o$, l'on pourroit trouver y en termes finis, car alors on auroit $M' = o$, & ces deux équations

$$q\, e^{\frac{-ax^2}{2q}}\, x^2\, u'' = -\frac{2\, q^2\, B}{a}\, e^{\frac{-ax^2}{2q}} - a\, N'' \int e^{\frac{-ax^2}{2q}}\, x^{\frac{p}{q}}\, dx,$$
$$q\, e^{\frac{-ax^2}{2q}}\, x^{\frac{p}{q}}\, y = (p+q)\, B \int e^{\frac{-ax^2}{2q}}\, x^{\frac{p}{q}}\, dx + \text{conſt.}$$

Dans la première de ces équations u'' repréſente une ſérie procédant ſelon les pûiſſances impaires de x, dont le premier terme eſt Bx, le dernier $N''\, x^{\frac{p}{q}-2}$ & l'équation déterminative $N = \frac{a}{q\,(1+n)}\, M$. $M\, x^{n-2}$ étant le terme qui précède immédiatemeut $N\, x^n$.

§ 51. Soit par exemple la ſérie propoſée

$$y = x + \frac{3}{5+3}\, x^3 + \frac{3}{5+3} \cdot \frac{3}{5+5}\, x^5 + \frac{3}{5+3} \cdot \frac{3}{5+5} \cdot \frac{3}{5+7}\, x^7 + \&c.$$

Dans ce cas on a $a = 3$, $p = 5$, $q = 1$, $B = 1$, $A = o$. C'eſt donc le cas de 2°. du § précédent, on aura $u'' = x + {}^3/_4\, x^3$, $N'' = {}^3/_4$, & de plus,

$$\int e^{\frac{-3x^2}{2}}\, x^5\, dx = -{}^4/_9\, e^{\frac{-3x^2}{2}}\, (x^2 + {}^3/_4\, x^4 + {}^2/_3) + \text{conſt.},$$

enfin $e^{\frac{-3x^2}{2}}\, x^5\, y = \frac{2^\circ.\,8}{3\cdot 3} - {}^8/_3\, e^{\frac{-3x^2}{2}}\, ({}^2/_3 + x^2 + {}^3/_4\, x^4)$,

La conſtante a été déterminée de manière que $x = o$ donnât $y = o$.

§ 52. 3°. Si on avoit $q = 0$ l'équation (A) deviendroit

$$(p - (a+b)x^2)\,y\,dx - b\,x^3\,dy = p\,A\,dx + p\,B\,x\,dx,$$

& multipliée par $e^{\frac{p}{2bx^2}}\,x^{\frac{a}{b}-1}$, elle auroit pour intégrale

$$-b\,e^{\frac{p}{2bx^2}}\,x^{\frac{a}{b}+2}\,y = p\,A\int e^{\frac{p}{2bx^2}}\,x^{\frac{a}{b}-1}\,dx + p\,B\int e^{\frac{p}{2bx^2}}\,x^{\frac{a}{b}}\,dx.$$

Les quantités ſous le ſigne radical ne peuvent s'intégrer que lorsqu'on aura $\frac{a}{b}$ égal à un nombre entier négatif pair, ſi $B = 0$, ou impair, ſi $A = 0$. S'il s'agiſſoit de trouver ces intégrales, on le pourroit par une méthode analogue à celle qui nous a ſervi § 50. Je ne m'arrêterai pas à en ſuivre les détails, parce que y devenant dans ce cas d'un nombre fini de termes, il eſt inutile de chercher ſa ſommation.

§ 53. *Problème XI.* Trouver la ſomme y de la ſérie dont l'équation déterminative eſt $N = \frac{a + bn}{p + qn}\,\alpha$. $N\,x^n$ étant le même terme depuis $\alpha\,x^{n-m}$, & la ſérie y procédant ſelon les puiſſances de x.

Solution. En adoptant la même marche que nous avons priſe dans les ſolutions précédentes, nous arriverons à cette équation

$$\begin{aligned}[p-(a+mb)x^m]\,y\,dx + (q-bx^m)\,x\,dy = {} & p\,A\,dx + (p+q)\,B\,x\,dx \\ & + (p+2q)\,C\,x^2\,dx + (p+3q)\,D\,x^3\,dx + \ldots \\ & + [p+(m+1)q]\,N\,x^{m-1}\,dx,\end{aligned}$$

qui a pour intégrale

$$\begin{aligned}(q-bx^m)^{\frac{a}{mb}-\frac{p}{mq}+1}\,x^{\frac{p}{q}}\,y = {} & p\,A\int(q-bx^m)^{\frac{a}{mb}-\frac{p}{mq}}\,x^{\frac{p}{q}-1}\,dx + \text{const.} \\ & + (p+q)\,B\int(q-bx^m)^{\frac{a}{mb}-\frac{p}{mq}}\,x^{\frac{p}{q}}\,dx + (\text{const.})' \\ & + (p+2q)\,C\int(q-bx^m)^{\frac{a}{mb}-\frac{p}{mq}}\,x^{\frac{p}{q}+1}\,dx + (\text{const.})'' \\ & + \ldots\ldots\ldots \\ & + (p+(m-1\ldots+)q)\,N\int(q-bx^m)^{\frac{a}{mb}-\frac{p}{mq}}\,x^{\frac{p}{q}+m-2}\,dx + (\text{const.})^{(m-2)}.\end{aligned}$$

Il faudra déterminer les conſtantes de manière que $x = 0$ donne $y = A$, $\frac{dy}{dx} = B$, $\frac{d\,dy}{dx^2} = C \ldots \frac{d^{m-1}y}{dx^{m-1}} = N$.

§ 54. *Problème XII.* Trouver la ſomme y de la ſérie dont l'équation déterminative eſt

$$N = \frac{a+bn}{p+qn} M + \frac{c+dn}{p+qn} L + \frac{e+fn}{p+qn} K + \&c.$$

$K x^{n-3} + L x^{n-2} + M x^{n-1}$ étant les termes qui précédent immédiatement $N x^n$.

Solution. En employant toujours la même méthode, nous parviendrons à cette équation

$$p y + q x \frac{dy}{dx} - a x y - b x \frac{d.xy}{dx} - c x^2 y$$
$$- d x \frac{d.x^2 y}{dx} - e x^3 y - f x \frac{d.x^3 y}{dx} - \alpha c = p A,$$

que je mets ſous cette forme

$$(L) \quad [p - (a+b) x - (c+2d) x^2 - (e+3f) x^3 - \alpha c] y dx + (q - b x - d x^2 - e x^3 - \alpha c) x dy = p A dx.$$

Il faut remarquer relativement à cette équation, qu'elle eſt exacte tant que a, b, c, d, e, f, &c. ont une valeur quelconque poſitive ou négative, mais qu'elle ne le ſeroit plus s'ils étoient tous égaux à 0, ou ſeulement quelques-uns d'entr'eux. Si par exemple a, b, étoient égaux à 0, il faudroit ajouter au ſecond membre de l'équation le terme $(p+q) B x dx$; ſi a, b, c, d, étoient en même temps égaux à 0, il faudroit ajouter $(p+q) B x dx + (p+2q) C x^2 dx$, & ainſi de ſuite. La néceſſité de ces additions ſe trouve facilement ſi on remonte à la manière dont on eſt parvenu à cette équation.

Pour rendre intégrale l'équation (L) je la multiplie par X, fonction de x, que je détermine par les conditions qui doivent le rendre le multiplicateur cherché, ce qui me donne cette équation

$$\frac{dX}{X} = \frac{[p - q + (b-a) x + (d-e) x^2 + (f-e) x^3 + \alpha e] dx}{x (q - b x - d x^2 - f x^3 - \alpha c)},$$

qui étant intégrée fournira la valeur de X. Cette valeur une fois trouvée, on la ſubſtituera dans l'intégrale de (L) qui eſt

$$X x (q - b x - d x^2 - f x^3 - \alpha c) y = p A \int X \mathrm{d} x.$$

§ 55. La ſolution des douze Problèmes que nous venons de nous propoſer ſuffit pour montrer comment ſe réſoudroient des Problèmes plus compliqués, mais du même genre.

§ 56. Si on avoit une ſérie y dont l'indice général Φ fût une fonction non-rationnelle entière de l'indice n, on réduiroit Φ en une ſérie procédant ſelon les puiſſances de n, en ſorte qu'on auroit

$$\Phi = A + B n + C n^2 + D n^3 + E n^4 + F n^5 + \alpha c.$$

A, B, C, D, αc étant des coëfficiens conſtans qui ſuivent une loi uniforme dans leur formation. Il eſt facile de voir, en ſe rappelant ce que nous avons dit Problème III, § 14 qu'en faiſant, pour abréger, $X = \frac{1}{1-x}$, on aura

$$y = A X + B x \frac{\mathrm{d} X}{\mathrm{d} x} + C x \mathrm{d}.x \frac{\mathrm{d} X}{\mathrm{d} x^2}$$
$$+ D x \mathrm{d}\left(x \mathrm{d}.x \frac{\mathrm{d} X}{\mathrm{d} x^3}\right) + E x \mathrm{d}\left[x \mathrm{d}\left(x \mathrm{d}.x \frac{\mathrm{d} X}{\mathrm{d} x^4}\right)\right] - \alpha c.$$

On aura ainſi transformé y en une ſérie qui ne contiendra plus que des termes rationnels.

Cette nouvelle ſérie étant régulière, on pourra avoir ſon terme ſommatoire y donné par une équation différentielle. Mais comme les coëfficiens A, B, C, &c. ſont fonctions des coëfficiens qui les précèdent, & du nombre qui exprime la place qu'ils occupent dans la ſérie, il eſt néceſſaire d'introduire une nouvelle variable t, en ſorte que chacun des termes de la ſérie y ſoit le coëfficient de la puiſſance de t, dont l'expoſant ſera le même que le nombre variable qui entre dans la compoſition du coëfficient conſtant A, B, C, αc. Soit donc

$$\psi = A X + B x \frac{\mathrm{d} X}{\mathrm{d} x} . t + C x \mathrm{d}.x \frac{\mathrm{d} X}{\mathrm{d} x^2} t^2$$
$$+ D x \mathrm{d}\left(x \mathrm{d}.x \frac{\mathrm{d} X}{\mathrm{d} x^3}\right) t^3 + E x \mathrm{d}\left[x \mathrm{d}\left(x \mathrm{d}.x \frac{\mathrm{d} X}{\mathrm{d} x^4}\right)\right] t^4 + \alpha c.$$

Si on pouvoit avoir la valeur de ψ en un nombre fini de termes, on auroit celle de y en faiſant $t = 1$ dans ψ, on trouvera l'équation différentielle qui déterminera ψ par les mêmes méthodes que nous avons employées ci-deſſus. Seulement on ſera obligé d'y faire entrer les différences de ψ relativement à t, & celles de ψ relativement à x, ce qui rendra l'équation différentielle de ψ une équation aux différences partielles, & ψ elle-même plus difficile à connoître.

§ 57. Soit

$$\Phi = \frac{1}{1-an} = 1 + an + a^2n^2 + a^3n^3 + a^4n^4 + a^5n^5 + \&c.,$$

on aura

$$\psi = X + ax\frac{dX}{dx}t + a^2x\,dx\frac{dX}{dx^2}t^2 + a^3x\,d\left(x\,dx\frac{dX}{dx^3}\right)t^3 + \&c.$$

$$-tax\left(\frac{d\psi}{dx}\right) = -ax\frac{dX}{dx}t - a^2x\,dx\frac{dX}{dx^2}t^2 - a^3x\,d\left(x\,dx\frac{dX}{dx^2}\right)t^3 - \&c.$$

En additionnant ces deux équations, on aura

$$\psi - axt\left(\frac{d\psi}{dx}\right) = X, \text{ ou } \psi\,dx - taxd\psi = X\,dx,$$

dont l'intégrale eſt $\frac{-ta\psi}{x^{\frac{1}{ta}}} = \int \frac{X\,dx}{x^{\frac{1}{ta}+1}} + \text{Conſt.}$

D'où l'on tire en faiſant $t = 1$,

$$\frac{-ay}{x^{\frac{1}{a}}} = \int \frac{dx}{(1-x)\,x^{\frac{1}{a}+1}} + \text{Conſt.},$$

réſultat qui s'accorde parfaitement avec celui du § 17.

§ 58. *Problème XIII.* Trouver l'équation par laquelle eſt donnée la ſomme y de la ſérie procédant ſelon les puiſſances de x 1 dont l'équation déterminative eſt $N = \log.(1+x)$.

Solution. Je réduis log. $(1+n)$ en une ſérie procédant ſelon les puiſſances n, ce qui donne § 3.

$$\log.(1+n) = n/1 - n^2/2 + n^3/3 - n^4/4 + n^5/5 - n^6/6 + n^7/7 - n^8/8 + \&c.,$$

d'où je conclus d'après ce que nous avons dit § 56.

$$y = x\frac{dX}{dx} - \frac{x\,dx\,dX}{2\,dx^2} + \frac{x\,d(x\,dx)\,dX}{3\,dx^3} - \frac{x\,d[x\,d(x\,dx)]\,dX}{4\,dx^4} + \&c.,$$

ſoit

$$\psi = x\frac{dX}{dx}.t - \frac{x\,d.x\,dX}{2\,dx^2}.t^2 + \frac{x\,d(x\,d.x)\,dX}{3\,dx^3}t^3 - \frac{x\,d[x\,d(x\,d.x\,dX)]}{4\,dx^4} + \&c.,$$

je ſuppoſe

$$\psi = \frac{x\,dX}{dx}t + B\frac{x\,dx\,dX}{dx^2}t^2 + C\frac{x\,d(x\,d.x\,dX)}{dx^3}t^3 + \&c.,$$

d'où je tire

$$t\left(\frac{d\psi}{dt}\right) = \frac{x\,dX}{dx}t + 2B\frac{x\,d.x\,dX}{dx^2}t^2 + 3C\frac{x\,d(x\,d.x\,dX)}{dx^3}t^3 + \&c.$$

$$z = -\frac{x\,dX}{dx}t + \frac{x\,d.x\,dX}{dx^2}t^2 - \frac{x\,d(x\,d.x\,dX)}{dx^3}t^3 + \&c.$$

J'additionne ces deux équations, puis dans le ſecond membre de l'équation réſultante j'égale à o tous les coëfficiens de t, ce qui me fournit les équations de condition pour que les deux valeurs de ψ ſoient identiques. J'aurai, de plus, pour déterminer ψ, l'équation $t\,d\psi + u\,dt = o$, ou $\psi = -\int\frac{u\,dt}{t}$. Mais on a § 57.

$$u = \frac{1}{t\,x^{\frac{1}{t}}}.\int x^{\frac{1}{t}-1}X\,dx - X.$$

En faiſant, pour abréger, $\frac{1}{1-x} = X$. Subſtituant cette valeur de u dans l'équation précédente, on aura

$$\psi = -\int\frac{dt}{t^2\,x^{\frac{1}{t}}}\int\frac{x^{\frac{1}{t}-1}\,dx}{1-x} + \int\frac{dt}{t\,(1-x)}.$$

On aura la valeur de y en faiſant dans cette intégrale $t = 1$ & en déterminant la conſtante de manière que $x = o$ donnât $y = o$. Le dernier terme du ſecond membre de l'équation peut aiſément s'intégrer,

& dans le cas de $t = 1$, il devient égal à 0. Mais le premier terme ne peut pas s'intégrer par les méthodes connues jusqu'à préſent.

§ 59. *Problème XIV.* Trouver l'équation différentielle par laquelle eſt donnée la ſomme y de la ſérie dont le terme général eſt $(a + n)^m x^n$.

Solution. Puisque $(a + n)^m = a^m + \frac{m}{1} a^{m-1} n + \frac{m.m-1.a^{m-2} n^2}{1.2.} + \frac{m.m-1.m-2}{1.2.3.} a^{m-3} n^3 +$ &c., on aura en faiſant pour abréger $\frac{1}{1-x} = X$,

$$y = a^m X + \frac{m}{1} a^{m-1} \frac{x\,dX}{dx} + \frac{m.m-1\,a^{m-2} x\,dx\,dX}{1\,2\qquad dx^2} + \text{&c.},$$

ſoit $\psi = a^m X + \frac{m\,a^{m-1} x\,dX}{1\qquad dx} t. + \frac{m.m-1\,a^{m-2} x\,dx\,dX}{1.\quad 2.\qquad dx^2} t^2 +$ &c.

Série dans laquelle on a pour équation déterminatrice

$$N = \frac{x\left(\frac{a\,M}{a\,x}\right)[m-(n-1)]}{n\,a} \text{ &c.}$$

$M t^{n-1}$ étant le terme qui précède immédiatement $N t^n$. Je ſuppoſe $\psi = a^m X + \frac{A x\,dX}{dx} t + \frac{B x\,d.x\,dX}{dx^2} t^2 + \frac{C x\,d(x\,dx\,dX)}{dx^3} t^3 +$ &c.,

d'où je tire

$$a\left(\frac{d\psi}{dt}\right) t = \frac{x\,A x\,dX}{dx} t + \frac{2\,B x\,d.x\,dX}{dx^2} t^2 + \frac{3\,C x\,d(x\,dx\,dX)}{dx^3} t^3 + \text{&c.}$$

$$-m\left(\frac{d\psi}{dx}\right) t x = -\frac{m\,a^m x\,dX}{dx} t - \frac{m\,A x\,d.x\,dX}{dx^2} t^2 - \frac{m\,B x\,d(x\,dx\,dX)}{dx^3} t^3 - \text{&c.}$$

$$\left\{\frac{d.t\,x\left(\frac{a\psi}{dx}\right)}{dt}\right\} t = \frac{a^m x\,dX}{dx} t + \frac{2\,A x\,d.x\,dX}{dx^2} t^2 + \frac{3\,B x\,d(x\,dx\,dX)}{dx^3} t^3 + \text{&c.}$$

$$-x\,t\left(\frac{d\psi}{dx}\right) = -\frac{a^m x\,dX}{dx} t - \frac{A x\,d.x\,dX}{dx^2} t^2 - \frac{B x\,d(x\,dx\,dX)}{dx^3} t^3 - \text{&c.}$$

J'addi-

J'additionne ces quatre équations; puis j'égale à o les coëfficiens de chaque puiſſance de t, ce qui eſt néceſſaire pour que les deux valeurs de ψ ſoient identiques. J'aurai, de plus, l'équation

$$a\left(\frac{d\psi}{dt}\right)t - mx\left(\frac{d\psi}{dx}\right)t + \left\{\frac{d.tx\left(\frac{d\psi}{dx}\right)}{dt}\right\}t - tx\left(\frac{d\psi}{dx}\right) = o,$$

que je mets ſous cette forme plus ſimple,

$$a\left(\frac{d\psi}{dt}\right) - mx\left(\frac{d\psi}{dx}\right) + tx\left(\frac{d\,d\psi}{dx\,dt}\right) = o.$$

Si on pouvoit intégrer cette équation & dans cette intégrale faire $t = 1$, ψ ſe changeroit en y, ce qui donneroit une équation d'où l'on tireroit la valeur de y. La conſtante devra être déterminée de manière que $x = o$ donne $y = a^m$.

Sur la transformation des Séries.

§ 1. Lorsque, par la ſuite d'un calcul, on eſt conduit à opérer ſur des ſéries, on ſent que l'on peut toujours réduire ces opérations à la ſommation de ces ſéries, ou à leur transformation en d'autres. Nous avons vu quels ſecours nous avions pour les ſommer. Nous nous occuperons actuellement de ceux que nous pouvons trouver pour les transformer.

§ 2. Lorsqu'on veut transformer une ſérie y, fonction de x, & d'une autre quantité t, procédant ſelon les puiſſances de x, en une autre ſérie qui lui ſoit égale, cette dernière ſérie devra procéder ſelon les puiſſances de la quantité t, qui entroit déjà dans la valeur de la première, ou bien elle doit procéder ſelon les puiſſances de la qantité u, fonction de x & de t, mais qui n'entroit pas dans la valeur donnée de y. Ces deux cas peuvent donner lieu à une différence dans la manière de procéder. Ce ſera auſſi le ſujet de la diviſion de ce petit eſſai dont la première partie traitera du premier cas, la ſeconde du ſecond.

PREMIÈRE PARTIE.

De la transformation d'une série y, fonction de x & de t, procédant selon les puissances de x en une autre série qui lui soit égale, mais qui procède selon les puissances de t.

§ 3. Si on a la somme de la série proposée, & que dans son expression il n'y entre aucun terme affecté du signe intégral indéfini, sa transformation n'offrira aucune difficulté. Elle se réduira à un simple développement d'une fonction de t en une série procédant selon les puissances de cette variable, & nous avons rappelé une méthode pour y arriver. Ce qui donne lieu à quelques recherches ultérieures, & donne le cas où l'on voudroit opérer la transformation sans passer par le terme sommatoire.

§ 4. Soit

$$y = A + Bx + Cx^2 + Dx^3 + Ex^4 + Fx^5 + \&c.,$$

la série proposée dans laquelle A, B, C, D &c. sont des fonctions de quantités constantes, & de t qui peut être considéré comme variable. Soit, de plus,

$$y = A' + B't' + C't^2 + D't^3 + E't^4 + F't^5 + \&c.,$$

la série cherchée, dans laquelle A' B', C' &c. représentent des fonctions de x & de constantes. Eliminant y au moyen de ces deux équations, on obtiendra celle-ci

$$A + Bx + Cx^2 + Dx^3 + Ex^4 + Fx^5 + \&c.$$
$$= A' + B't + C't^2 + D't^3 + E't^4 + F't^5 + \&c.,$$

qui étant identique, subsistera quelle que soit la valeur de t. Faisant $t = o$ le second membre de l'équation se réduira à A', qui ne contenant pas t, ne sera pas changé par la supposition de $t = o$. On aura donc A' égal à la somme de la série proposée après qu'on y aura fait $t = o$. On trouvera de même que

$$B' = \left(\frac{dy}{dt}\right) = \frac{dA}{dt} + \frac{dB}{dt}x + \frac{dC}{dt}x^2 + \frac{dD}{dt}x^3 + \&c.$$

$$C' = \left(\frac{d\,dy}{2\,dt^2}\right) = \frac{d\,dA}{2\,dt^2} + \frac{d\,dB}{2\,dt^2}x + \frac{d\,dC}{2\,dt^2}x^2 + \frac{d\,dD}{2\,dt^2}x^3 + \&c.$$

$$D' = \frac{1}{2.3}\cdot\left(\frac{d^3.y}{dt^3}\right) = \left(\frac{d^3A}{dt^3} + \frac{d^3B}{dt^3}x + \frac{d^3C}{dt^3}x^2 + \frac{d^3D}{dt^3}x^3 + \&c.\right)\frac{1}{2.3},$$

après avoir fait $t = o$. L'on pourra donc toujours par ces équations trouver les valeurs de A', B', C', D' &c. Mais comme cette méthode eſt longue, cherchons à la ſimplifier davantage.

§ 5. Soit $z = o$ l'équation différentielle par laquelle eſt donnée la ſomme y de la ſérie propoſée. Soit $y = \omega$ une équation qui ſatisfaſſe $z = o$, cette quantité ſera égale à y. C'eſt d'après ce principe que ſi ω eſt donné d'un nombre fini de termes, nous avons dit que cette quantité finie ſeroit égale à la ſérie propoſée. Actuellement nous voulons que ω ſoit une ſérie procédant ſelon les puiſſances de t. Feignons donc

$$\omega = y = A' + B't + C't^2 + D't^3 + E't^4 + \&c.$$

Après avoir ſubſtitué cette valeur de y dans z, nous obtiendrons une équation de cette forme

$$z = \alpha + \beta t + \gamma t^2 + \delta t^3 + \&c.$$

Si nous faiſons $\alpha = o$, $\beta = o$, $\gamma = o$, $\delta = o$ &c., on aura auſſi $z = o$, & la ſérie

$$y = A' + B't + C't^2 + D't^3 + E't^4 + \&c.,$$

ſatisfaiſant à $z = o$, donnera une valeur de y, qui ayant la forme cherchée, nous offrira tout ce que nous demandions. On déterminera les valeurs de A', B', C', D' &c. par les équations de conditions $\alpha = o$, $\beta = o$, $\gamma = o$, $\delta = o$ &c.

§ 6. Les équations ne contiendront d'autres termes différentiels que ceux qui comprennent les différences de A', B', C', D' &c. relativement à x ſeulement, puiſque par ſuppoſition ces quantités ne ſont fonctions que de x & de conſtantes. D'où réſulte que les fonctions

arbitraires que les intégrales de $\alpha = 0$, $\beta = 0$, $\gamma = 0$ &c. introduiront, ne contiendront pas t; elles ſeront donc des conſtantes qu'on déterminera par la conſidération que ſi $x = 0$, $t = 0$, on aura

$$A' = A,\quad B' = \frac{\mathrm{d}A'}{\mathrm{d}x},\quad C' = \frac{\mathrm{d}\,\mathrm{d}A}{1.2.\mathrm{d}x^2},\quad D' = \frac{\mathrm{d}^3 A}{6\,\mathrm{d}x^3},\quad \&c.$$

Éclairciſſons cette méthode par des exemples.

§ 7. Soit la ſérie propoſée

$$y = \frac{a}{p} + \frac{a+b}{p+q}x + \frac{a+2b}{p+2q}x^2 + \frac{a+3b}{p+3q}x^3 + \&c.,$$

dont l'équation différentielle eſt $py\,\mathrm{d}x + qx\,\mathrm{d}y - \frac{a\,\mathrm{d}x}{1-x} - \frac{bx\,\mathrm{d}x}{(1-x)^2} = 0$, & qu'on déſireroit transformer en un autre procédant ſelon les puiſſances de a. Nous ſuppoſerons

$$y = A + Ba + Ca^2 + Da^3 + Ea^4 + Fa^5 + \ldots + Na^n \;\&c.$$

Subſtituant cette valeur de y dans l'équation différentielle donnée, nous aurons

$$0 = pA + pBa + pCa^2 + pDa^3 + pEa^4 + \ldots + pN^n + \&c.$$
$$+ qx\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}x} + qx\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}x}a + qx\frac{aC}{\mathrm{d}x}a^2 + qx\frac{aD}{\mathrm{d}x}a^3 + qx\frac{aE}{\mathrm{d}x}a^4 + \ldots$$
$$\ldots + qx\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}x}a^n + \&c. - \frac{bx}{(1-x)^2} - \frac{1}{1-x}a.$$

J'égale à 0 les coëfficiens de chaque puiſſance de a, ce qui me donne d'abord $pA\,\mathrm{d}x + qx\,\mathrm{d}A = \frac{bx\,\mathrm{d}x}{(1-x)^2}$,

& en intégrant

$$qx^{\frac{p}{q}}A = b\int\frac{x^{\frac{p}{q}}\mathrm{d}x}{(1-x)^2} = \frac{bx^{\frac{p}{q}}}{1-x} - \frac{pb}{q}\int\frac{x^{\frac{p-q}{q}}\mathrm{d}x}{1-x},$$

donc $$A = \frac{b}{q}\left(\frac{1}{1-x} - \frac{p}{q}\cdot\frac{1}{x^{\frac{p}{q}}}\int\frac{x^{\frac{p-q}{q}}\mathrm{d}x}{1-x}\right).$$

Mais ſi $x = 0$, $a = 0$, $y = A = 0$. Cette dernière intégrale doit donc être priſe de manière que $x = 0$ donne $A = 0$.

Nous aurons pour déterminer B l'équation

$$p\,B\,dx + q\,x\,dB = \frac{dx}{1-x},$$

dont l'intégrale eſt $q\,x^{\frac{p}{q}}\,B = \int x^{\frac{p-q}{q}}\frac{dx}{1-x}$.

Si $a = 0$, $x = 0$, on a $B = \frac{dy}{da} = \frac{1}{p}$; la conſtante doit donc être priſe de manière que $x = 0$ donne $B = \frac{1}{p}$. On aura donc

$$B = \frac{1}{q\,x^{\frac{p}{q}}} \cdot \int x^{\frac{p-q}{q}}\frac{dx}{1-x}.$$

On a, de plus, pour les autres coëfficiens de a, l'équation déterminatrice

$$p\,N\,dx + q\,x\,dN = 0, \quad \text{ou} \quad x^{\frac{p}{q}}\,N = \text{conſt.}$$

Mais ſi $a = 0$, $N = \frac{d^n y}{1.2.3.\ldots n\,da^n} = 0$, donne $N = 0$, & conſt. $= 0$. On aura donc

$$y = \frac{b}{q}\left(\frac{1}{1-x} - \frac{p}{q}\cdot\frac{1}{x^{\frac{p}{q}}}\int x^{\frac{p-q}{q}}\frac{dx}{1-x}\right) + \frac{a}{q\,x^{\frac{p}{q}}}\int x^{\frac{p-q}{q}}\frac{dx}{1-x}.$$

Réſultat qui eſt le même que celui du § 25.

§ 8. Si on vouloit avoir la même ſérie procédant ſelon les puiſſances de b, on ſuppoſeroit

$$y = A + Bb + Cb^2 + Db^3 + Eb^4 + \ldots + Nb^n + \&c.,$$

valeur qui ſubſtituée dans l'équation

$$p\,y\,dx + q\,x\,dy - \frac{a\,dx}{1-x} + \frac{b\,x}{(1-x)^2} = 0,$$

donnera

$$o = pA + pBb + pCb^2 + pDb^3 + pEb^4 + \ldots + pNb^n + \&c.$$
$$+ qx\frac{dA}{dx} + qx\frac{dB}{dx}b + qx\frac{aC}{dx}b^2 + qx\frac{aD}{dx}b^3 + qx\frac{aE}{dx}b^4 + \ldots$$
$$\ldots + qx\frac{dN}{dx}b^n + \&c. - \frac{a}{1-x} - \frac{x}{(1-x)^2}b.$$

En égalant à o tous les coëfficiens de b, on aura

1°. $pA\,dx + qx\,dA = \frac{a\,dx}{1-x}$, ce qui donne $A = \frac{a}{qx^{\frac{p}{q}}}\int \frac{x^{\frac{p-q}{q}}\,dx}{1-x}$.

2°. $pB\,dx + qx\,dB = \frac{x\,dx}{(1-x)^2}$, ce qui donne

$$B = \frac{1}{q}\left(\frac{1}{1-x} - \frac{p}{q}\cdot\frac{1}{x^{\frac{p}{q}}}\int\frac{x^{\frac{p-q}{q}}\,dx}{1-x}\right).$$

3°. $pN\,dx + qx\,dN = o$, ou $Nx^{\frac{p}{q}} =$ conſt., mais ſi $x = o$, $N = \frac{\text{Conſt.}}{o} = o$, donc conſt. $= o$, &

$$y = \frac{a}{qx^{\frac{p}{q}}}\int\frac{x^{\frac{p-q}{q}}\,dx}{1-x} + \frac{b}{q}\left(\frac{1}{1-x} - \frac{p}{q}\cdot\frac{1}{x^{\frac{p}{q}}}\int\frac{x^{\frac{p-q}{q}}\,dx}{1-x}\right).$$

Réſultat qui eſt le même que celui du § précédent.

§ 8. Si nous voulions avoir la même ſérie y procédant ſelon les puiſſances de p, il nous faudroit remarquer que $p = o$ rend $y = \infty$, & qu'ainſi nous ne pourrions pas déterminer les conſtantes par la ſuppoſition de $p = o$. Il nous faudroit donc ſuppoſer $\frac{y - \frac{a}{p}}{x} = z$, ce qui nous donneroit

$$z = \frac{a+b}{p+q} + \frac{a+2b}{p+2q}x + \frac{a+3b}{p+3q}x^2 + \frac{a+4b}{p+4q}x^3 + \ldots + \frac{a+nb}{p+nq}x^{n-1} + \&c.$$

Série dont l'équation différentielle eſt

$$(p+q)z\,dx + qx\,dz - \frac{a\,dx}{1-x} - \frac{b\,dx}{(1-x)^2} = o,$$

de qui nous donnera les équations ſuivantes.

1°. $q A \,\mathrm{d}x + q x \,\mathrm{d}A = \frac{a\,\mathrm{d}x}{1-x} + \frac{b\,\mathrm{d}x}{1-x^2}$ dont l'intégrale eſt $q x A = a \log. \frac{1}{1-x} + \frac{b}{1-x} +$ conſt., d'où l'on tire $A = \frac{a}{q x} \log. \frac{1}{1-x} + \frac{b}{q x (1-x)} + \frac{\text{Conſt.}}{q x}$. Mais ſi $x = 0$, & $p = 0$, $\zeta = A = \frac{b+a}{q} = \frac{a}{q} + \frac{b + \text{Conſt.}}{0}$, donc Conſt. $+ b = 0$, ou Conſt. $= -b$, & $A = \frac{a}{q x} \log. \frac{1}{1-x} + \frac{b}{q(1-x)}$.

2°. Pour l'équation déterminatrice des autres coëfficiens de p nous aurons en général $M\,\mathrm{d}x + q(N\,\mathrm{d}x + x\,\mathrm{d}N) = 0$, dont l'intégrale eſt

$$q N x = -\int M \,\mathrm{d}x, \text{ d'où on tire } N = -\int \frac{M\,\mathrm{d}x}{q x}.$$

Lorsque $p = 0$, $x = 0$, on a $\frac{\mathrm{d}^n \zeta}{1.2.\ldots.n\,\mathrm{d}p^n} = N = \pm \frac{a+b}{p^{n+1}}$. Donc dans l'intégrale $\frac{-\int M\,\mathrm{d}x}{q x}$, il faudra déterminer la conſtante de manière que $x = 0$ donne $N = \pm \frac{a+b}{p^{n+1}}$, le ſigne ſupérieur étant pour les cas où n eſt pair, & le ſigne inférieur pour le cas où n eſt impair.

Si on fait donc, pour abréger, $A = \frac{a}{q x} . \log. \frac{1}{1-x} + \frac{b}{q(1-x)}$, on aura $y = \frac{a}{p} + \frac{A x}{x} - \frac{p}{q} \int A \,\mathrm{d}x + \frac{p^2}{q^2} \int \frac{\mathrm{d}x}{x} \int A \,\mathrm{d}x - \frac{p^3}{q^3} \int \frac{\mathrm{d}x}{x} \int \frac{\mathrm{d}x}{x} \int A \,\mathrm{d}x +$ &c.

§ 9. Si nous voulions avoir la même ſérie procédant ſelon les puiſſances de q, nous ſuppoſerions

$$y = A + Bq + Cq^2 + Dq^3 + Eq^4 + \ldots + Nq^n + \text{&c.},$$

& en ſuivant notre marche ordinaire nous aurions cette équation pour déterminée,

$$A = \frac{1}{p}\cdot\left(\frac{a}{1-x} + b\,x\,\frac{\mathrm{d}\cdot\frac{1}{1-x}}{\mathrm{d}\,x}\right).$$

L'équation déterminatrice des autres coëfficiens de y ſera

$$N = -\frac{x\,\mathrm{d}\,M}{p\,\mathrm{d}\,x}.$$

Faiſant donc, pour abréger, $A = \frac{1}{p}\left(\frac{a}{1-x} + b\,x\,\frac{\mathrm{d}\cdot\frac{1}{1-x}}{\mathrm{d}\,x}\right)$, on trouvera

$$y = A - \frac{x\,\mathrm{d}\,A}{p\,\mathrm{d}\,x}\,q + \frac{x\,\mathrm{d}\,(x\,\mathrm{d}\,A)}{p^2\,\mathrm{d}\,x^2}\,q^2 + \frac{x\,\mathrm{d}\,[x\,\mathrm{d}\,(x\,\mathrm{d}\,A)]}{p^3\,\mathrm{d}\,x^3}\cdot q^3 + \text{&c.}$$

§ 10. Soit la ſérie

$$y = A + A\cdot\frac{a+b}{p+q}\,x + A\cdot\frac{a+b}{p+q}\cdot\frac{a+2b}{p+2q}\,x^2 + A\cdot\frac{a+b}{p+q}\cdot\frac{a+2b}{p+2q}\cdot\frac{a+3b}{p+3q}\,x^3 + \text{&c.},$$

dont l'équation différentielle eſt

$$[p-(a+b)x]\,y\,\mathrm{d}\,x + (q-bx)\,x\,\mathrm{d}\,y - p\,A\,\mathrm{d}\,x = 0,$$

& qu'on déſire transformer en une autre qui procède ſelon les puiſſances de a. Nous ſuppoſons

$$y = A' + B'a + C'a^2 + D'a^3 + \ldots + Na^n + \text{&c.}$$

1°. Nous aurons, pour déterminer A', l'équation

$$(p-bx)\,A'\,\mathrm{d}\,x + (q-bx)\,x\,\mathrm{d}\,A' = p\,A\,\mathrm{d}\,x,$$

qui étant intégré, donne

$$A' = \frac{p\,A\int(q-bx)^{-\frac{p}{q}}\,x^{\frac{p}{q}-1}\,\mathrm{d}\,x}{(q-bx)^{1-\frac{p}{q}}\,x^{\frac{p}{q}}}.$$

L'intégrale doit être priſe de manière que $x = 0$ donne $A' = A$.

2°. Nous aurons pour les autres coëfficiens des différentes puiſſances de a, l'équation déterminatrice

$$(p-bx)\,N'\,\mathrm{d}\,x + (q-bx)\,x\,\mathrm{d}\,N = x\,M'\,\mathrm{d}\,x,$$

qui

qui étant intégrée donnera

$$N' = \frac{\int (q - b x)^{-\frac{p}{q}} x^{\frac{p}{q}} M' \, \mathrm{d}x}{(q - b x)^{1-\frac{p}{q}} . x^{\frac{p}{q}}}.$$

Si $x = 0$, $a = 0$, $N = \frac{\mathrm{d}^n y}{1.2.3.\ldots.n \, \mathrm{d}a^n} = 0$. L'intégrale ci-dessus devra donc être prise de manière que $x = 0$ donne $N' = 0$.

Faisant donc pour abréger $(q - b x)^{1-\frac{p}{q}} x^{\frac{p}{q}} = \alpha$, on aura enfin

$$y = \frac{p A}{a} \int \frac{\alpha \, \mathrm{d}x}{q - b x} + \frac{p A a}{a} \int \frac{\mathrm{d}x}{a} \int \frac{\alpha \, \mathrm{d}x}{q - b x}$$
$$+ \frac{p A a^2}{a} \int \frac{\mathrm{d}x}{a} \int \frac{\mathrm{d}x}{a} \int \frac{\alpha \, \mathrm{d}x}{q - b x} + \&c.$$

§ 11. Soit la série

$$\psi = a^m X + \frac{m a^{m-1} x \, \mathrm{d}X}{1. \quad \mathrm{d}x} . t + \frac{m.m-1.a^{m-2} x \, \mathrm{d}[x \, \mathrm{d}(x \, \mathrm{d}X)]}{1.2. \quad \mathrm{d}x^2} . t^2 + \&c.$$

Dans laquelle on a fait pour abréger $\frac{1}{1-x} = X$, & qui a pour équation différentielle

$$a \left(\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t}\right) - m x \left(\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}x}\right) + t x \left(\frac{\mathrm{d}\,\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}x \, \mathrm{d}t}\right) = 0.$$

Si on vouloit la transformer en une autre qui procédât selon les puissances de x, on supposeroit

$$\psi = A + Bx + Cx^2 + Dx^3 + Ex^4 \ldots + Nx^n + \&c.$$

Nous aurions pour déterminer A l'équation $a \left(\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t}\right) = 0$. Donne $A = \text{const.}$ Si $x = 0$, $\psi = a^m = \text{const.} = A$, donc $A = a^m$. Nous aurons, de plus, l'équation déterminatrice pour les autres coëfficiens de x

$$\left(\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t}\right)(a + n t) = n m N,$$

qui étant intégrée donne $N = (a + nt)^m \times$ conſt., mais ſi $x = 0$, $t = 0$, $N = \frac{d^n y}{1.2.\ldots.n\, d x^n} = a^m = a^m \times$ conſt., donc conſt. $= 1$, & $N = (a + nt)^m$. D'où on tirera

$$\psi = a^m + (a+t)^m x + (a+2t)^m x^2 + (a+3t)^m x^3 + \&c.$$

SECONDE PARTIE.

De la transformation d'une ſérie y procédant ſelon les puiſſances de x, en une autre qui lui ſoit égale, mais procédant ſelon les fonctions de z fonction de x, qui n'entre pas dans la valeur donnée de y.

§ 12. Soit la ſérie propoſée

(1) $y = A + Bx + Cx^2 + Dx^3 + Ex^4 + \ldots + Nx^n + \&c.$,

que l'on veuille transformer en une autre

(2) $y = A' + B't + C't^2 + D't^3 + E't^4 + \ldots + N't^n + \&c.$,

qui procède ſelon une autre variable t, t étant une fonction de x. Puiſque t eſt fonction de x, on aura auſſi $x = \Sigma : t$. Si dans l'équation différentielle de la ſérie (1), on ſubſtitue à la place de x & de ſes différentielles leurs valeurs tirées de l'équation $x = \Sigma : t$, on aura une équation entre t, y & leurs différentielles, qui exiſtant en même temps que l'équation différentielle de la ſérie (2), devra être identique avec elle. Donc par la ſubſtitution de $x = \Sigma : t$ dans l'équation différentielle de la ſérie (1), on obtiendra une équation différentielle dont la ſérie intégrale procédant ſelon les puiſſances de t, ſera égale à la ſérie cherchée (2).

§ 13. Cette méthode n'offre aucune difficulté; elle peut découler de celle de la première partie, puiſqu'après avoir ſubſtitué pour x, ſa valeur $\Sigma : t$ dans la ſérie (1) & dans ſon équation différentielle, on

aura à transformer une série fonction de t, en une autre qui lui soit égale & qui procède selon les puissances de cette même variable. Nous ne nous y arrêterons pas davantage; nous nous contenterons d'exposer quelques réflexions relatives à la nature des séries en général & surtout à celle de leurs transformations.

§ 14. On peut toujours supposer qu'une série donnée procède selon les puissances d'une variable arbitraire x, à laquelle on aura donné ensuite une valeur déterminée; puisque chaque terme de la série peut être considéré comme multiplié par 1, & cette unité comme étant le résultat d'une des puissances de x, après avoir fait $x = 1$. Chaque terme de la série pourra donc être considéré comme étant le coëfficient d'une des puissances de x multipliées chacune par un coëfficient.

§ 15. Sous ce point de vue les séries régulières peuvent être divisées en différentes classes. La première renfermera celles qui sont telles que le coëfficient d'une puissance quelconque de x est une fonction de l'exposant de cette puissance & du coëfficient de la puissance immédiatement inférieure. Telle est la série

$$y = \frac{1}{p} + \frac{x}{p+q} + \frac{x^2}{p+2q} + \frac{x^3}{p+3q} + \ldots + \frac{x^n}{p+nq} + \text{&c.}$$

dont l'équation déterminative est $N = \left(\frac{p+(n+1)q}{p+nq}\right). M.$

La seconde classe comprendra les séries dans lesquelles le coëfficient quelconque d'une des puissances de x est une fonction des coëfficiens des deux puissances immédiatement inférieures & de l'exposant de cette puissance. Telle est la série

$$y = \frac{1}{p} + \left(\frac{2}{p+q} + \frac{1}{pq}\right)\dot{x} + \left[\left(\frac{2}{p+q} + \frac{1}{pq}\right)\left(\frac{3}{p+2q}\right) + \frac{2}{pq}\right] x^2 + \text{&c.,}$$

dont l'équation déterminative est $N = \frac{1+n}{p+nq} M + \frac{n}{q} L.$

En général, la m^e classe comprendra les séries dans lesquelles le coëfficient d'une puissance quelconque de x est une fonction de l'expo-

ſant de cette puiſſance & des coëfficiens des m^{es} puiſſances immédiatement inférieures.

On s'aperçoit facilement que la première claſſe eſt une espèce dans la ſeconde, que les deux premières ſont des espèces dans la troiſième, que les trois premières ſont des espèces dans la quatrième, & ainſi de ſuite; en ſorte que pour éviter toute confuſion, une ſérie ſera toujours regardée comme étant de la claſſe la plus élevée de toutes celles dans lesquelles elle pourroit être placée.

§ 16. Soit l'équation différentielle

$$\alpha + \beta y + \gamma \frac{dy}{dx} + \delta \frac{d\,dy}{dx^2} + \varepsilon \frac{d^3 y}{dx^3} + \&c.,$$

dans laquelle α, β, γ, δ, ε &c. repréſentent des fonctions rationelles entières de x, & qui eſt la forme la plus générale de toutes les équations différentielles de ſéries regulières.

Si on veut chercher la ſérie intégrale de cette équation différentielle, les termes de la forme

$$a\,y,\quad b\,x\,\frac{dy}{dx},\quad c\,x^2\,\frac{d\,dy}{dx^2},\quad d\,x^3\,\frac{d^3 y}{dx^3} \ldots\ldots n\,x^n\,\frac{d^n dy}{dx^n},$$

a, b, c, d, ... n, étant des quantités conſtantes, ramenèront les uns ſous les autres les mêmes coëfficiens de x dans la ſérie qu'on ſuppoſe être l'intégrale cherchée, en ſorte que ſi l'équation différentielle donnée ne renfermoit que des termes de cette forme, on auroit chacun des coëfficiens de x égal à zéro, ce qui apprendroit que $y = 0$ ſatisfait à l'équation propoſée, & indiqueroit tout au plus une ſolution particulière de cette équation.

En général, ſi l'on regarde y comme n'étant de nulle dimenſion, x^n comme de n dimenſions poſitives, & $\frac{a^n y}{dx^n}$, comme de n dimenſions négatives, on aura ce théorème.

Une équation différentielle entre x & y, dans laquelle dx eſt regardé comme conſtant, & qui ne contient que des termes d'un même

nombre de dimenſions, ne pourra s'intégrer par une ſérie y procédant ſelon les puiſſances de x.

§ 17. De là réſulte cet autre théorème.

La ſomme y d'une ſérie procédant ſelon les puiſſances de x, ne pourra être donnée par une équation différentielle dont chaque terme ſoit d'un même nombre de dimenſions.

§ 18. Et en général.

La ſomme y d'une ſérie procédant ſelon les puiſſances de x, peut être donnée par une équation différentielle dans laquelle le terme qui a le moins de dimenſions, ſoit celui dans lequel y ſe trouve comme facteur, ou ſa différentielle du degré le plus élevé, ſi y ne ſe rencontre pas dans l'équation.

§ 19. Si à une équation différentielle dont tous les termes ont le même nombre de dimenſions, on en ajoute un qui contient une dimenſion de moins, ou pluſieurs du même nombre de dimenſions entr'eux, mais d'une unité moindre que celui des dimenſions des autres termes de l'équation; la ſérie intégrale ſera de la première claſſe d'où réſulte ce théorème.

L'équation différentielle d'une ſérie de la première claſſe eſt telle que le nombre des dimenſions de celui de ſes termes qui en a le plus, ne ſurpaſſe que de l'unité le nombre de dimenſions de celui de ſes termes qui en a le moins.

§ 20. Et en général.

L'équation différentielle d'une ſérie de la même claſſe eſt telle que le nombre de dimenſions de celui de ſes termes qui en a le moins ſurpaſſe de même unités le nombre de dimenſions de celui de ſes termes qui en a le moins.

§ 21. Il réſulte de là que ſi on transforme une ſérie procédant ſelon les puiſſances de x en un autre procédant ſelon les puiſſances de t, t étant une fonction de x donnée par l'équation

$$x = \alpha + \beta t + \gamma t^2 + \delta t^3 \ldots + \nu t^n,$$

la ſérie transformée ſera d'une claſſe ſupérieure à celle de la ſérie propoſée. Si l'expoſant de la plus haute puiſſance de x dans l'équation différentielle de la ſérie propoſée eſt égal à m, la transformée ſera de la $m + n$ claſſe.

Si l'équation entre t & x étoit de cette forme

$$t = \alpha + \beta x + \gamma x^2 + \delta x^3 \ldots + \nu x^n,$$

la transformée ſeroit d'une claſſe inférieure à celle de la propoſée; mais dans ce cas, on ne ſauroit déterminer en général de quelle claſſe elle ſeroit

§ 22. On voit donc qu'on pourra toujours transformer une ſérie en une autre d'une claſſe ſupérieure en ſubſtituant dans l'équation différentielle, à la place de x, une valeur tirée de l'équation

$$x = \alpha + \beta t + \gamma t^2 + \delta t^3 \ldots + \nu t^n.$$

Soit par exemple

$$y = \frac{x}{1} + x^2/_2 + x^3/_3 + x^4/_4 + x^5/_5 + \text{&c.},$$

dont l'équation déterminatrice eſt $N = \frac{n-1}{n} M. = \frac{1}{n}$, ce qui donne pour équation différentielle $(1 - x)\frac{dy}{dx} - 1 = 0$. Pour la convertir en une ſérie de la ſeconde claſſe procédant ſelon la variable t, je ſuppoſerai $x = \alpha + \beta t + \gamma t^2$. Cette valeur de x étant ſubſtituée dans l'équation différentielle $(1 - x)\frac{dy}{dx} - 1 = 0$, la convertira en celle-ci

$$(1 - \alpha - \beta t - \gamma t^2)\frac{dy}{dx} - \beta - 2\gamma t = 0.$$

Pour trouver ſa ſérie intégrale, nous ſuppoſerons

$$y = A + Bt + Ct^2 + Dt^3 \ldots + Nt^n.$$

Nous trouverons que A eſt égal à ce que y devient lorsque $x = \alpha$, ou

$$A = \alpha/_1 + \alpha^2/_2 + \alpha^3/_3 + \alpha^4/_4 - \&c. = \log. \frac{1}{1-\alpha}.$$

On aura, de plus,

$$B = \frac{\beta}{1-\alpha}, \quad C = \frac{\beta B + 2\gamma}{2(1-\alpha)}, \quad D = \frac{2\beta C + \gamma B}{3(1-\alpha)}, \quad E = \frac{3\beta D + 2\gamma C}{4(1-\alpha)},$$

& en général l'équation déterminatrice ſera

$$N = \frac{(n-1)\beta M + (n-2)\gamma L}{n(1-\alpha)},$$

ce qui place effectivement cette ſérie dans la ſeconde claſſe.

Si on vouloit transformer cette même ſérie y en une de la troiſième claſſe, nous ferions

$$x = \alpha + \beta t + \gamma t^2 + \delta t^3,$$

ce qui changeroit l'équation différentielle en celle-ci

$$(1 - \alpha - \beta t - \gamma t^2 - \delta t^3) \frac{dy}{dt} - \beta - 2\gamma t - 3\delta t^2 = 0,$$

dont l'intégrale étant ſuppoſée

$$y = A + Bt + Ct^2 + Dt^3 + Et^4 + \ldots + Nt^n + \&c.,$$

donneroit pour A, B, les mêmes valeurs que ci-deſſus, puis

$$D = \frac{2\beta C + \gamma B + 3\delta}{3(1-\alpha)},$$

& en général

$$N = \frac{(n-1)\beta M + (n-2)\gamma L + (n-3)\delta K}{n(1-\alpha)}.$$

§ 23. Quoiqu'on puiſſe toujours transformer une ſérie en une autre d'une claſſe ſupérieure, l'inverſe ne pourra pas toujours avoir lieu. Il faudroit pour cela ſuppoſer $t = \alpha + \beta x + \gamma x^2 + \&c.$ Équation de laquelle on ne peut pas toujours tirer la valeur de x de manière à ce qu'en la ſubſtituant dans l'équation différentielle, ſon intégrale ſoit d'une claſſe inférieure à celle de la propoſée.

§ 24. Cette faculté que nous avons de transformer une série donnée en une autre d'une classe différente peut nous être utile pour trouver des séries plus convergentes que la proposée, sans cesser de lui être égales. Car supposé que nous opérions cette transformation, il est évident que pourvu que nous satisfaisions à l'équation entre t & x, les valeurs de α, β, γ, δ, &c. restent d'ailleurs à notre volonté, ce qui nous permet d'espérer que dans un très-grand nombre de cas nous pouvons déterminer α, β, γ, &c. de manière à ce que la série transformée soit plus convergente que la proposée.

OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES, faites à l'Obſervatoire royal dans le cours de l'année 1804.

PAR MONSIEUR BODE.

(*Tirées du Journal de l'Obſervatoire.*)

Traduit de l'allemand.

Pour m'aſſurer de l'exacte poſition de notre nouvelle lunette méridienne de Dollond, de $3\frac{1}{2}$ pieds, j'ai obſervé cette année, dix-huit fois, la culmination de pluſieurs étoiles à des hauteurs très-différentes; je la rectifiai en conſéquence à l'aide du niveau & du pendule, & les comparai l'une avec l'autre & avec le temps de la culmination du ſoleil. Pour vérifier la marche à la pendule de Seyffert, en temps du premier mobile, j'ai fait culminer le ſoleil 133 fois, cette année, devant la lunette de Dollond. Le grand nombre de jours ſombres, qui va en augmentant d'année en année, ou du moins le temps variable que nous avons eu, a mis beaucoup d'empêchement & de difficultés à mes recherches. Il y a eu des intervalles de dix jours & davantage, où je n'ai vu ni ſoleil ni étoiles.

L'année a commencé par un temps doux, mais ſombre & couvert. A la mi-janvier nous eûmes un peu de gelée, mais qui fut de courte durée. La ſeconde moitié de janvier ſe paſſa en pluies; l'air étoit doux. En février, il gela modérément, il tomba beaucoup de neige, l'air étoit

exceſſivement ſombre. Dans la première moitié de mars, le temps s'éclaircit, ſans qu'il y eût de fortes gelées; mais dans la ſeconde moitié du mois, un vent d'eſt très-vif amena une forte gelée qui dura quinze jours & au-delà. Le thermomètre de Réaumur indiqua le 21, 8 degrés, & le 22, 9 degrés au-deſſous du point de congélation. Vers le temps de l'équinoxe, les rayons du ſoleil n'avoient pas aſſez de force pour fondre la glace, ce qui eſt inouï. Le dégel ne commença qu'à la fin de mars. En avril, il tomba beaucoup de neige & de pluie, il fit beaucoup de vent. Vers la fin d'avril, & en mai, l'air s'échauffa. Nous eûmes un mois de juin aſſez chaud, mais inégal. Au commencement de juillet jusqu'à la moitié du mois, du froid; dans la ſeconde moitié d'exceſſives chaleurs qui durèrent jusqu'aux premiers jours d'août. La plus grande partie d'août, pluie, vent, un temps frais. En ſeptembre, beaucoup de chaleur & de ſéchereſſe; vers la fin du mois des pluies & un ciel couvert. Dans la première moitié d'octobre, beaucoup de pluie & de nuages; dans la ſeconde moitié, un temps froid & désagréable. L'hiver rude & continu que nous avons eu cette année, commença dès le mois de novembre. Le 5 novembre, le thermomètre étoit à $5\frac{1}{2}$ ſous zéro; il geloit ſans discontinuer, & le 28, nous eûmes la première neige. Vers la mi-décembre, il y eut du dégel; à cela près il gela, plus ou moins, tout le long du mois. Le 23 décembre, le thermomètre étoit à $10\frac{1}{2}$ ſous zéro; le 30, à 12°; le 31, à $16\frac{1}{2}$. Dès que la gelée eſt parvenue à 10 degrés au-deſſous de zéro & au-delà, il eſt presque phyſiquement impoſſible, ſur tout quand c'eſt un vent du nord ou de l'oueſt qui l'amène & l'accompagne, de faire de nuit des obſervations à l'Obſervatoire.

Une table, calculée & arrangée pour la marche de la pendule de Seyffert, indiqua qu'en janvier & février, elle a avancé en temps du premier mobile, & en prenant un terme moyen, de 7" toutes les vingt-quatre heures; en mars, d'environ 6"; en avril, de 3" 5; & qu'en mai & juin elle a ſuivi exactement le temps du premier mobile. Dans les grandes chaleurs de juillet & d'août elle a retardé de 1 à 2". Depuis,

elle a de nouveau avancé de 3 à 4″. Pendant tout le mois de ſeptembre elle ne s'eſt point écartée du temps du premier mobile. En octobre, elle a précédé de 8 à 9″. Vers la moitié du mois, la rigueur de la gelée l'arrêta. Je la fis remettre en ordre à cette occaſion, j'allongeai ſon pendule, & en décembre, elle a avancé régulièrement tous les jours de 3 à 4″.

La pendule angloiſe de Bullock qui indique le temps moyen, n'a avancé tout le long de l'année que de peu de ſecondes par jour, & cela très-uniformément. En janvier, février & mars, elle a avancé de 2″, en avril de 3″, en mai, juin, & juſqu'en ſeptembre de 4″, en octobre de 3″, en novembre de 2″, & en décembre, elle s'eſt presque trouvée exactement conforme au temps moyen. J'ai remarqué comme une ſingularité, que lorſqu'il fait un temps froid, cette horloge retarde, & qu'elle avance par un temps chaud, ce qui eſt contraire à l'expérience que nous donnent les autres pendules. J'en attribue la cauſe à la précaution qu'a priſe l'artiſte, de ſuſpendre à un reſſort ſon pendule, qui a la forme d'un gril.

On n'eſt pas dans le cas de pouvoir chauffer la grande ſalle de l'Obſervatoire. Par cette raiſon, les pendules qui y ſont placées, ſont expoſées à-peu-près à la température du grand air. On ne doit pas s'étonner, par conſéquent, de la grande altération qui a lieu dans leur marche, & qui eſt plus ſenſible dans celle de M. Seyffert que dans celle de l'anglois Bullock. Le thermomètre & ſes termes extrêmes, varient ſouvent à l'Obſervatoire, d'hiver en été, de 12° au-deſſous de zéro, à 24° au-deſſus.

On explique d'autres petites irrégularités apparentes de ces deux pendules, par la difficulté de compter exactement les ſecondes, par l'inégalité de la vivacité des rayons du ſoleil, & quelquefois par les redreſſemens à faire à l'inſtrument de paſſage, pour lui donner ſon exacte poſition.

Pour déterminer le temps de l'horloge au midi vrai, j'ai pris 18 fois des hauteurs correſpondantes du ſoleil, à l'aide du ſextant de Troughton

de 10 pouces, & de l'horizon artificiel à huile; j'ai toujours trouvé les réſultats parfaitement correſpondans avec ceux que m'avoit donnés l'inſtrument de paſſage.

A l'aide de pluſieurs obſervations d'étoiles, j'ai tâché de rendre la poſition du mural auſſi approchante que poſſible du plan méridien, de ſorte qu'il ne peut s'être gliſſé aucune faute de conſéquence dans les obſervations comparatives du ſoleil, de la lune & des planètes, continuées à l'aide de cet inſtrument. J'ai obſervé 35 fois au mural la hauteur méridienne du ſoleil, ſurtout pour la comparer avec les obſervations des planètes.

J'ai obſervé avec la lunette méridienne, le temps de la culmination du ſoleil, des planètes, de la lune & des étoiles fixes, en prenant ſur le mural leur hauteur au moment où le fil 3^{e} ou du milieu en étoit touché. De cette manière, j'ai obſervé avec l'inſtrument de paſſage & ſur le mural, la culmination & la hauteur d'Uranus 7 fois, celle de Saturne 7 fois, celle de Jupiter 11 fois, celle de Vénus 25 fois, celle de la Lune 13 fois. Le 13 juillet, j'ai obſervé Mercure au méridien, quoiqu'imparfaitement à cauſe des nuages; j'ai attendu pluſieurs fois, mais inutilement, cette planète dans la lunette de l'inſtrument de paſſage & du mural, par un temps en apparence ſerein. Très-rarement, l'air eſt à Berlin aſſez ſerein pour y obſerver, de jour, des étoiles. Quant aux trois nouvelles planètes, j'ai obſervé avec certitude avec l'inſtrument de paſſage & au mural, Cérès 12 fois, Pallas une ſeule fois, en ſeptembre & non-auparavant. J'ai découvert 14 fois Junon cette année; je l'ai attendue bien plus ſouvent en vain, à cauſe de ſa foible lumière, qui ſurtout lorsqu'il s'agiſſoit de cette planète, ne permettoit point du tout, ou au moins très-rarement, d'éclairer les fils; je l'ai ſouvent auſſi confondue avec des étoiles fixes. Pendant la plus grande partie de cette année, Mars n'a paſſé par le méridien que de jour. J'ai encore obſervé 3 fois Pallas avec le micromètre circulaire.

Observation d'URANUS, au mural, avec les étoiles voisines.

1804.	Temps du premier mobile de l'horloge.	Hauteur apparente.	Différence entre ♅ & l'étoile		Calcul de l'apparente	
			dans la culminat.	dans la haut.	ascenf. dr.	déclinaiſon.
	H. M. S.	D. M. S.	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.
vril 1. ♂ ♍	12 44 7	41 58 30				
♅	parut d'une	telle foibl	esse à cause	des vapeurs,	que je ne	le reconnus
			pas pour la	planète.		
vr. 4. 1 ♈ ♍	12 30 20,5	37 8 27	— 21 24,0	+4 33 35		
♅	12 51 44,5	32 34 52			193 17 35	4 56 24 A.
θ ♍	12 58 25,5	33 1 46	+ 6 41,0	+0 26 54		
vril 13. ♅	12 51 0,0	32 43 31			192 56 14	4 47 59 A.
θ ♍	12 59 6,5	33 2 1	+ 0 8 6,0	+0 18 30		
Spica	13 14 10,0	27 23 32	+ 0 23 10,0	—5 19 59		
vr. 20. 1 ♈ ♍	12 31 27,5	37 9 53	— 0 18 55,0	+4 17 59		
♅	12 50 22,5	32 51 54			192 40 19	4 40 48 A.
Spica	13 14 37,0	27 24 48	+ 0 24 14,5	—5 27 6		
vril 29. ♅	12 49 34,0	32 59 43			192 20 45	4 32 49 A.
θ ♍	13 0 2,5	33 3 2	+ 0 10 28,5	+0 3 19		
Spica	13 15 6,0	27 24 47	+ 0 25 32,0	—5 34 56		
ai 5. ♅	12 48 50,0	33 4 32			192 8 58	4 28 5 A.
θ ♍	13 0 5,5	33 3 2	+ 0 11 15,5	—0 1 30		
Spica	13 15 9,5	27 24 44	+ 0 26 19,5	—5 39 48		
ai 19. 1 ♈ ♍	12 32 2,5	37 9 53	— 0 15 15,5	+3 55 51		
♅	12 47 18,0	33 14 2			191 45 32	4 18 36 A.
θ ♍	13 0 7,0	33 3 1	+ 0 12 49,0	—0 11 1		
Spica	13 15 11,0	27 24 38	+ 0 27 53,0	—5 49 24		

Calcul de l'observation d'URANUS, du 4 avril.

'après le catalogue de Piazzi,

le 4 avril 1804.

Ascenſion droite de 1 ♈ ♍	187 56 10,1	Déclinaiſ.	0° 22′ 20,2	A.	
Aberr. +18″,2. Nut. +12″,0 =	+	2. (+7″7 +6″1)		13,8	
	187 56 40,3		0 22 34,0		
Différ. de la culm. —21′ 24″,0 =	+ 5 21 0	Différ. de la vraie haut.	4 33 48,0		
	193 17 40,3		4 56 22,0.		

D'après Piazzi,
le 4 avril 1804.

Ascenſion droite de θ ♍	—	194	57	14,8	Déclin.	4 29 17,2	A.
Aberr. + 18″4 Nut. + 11″,9	=			30,3 (+ 7″7 + 6″8)	+	14,5	
		194	57	45,1		4 29 31,7	
Différ. de la culm. + 6′ 41″,0	= —	1	40	15	Diff. de la haut. +	0 26 55	
		193	17	30		4 56 26	
Terme moyen		193	17	15		4 56 24	A.
Calcul de la longitude d'♁	6 S.	14°	8′	55″	Latitude	0° 42′ 5″	B.
Aberr. — 15″ Nut. — 12	=		—	27			
Long. vr. du point équin. moyen	6	14	8	28			
Les tables de Delambre	6	14	8	40	—	0 41 49	
Différence			+	12	—	16.	

De la réſulte ♆ d'Uranus, le 3 avril à 16 h. 39′ 47″ T. m. ſelon l'obſervation.
0 h. 4′ 41″ plus tard ſelon les tables.

Obſervation de SATURNE *au mural, comparé avec des étoiles voiſines.*

1804.	Temps du premier mobile de l'horloge			Hauteur apparente.			Différence entre ♄ & l'étoile dans la culminat.			dans la hauteur.			Calcul de l'apparente ascenſ. dr.			déclinaiſon.		
	H.	M.	S.	D.	M.	S.	H.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.
Mars 21. β ♍	11	44	0,5	40	22	50	— 0	24	10,5	+ 0	33	5						
(par M. le Prof. Ideler.) ♄	12	8	10,5	39	49	45							181	10	31	2	18	48 B.
Avril 1. β ♍	11	38	52,0	40	22	49	— 0	21	3,0	+ 0	12	55						
♄	11	59	55,0	40	9	54							180	23	38	2	39	0 B.
δ ♍	12	44	7,0	41	58	30	+ 0	44	12,0	+ 1	48	36						
Avril 4. β ♍	11	39	5,5	40	22	44	— 0	20	15,0	+ 0	7	37						
♄	11	59	20,5	40	15	7							180	11	41	2	44	18 B.
η ♍	12	8	29,0	37	56	9	+ 0	9	8,5	— 2	18	58						
Avril 13. ♄	11	58	40,0	40	29	42							179	51	9	2	58	44 B.
η ♍	12	9	10,0	37	56	14	+ 0	10	30,0	— 2	33	28						
Avr. 20. β ♍	11	40	13,0	40	24	21	— 0	16	15,5	— 0	16	41						
♄	11	56	28,5	40	41	2							179	11	48	3	8	36 B.
η ♍	12	9	36,5	37	57	44	+ 0	13	8,0	— 2	43	18						
Avril 30. ♄	11	55	0,5	40	52	21							178	42	6	3	20	1 B.
η ♍	12	10	7,5	37	57	36	+ 0	15	7,0	— 2	54	45						
Mai 17. ♄	11	52	58,5	41	3	14							178	9	23	3	32	23 B.
δ ♍	12	46	1,5	41	58	33	+ 0	53	9,0	+ 0	55	19						

Calcul de l'observation du 21 mars.

D'après le catalogue de Piazzi,
le 21 mars 1804.

Ascension droite de β ♍	175	7	23,6	Déclinaif.	2°	52′	6″,5	B.
Aberr. + 18″,3. Nut. + 12″,4	+		30,7	(—7″,9 —4″,6) —		12	5	
	175	7	54,3		2	51	54,0	
Différ. de la culmin. +	6	2	37	Différ. de la vraie haut. +		33	6	
Ascenſion dr. de ♄	181	10	31,3	Déclin.	2	18	48	B.

Temps de l'obſerv. ou de la Culm.
12 h. 8′ 10″,5 T. du pr. mob.
= à 12 h. 7′ 39″,5 T. m.

Calcul de la long. app. de ♄	6 S.	0°	9′	27″	Latit.	2°	35′	23″ B.
Aberr. — 13″ Nut. — 12	=		—	25.				
Long. vraie du point équin. moyen.	6	0	9	2		2	35	23 B.
Tables de Delambre.	6	0	9	25		2	35	26
Différ.		+		23		+	3.	

J'ai calculé de là, ☌ de ♄ le 20 mars
13 h. 37′ 27″ T. m. ſelon les tables.
13 28 31 T. m. ſelon l'obſervation.

Obſervations de JUPITER, au mural, comparé avec les étoiles voiſines.

1804.	Temps du premier mobile de l'horloge.			Hauteur apparente.			Différence entre ♃ & l'étoile dans la culminat.			dans la hauteur.			Calcul de l'apparente ascenſ. dr.			déclinaiſon.		
	H.	M.	S.	D.	M.	S.	M.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.
Janv. 3. ♃	14	9	30, 0	26	22	46							210	36	40	11	40	21S
λ ♍	14	15	34, 5	25	5	35	+0	6	4,5	—1	17	11						
Av. 13. Spica	13	14	10, 6	27	23	32	—0	45	54,0	+0	35	27						
♃	14	0	4, 0	26	48	5							210	12	22	10	43	47S
Av. 19. 86 ♍	13	35	11, 5	26	6	38	—0	22	22,0	—0	58	22						
♃	13	57	33, 5	27	5	0							209	28	46	10	28	8S
λ ♍	14	8	12, 5	25	5	24	+0	10	35,0	—1	59	36						
Av. 20. Spica	13	14	37, 0	27	24	48	—0	42	30,5	+0	17	12						
♃	13	57	7, 5	27	7	36							209	21	25	10	25	31S
λ ♍	14	8	16, 0	25	5	26	+0	11	8,5	—2	2	10						

1804.	Temps du premier mobile de l'horloge.			Hauteur apparente.			Différence entre ♃ & l'étoile dans la culminat.			Différence entre ♃ & l'étoile dans la hauteur.			Calcul de l'apparente ascenſ. dr.			Calcul de l'apparente déclinaiſon.		
	H.	M.	S.	D.	M.	S.	H.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.
Avr. 29. Spica	13	15	6,0	27	24	47	−0.	38.	10,0	−0	6	0						
♃	13	53	16,0	27	30	47							208	16	18	10	2	17S
λ ♍	14	8	45,0	25	5	27	+0.	15.	29,0	−2	25	20						
Mai 5. Spica	13	15	9,5	27	24	44	−0.	35.	22,5	−0	20	46						
♃	13	50	32,0	27	45	30							207	34	31	9	47	34S
Mai 9. ♃	13	48	41,0	27	54	39							207	7	54	9	38	22S
ϰ ♍	14	2	39,5	28	11	27	+0.	13.	58,5	+0	16	48						
Mai 15. ♃	13	46	16,0	28	7	32							206	30	46	9	25	36S
ϰ ♍	14	2	43,0	28	11	34	+0.	16.	27,0	+0	4	2						
Mai 19. Spica	13	15	11,0	27	24	38	−0.	29.	37,5	−0	50	41						
♃	13	44	48,5	28	15	19							206	8	10	9	17	40S
ϰ ♍	14	2	46,0	28	11	32	+0.	17.	57,5	−0	3	47						
Mai 21. ♃	13	44	5,0	28	18	54							205	57	45	9	14	19S
ϰ ♍	14	2	45,5	28	11	32	+0.	18.	40,5	−0	7	22						
λ ♍	14	8	49,0	25	5	25	+0.	24.	44,0	−3	13	29						
Decbr. 22. ♃	15	38	9	19	13	47												

Calcul des obſervations du 19 & 20 avril.

Catal. de Piazzi,
le 19 avril 1804.

Aſcenſion droite de 86 ♍	203°	52′	48″ 7	Déclin.	11	26	20,1	A.
Aberr. + 18″ 5 Nut. + 11″,8	=	+	30 3 (+7‴ 5 + 7″ 2)		+		14,7	
	203	53	19 0		11	26	34,8	
Diff. de la culm. 22′ 22″,0 = +	5	35	30 0	Diff. de la vr. haut.	+	3	0,2	
Aſcenſion droite appar. de ♃	209	28	49 0	Déclinaiſon	11	29	35,0	
T. m. de l'obſerv. 12 h. 6 36,0								
Aſcenſion droite de λ ♍	209	28	44	Déclinaiſon	10	29	34	
Terme moyen	209	28	46, 5	Déclinaiſon	10	29	34,5	
Long. appar. calculée de ♃	7 S.	1°	5′ 33″	Latit.	1°	29	35	B.
Aberr, — 11″ Nut. — 13	=	—	24					
Long. vr. du point équin. moy.	7 S.	1°	5′ 9	Latit.	1	29	35	B.
Tables de Delambre	7	1	5 4		1	29	27	
Différ.		—	5		—		8	

Cata-

Catalogue de Piazzi,
le 20 avril 1804.

Aſcenſion droite de Spica	198°	43′	22″	3	Déclin.	10°	8	4″,4	A.
Aberr. + 18″, 5 Nut. + 11″,8 =	+		30	3	(+7″4 + 7″5)	+		14, 9	
	198	43	52	6		10	8	19, 3	
Diff. de la Culm.	10	37	25	0	Diff. de la v. haut.		17	14, 0	
Aſc. droite appar. de ♃	209	21	27	6	Déclin.	10	25	33, 0	
Le 20 avril. Aſc. dr. de λ ♍	212	7	58	0	Déclin.	12	27	35, 0	A.
Aberr. + 19″,0 Nut. + 12″,2	=	+	31	2	(+6″7 + 7″,8)		+	14, 5	
	212	8	29	2		12	27	49, 5	A.
Différ. de la Culm.	2	47	7	0	Diff. de la v. haut.	2	2	21, 0	
Terme moyen	209	21	22	2		10	25	28, 5	
T. m. de l'obſervation 12 h. 2′ 11″,0									
Longit. appar. calculée de ♃	7 S.	0	58	0	Latit.	1	29	31	N.
Aberr. — 11″ Nut. — 13″	=	—		24					
Long. vr. de ♃ du point équin.	7	0	57	36					
Tables de Delambre	7	0	57	29		1	29	23	
Différ.			—	7			—	8	

J'ai calculé de là ♂ de ♃ le 20 avril
19 h. 20′ 12″ T. m. ſelon les tables.
19 22 45 ſelon l'obſervation.

Obſervations de CÉRÈS *au mural, comparée avec des étoiles voiſines.*

1804.	Temps du premier mobile de l'horloge.			Hauteur appar.			Différence entre Cérès & l'étoile dans la culm.			dans la h.			Calcul de l'apparente aſcenſ.dr.			déclinaiſon.		
	H.	M.	S.	D.	M.	S.	H.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.
Sept. 21. 1 ♀ Baleine	0	36	22, 0	25	53	47	— 0	11	6,0	+ 0	28	51						
Cérès	0	47	38, 0										11	21	56	12	9	4 A.
Sept. 27. 1 ♀ Baleine	0	37	21, 0	25	53	43	— 0	6	11,0	— 0								
Cérès	0	43	22, 0	point rec			onnoissable au			mural								
Oct. 4. 87 Baleine	0	33	34, 5	25	20	56												
Cérès	derr. des nuages			24	26	54				— 0	54	2						
Oct. 7. 87 Baleine	0	33	53, 5	25	21	2	— 0	2	9,5	+ 1	3	53						
Cérès	0	36	3, 0	24	17	9							8	1	24	13	16	25 A.
Octobre 10. Cérès	0	33	56, 0	24	9	6												
3 ♀ Baleine	0	50	33, 5	25	14	38	+	16	37,5	+ 1	5	32	7	24	33	13	24	49 A.
Oct. 20. 52 Baleine	0	18	22, 5	24	16	30	—	9	8,0	+ 0	22	7						
Cérès	0	27	30, 5	23	54	23							5	30	8	13	39	44 A.

1804.	Temps du premier mobile de l'horloge.	Haut. appar.	Différence entre Cérès & l'étoile dans la culm.	Différence entre Cérès & l'étoile dans la h.	Calcul de l'apparente afcenf.dr.	Calcul de l'apparente déclinaiſon.
	H. M. S.	D. M. S.	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.
Oct. 22. 52 Baleine	0 18 38, 5	24 16 26	— 7 45,5	+0 22 40		
Cérès	0 26 24, 0	23 53 46			5 9 30	13 40 17 A.
Nov. 2. 40 Baleine	0 14 16, 0	23 5 12	— 7 35,0	—1 0 8		
Cérès	0 21 51, 0	24 5 20			3 34 38	13 28 27 A.
	obſervation	incertain	e à 2 — 3 feco	ndes près.		
Nov. 5. 40 Baleine	0 14 37, 0	23 5 10	— 0 6 26,0	—1 7 7		
Cérès	0 21 3, 0	24 12 17			3 17 23	13 21 28 A.
Nov. 6. 40. Baleine	0 14 47, 0	23 5 5	— 0 6 4,5	—1 10 6		
Cérès	0 20 51, 5	24 15 11			3 12 0	13 18 28 A.
Nov. 7. 26 Baleine	0 17 50, 5	27 39 25	— 0 2 49,0	+3 21 44		
Cérès	0 20 39, 5	24 17 41			3 5 35	13 16 16 A.
β Baleine	0 42 2, 5	18 31 20	+ 0 21 23,0	—5 46 21		
Nov. 16. 28 Baleine	0 11 46, 5	22 40 37	— 0 8 3,0	—2 11 32		
Cérès	0 19 49, 5	24 52 9			2 33 20	12 41 23 A.
66 Baleine	0 29 38, 5	21 37 54	+ 0 9 49,0	—3 14 15		
Nov. 18. 28 Baleine	0 15 22, 0	22 40 33	— 0 7 48,0	—2 20 48		
Cérès	0 23 10, 0	25 1 21			2 29 49	12 32 21 A.
Décembre 5. Cérès	0 11 48, 0	26 42 24	— 0 13 45,5	—6 11 2	2 56 36	10 50 58 A.
78 Baleine	0 25 33, 5	32 53 26				

Cérès s'eſt montrée cette année plus foible en lumière que l'année précédente.

On ne trouve No. 40 de la baleine que dans les Tables de M. de la Lande. Son aſcenſion ſemble être trop petite d'une minute; par cette raiſon, les obſervations du 2, 5 & 6 novembre ne donnent que des réſultats incertains.

No. 78 de la baleine. Flamſteed ſeul a cette étoile. Son aſcenſion n'eſt pas juſtement calculée; d'où vient que l'obſervation du 5 décembre eſt peu ſûre.

Calcul des obſervations du 21 Septembre & du 7 Novembre.

Catalogue de Piazzi le 21 ſeptembre 1804.

Aſcenſion droite de 1 Φ baleine 8 34 53,4 Déclinaiſon 11 40 26,5 A.

Aberr. + 18″7 Nut. + 13″9 = + 32,6 (—7″8 — 5″8) = — 13,6

8 35 26,0 11 40 12,9

T. m. de l'obſervat. Diff. de la culm. 2 46 30,0 Diff. de la vr. haut. + 28 51,0

12 h. 42′ 46″8. Aſc. dr. app. de Cérès 11 21 56,0 Déclinaiſon 12 9 3,9

Longit. appar. calculée 0 S. 5° 31 44 Latitude 15° 39′ 17″ A.

Aberr. — 8″0 Nut. 14″3 — 22

0 5 31 22

		Transp.	0	5	31	22	15	39 17
En appliquant ici à mes Tables de Cérès pour 1807 la correction des époques d'après le X^ème élément du D. Gauſs, & en conſervant la perturbation de 24 = 4', ces tables fourniſſent le lieu géocentrique de Cérès	—	—	0	5	29	47	15	40 30
		Différ.	—	1	35		+	1 23″.

Je n'ai pu dans la ſuite obſerver Cérès au mural que le 7 octobre. Vers le temps de ſa ☍, le 27 ſeptembre, le temps étoit peu favorable aux obſervations.

Calcul de l'obſervation du 7 novembre, vers le temps de ſa ſtation orientale.

D'après Piazzi,

26 de la baleine ascenſ. droite		2°	22′	5″4	Déclinaiſon	9°	54′	19,0	A.
Aberr. + 13″8. Nut. + 14″1.	=	+	27	9	(— 3″1 — 5″9)	—		9,0	
		2	22	33,3		9	54	10,0	
T. m. de l'obſervat.	Diff. de la culm.		42	15	Diff. de la vr. haut.	3	22	2,0	
9 h. 4′ 54″,6.	Aſcenſ. dr. app. de Cérès	3	4	48,3	Déclinaiſ.	13	16	12,0	A.

Selon Piazzi,

β de la baleine ascenſ. droite		8°	26	38,0	Déclinaiſon	19°	3	32,4	A.
Aberr. + 15″,6. Nut. + 14″,6	=	+	30,2		(— 1″3 — 6″3)	—		7,6	
		8	27	8,2		19	3	24,8	
Différence de la culminat.		5	20	45,0	Diff. de la vr. haut.	5	47	4	
Aſcenſ. dr. appar. de Cérès		3	6	23,2	Déclinaiſon	13	16	20,8	
Terme moyen *)		3	5	35		13	16	16	
Long. app. calcul. de Cérès		11 S.	27	27,8	Latit.	13°	23′.	2″.	
Aberr. o′ Nut. — 14″,6	=	—	0	14,6					
Longit. vraie de Cérès du point équin.		11	27	26	53,4				
Mes Tables indiquent		11	27	22	34	13	22	37	
Différence		—	4	19		—	0	25.	

A cauſe de cette différence conſidérable, les tables ont beſoin, pour cette contrée, d'être rectifiées.

*) Ces différences conſidérables naiſſent de la différence de la hauteur de 26 et β de la baleine = 9° 8′. Le milieu ne diffère pourtant des obſervations de Piazzi, que de 16″ dans l'aſcenſion, et de 11″ dans la déclinaiſon.

Observations de PALLAS *au mural.*

J'ai fait plusieurs tentatives inutiles pour observer Pallas au mural. Je trouve dans mon Journal, que j'ai tenté de la découvrir le 1, 3, 4, 8 & 30 septembre, le 22 octobre, le 2 & 18 novembre, & que j'ai voulu comparer la planète avec des étoiles voisines, telles que θ 30 de Pégase, α ζ 109, 134 θ 117 des $\approx$, après avoir cherché de mon mieux le lieu qu'elle devoit occuper, & espéré de la reconnoître en temps & hauteur. Mais cette planète étant toujours, & particulièrement dans cette saison, très-foible de lumière, & ne se montrant que comme une étoile de la 9^{e} ou 10^{e} grandeur, elle ne supportoit pas la moindre éclairation des fils dans la lunette du mural; ou bien elle ne se présentoit absolument point dans le champ de la lunette, malgré tous les efforts possibles pour l'y voir; ou bien, ce qui étoit très-possible, on la confondoit avec une très-petite étoile fixe voisine, ce que prouvent les calculs qui accompagnoient l'observation. Malgré toutes les peines que j'ai prises, je ne suis parvenu qu'une fois à mon but; de 8 observations tentées, une seule m'a réussi, celle du 30 septembre; j'y ai aperçu réellement, quoiqu'avec une lumière très-foible, Pallas aux fils horizontaux & horaires de la lunette du mural, après avoir très-foiblement éclairé ces fils.

1804.	Temps du premier mobile de l'horloge.	Hauteur apparente.	Différence entre Pallas & l'étoile		Calcul de l'apparente	
			dans la culminat.	dans la haut.	ascens. dr.	déclinaison.
	H. M. S.	D. M. S.	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.
Sept. 30. Pallas	21 56 40	36 4 23			328 22 20	1 28 40 A.
α $\approx$	21 58 57, 5		+0 2 17,5			
ζ $\approx$	22 21 58, 5	36 32 24	+0 25 18,5	+ 0 28 1		

Temps de l'observation 9 h. 15′ 52″ T. m. Longit. appar. de Pallas 11 S. 0° 0′ 57″.
Latitude 10° 40′ 43″ B.

Observations de JUNON au mural, comparée avec des étoiles voisines.

1804.	Temps du premier mobile de l'horloge.			Hauteur appar.			Différence entre Junon & l'étoile. dans la culm.			dans la h.			Calcul de l'apparente ascenf. dr.			déclinaiſon.		
	H.	M.	S.	D.	M.	S.	H.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.
Sept. 21. 56 ♑	23	45	7, 0	33	19	16	—	14	54, 5	—	35	25						
66 ♑	23	50	53, 5	32	55	19	—	9	8, 0	—	59	22						
Junon	0	0	1, 5	33	54	41							359	27	31	3	38	23A.
Sept. 25. 56 ♑	23	45	40, 0	33	19	13	—	12	12, 5	+	18	7						
66 ♑	23	51	26, 5	32	55	18	—	6	26, 0	—	5	48						
Junon	23	57	52, 5	33	1	6							358	47	1	4	32	10A.
Sept. 27. 56 ♑	23	45	53, 0	33	19	13	—	11	13, 0	+	44	30						
66 ♑	23	51	40, 5	32	55	19	—	5	6, 0	+	20	36						
Junon	23	56	46, 5	32	34	43							358	27	5	4	58	35A.
Sept. 28. 56 ♑	23	46	1, 0	33	19	14	—	10	13, 0	+	57	32						
Junon	23	56	14, 0	32	21	42							358	17	12	5	11	31A.
49 Baleine	0	14	12, 0	33	33	47	+	17	58, 0	+1	12	5						
Oct. 10. 46 ♑	23	42	14, 5	33	42	46	—	8	1, 0	+4	6	13						
Junon	23	50	15, 5	29	56	33							356	29	13	7	36	56A.
24 Baleine	0	4	40, 0	31	13	43	+	14	24, 5	+1	17	10						
Oct. 11. Junon	23	49	53, 0	29	45	37							356	21	58	7	47	53A.
r ♑	23	56	23, 0	30	27	46	+	6	30, 0	+0	42	9						
ſ ♑	23	59	47, 5	30	45	49	+	9	54, 5	+1	0	12						
Oct. 14. Junon	23	48	52, 5	29	14	49							356	1	14	8	18	51A.
r ♑	23	56	45, 5	30	27	49	+0	7	53, 0	+1	13	0						
24 Baleine	0	5	8, 5	31	13	43	+0	16	16, 0	+1	58	54						
Oct. 20. Junon	23	47	29, 5	28	20	50							355	29	24	9	12	46A.
r ♑	23	57	29, 8	30	27	46	+0	10	0, 3	+2	6	56						
ſ ♑	0	0	54, 0	30	45	43	+0	13	24, 5	+2	24	53						
24 Baleine	0	5	53, 0	31	13	44	+0	18	23, 5	+2	52	54						
Nov. 2. *θ* ♒	22	14	0, 5	28	49	0	—1	34	16, 0	+1	47	19						
351 ♒	23	32	57, 5	29	1	18	—0	15	19, 0	+1	59	37						
365 —	23	38	30, 5	24	48	40	—0	9	46, 0	+2	13	1						
Junon	23	48	16, 5	27	1	41							355	12	3	10	32	12A.
r ♑	23	59	26, 5	30	27	56	+0	11	10, 0	+3	26	15						
Nov. 5. 351 ♒	23	33	28, 5	29	1	19	—0	15	47, 0	+2	10	40						
381 .	23	48	11, 0	26	50	39	—0	1	4, 5									
Junon	23	49	15, 5										355	18	57	10	43	13A.
r ♑	23	59	58, 5	30	27	53	+0	10	43, 0	+3	37	14						

1804.	Temps du premier mobile de l'horloge.			Hauteur appar.			Différence entre Junon & l'étoile dans la culm.			Différence entre Junon & l'étoile dans la h.			Calcul de l'apparente ascenſ. dr.			Calcul de l'apparente déclinaiſon.		
	H.	M.	S.	D.	M.	S.	H.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.
Nov. 6. 351 ♒	23	33	39, 0	29	1	19	—0	15	58, 5	+2	13	27						
381 ♒	23	48	21, 5				—0	1	16, 0									
Junon	23	49	37, 5	26	47	52							355	21	50	10	45	58 A.
r ♓	0	0	9, 0	30	27	50	+0	10	31, 5	+3	39	58						
Nov. 7. 381 ♒	23	48	30, 5				—0	1	30, 5				355	25	21	10	48	28 A.
Junon	23	50	1, 0	26	45	12												
r ♓	0	0	18, 0	30	27	48	+0	10	17, 0	+3	42	36						
26 Baleine	0	17	50, 5	27	39	25	+0	27	49, 5	+0	54	13						
Nov. 12. 351 ♒	23	34	37	29	1	16	—0	17	52, 5	+2	24	35						
381	23	49	18, 5				—0	3	11, 0									
Junon	23	52	29, 5	26	36	41							355	50	31	10	57	12 A.
Nov. 18. θ ♒	22	19	49, 5	28	48	51	—1	39	46, 0	+2	13	13						
355	23	40	48, 5	23	25	47	—0	18	47, 0	—3	9	51						
374	23	50	29, 5	24	34	47	—0	9	6, 0	—2	0	51						
Junon	23	59	35, 5	26	35	38							356	34	43	10	58	12 A.
ſ ♓	0	8	39, 5	30	45	47	+0	9	4, 0	+4	10	9						

Calcul des obſervations du 21 et 25 Septembre.

Selon Piazzi,

No. 56 des ♓ le 21 ſeptembre 1804,

Ascenſion droite 355° 43′ 21″ Déclinaiſ. 4° 14′ 13″ A.

Aberr. + 18″,3. Nut. + 13″,8 = + 32,1. $\left\{\begin{matrix} -7'',9 \\ -5'',8 \end{matrix}\right\}$ = — 13,4

Ascenſ. appar.	355	43	53,1		4	13	59,6
Différ. de la culm. 14′ 54″,5 =	3	43	37	Diff. de la vr. h.		35	38
	359	27	30		3	38	22 A.
No. 66 ♓	357	10	0		4	39	13 A.
Aberr. + 18″,2. Nut. + 13″,8 = + 32,0 $\left\{\begin{matrix} -7'',6 \\ -5'',4 \end{matrix}\right\}$						—	13
	357	10	32		4	38	0
Différ. de la culm. 9′ 8″,0 =	2	17	0	Diff. de la vr. h.		59	35
	359	27	32		3	38	25

Ascenſ. droite T. moyen 359 27 31 Déclin. 3 38 23,5 A.

Long. appar. calcul. 11 S. 28° 3′ 13″ Latitude 3° 7′ 16″ A.

Aberr. & Nut. 22

11 28 2 51

Transp.	11	28	2 51	Latit.	3°	7′	16″ A.
Mes tables de cette planète calculées d'après les premiers élémens donnent	11	28	4 14		3	7	8
Différence		+	1 23			—	8.

Temps moyen de l'observation 11 h. 55′ 21″.

Selon Piazzi, 56 ♓ le 25 septembre 1804,

Ascenſ. droite appar.	355°	43′	53″	Déclin.	4°	13′	59″ A.
Différ. de la culminat.	3	3	7	Diff. de la vr. h.	+ 18		5
Ascenſ. droite de Junon	358	47	0		4	32	7.

Selon Piazzi, 66 ♓, le 25 septembre 1804,

Ascenſ. droite apparente	357	10	32	Déclin.	4	38	0 A.
Diff. de la culm. 6′ 26″,0 =	+ 1	36	30	Diff. de la vr. h.		5	48

T. moyen de l'obſervat. 11 h. 37′ 4″

Ascenſion droite de Junon	358	47	2		4	32	12
Terme moyen	357	47	1		4	32	9
Longit. appar. calculée	11 S.	27°	4′ 33″	Latit.	3°	40′	36″ A.
Aberr. et Nut.		—	22				
	11	27	4 11				
Mes tables donnent	11	27	3 24		3	40	52
Différence		—	47			+	16.

Le réſultat de ces deux obſervations donne ☿ de Junon, le 20 ſeptembre à 22 h. 50′ 5″ T. m.

L'obſervation du 5 novembre (8 h. 41′ 49″ T. m.) fournit la longitude vraie géocentrique de Junon 11 S. 21° 25′ 10″, & ſa latitude 7° 58′ 12″ A. Mes tables indiquent pour la longitude — 4′ 40″. pour la latitude + 1′ 4″.

Obſervation de VÉNUS au mural, comparée avec le Soleil.

1804.	Temps du premier mobile de l'horloge.			Hauteur appar.			Différence entre ♀ & le Soleil dans la culm.			dans la haut.			Calcul de l'apparente ascenſ. dr.			déclinaiſon.		
	H.	M.	S.	D.	M.	S.	H.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.
Janv. 3. ☉	18	59	5, 0	14	39	4	— 1	25	20,0	— 1	39	3						
♀	20	24	25, 0	16	18	7							304	20	3	21	16	7 A.
Janv. 11. ☉	19	35	6, 0	15	37	16	— 1	31	33,5	— 3	7	33						
♀	21	6	39, 5	18	44	49							314	39	15	18	49	24 A.
Janv. 24. ☉	20	32	7, 5	18	7	10	— 1	40	4,0	— 5	43	56						
♀	22	12	11, 5	23	51	6							330	40	35	13	41	3 A.
Févr. 13. ☉	21	55	8, 5	23	52	29	— 1	51	10	— 9	41	45						
♀	23	46	18, 5	33	34	14							353	44	44	3	57	13 A.

1804.	Temps du premier mobile de l'horloge.			Hauteur appar.			Différence entre ♀ & le Soleil dans la culm.			dans la haut.			Calcul de l'apparente ascenſ. dr.			déclinaiſon.		
	H.	M.	S.	D.	M.	S.	H.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.
Mars 12. ⊙	23	32	14,0	34	14	10	— 2	9	35,2	—13	44	55						
♀	1	41	49,2	47	59	5							24	47	21	10	28	6 B.
Mars 13. ⊙	23	36	0,5	34	37	27	— 2	10	25,5	—13	50	38						
♀	1	46	26,0	48	28	5							25	54	56	10	57	16 B.
Mai 5. ⊙	2	49	7,5	53	47	44	— 3	6	10,5	— 9	58	32						
♀	5	55	18,0	63	46	16							88	45	59	26	14	36 B.
Mai 22. ⊙	3	55	58,2	57	55	40	— 3	17	19,8	— 4	54	12						
♀	7	13	18,0	62	49	52							108	15	56	25	18	14 B.
Juin 30. ⊙	6	36	32,4	60	44	10	— 2	40	1,6	+ 7	30	50						
♀	9	16	34,0	53	13	20							139	5	40	15	41	12 B.
Juill. 18 ⊙	7	50	43,5	58	35	40	— 1	32	24,5	+ 9	37	9						
♀	9	23	8,0	48	58	31							140	35	37	11	26	21 B.
Juill. 23. ⊙	8	10	34,0	57	39	1	— 1	5	35 8	+ 9	20	16						
♀	9	16	9,8	48	18	45							138	53	14	10	46	14 B.
Juill. 28. ⊙	8	30	17,0	56	33	43	— 0	35	43,3	+ 8	36	37						
♀	9	6	0,3	47	57	6							136	21	18	10	24	30 B.
Août 4. ♀ en ☌ infér.	La culmination offusquoient l			à 9′ avant champ de			midi; mais les r la lunette. La fa			ayons du soleil ueille étroite de			étoient trop re ♀ ne se mon			splendissans et troit pas.		
⊙	8	57	22,5	54	49	0												
Août 7. ♀	8	40	57,0	48	7	49							130	9	7	10	35	14 B.
⊙	9	8	48,7	53	59	55	+ 0	27	51,7	+ 5	52	6						
Aout 13. ♀	8	28	1,0	48	39	52												
⊙	A la culmin			ation du			soleil il faisoit			du vent et			tomboit de			la pluie.		
Août 16. ♀	8	23	12,0	48	59	47							125	38	6	11	27	24 B.
⊙	9	43	11,2	51	18	33	+ 1	19	59,2	+ 2	18	46						
Sept. 3. ♀	8	24	15,5	50	49	9							125	33	20	13	16	30 B.
⊙	10	50	42,5	45	7	13	+ 2	26	27,0	— 5	41	56						
Sept. 18. ♀	8	56	32,0	50	58	16							133	34	9	13	25	47 B.
⊙	11	44	56,5	39	25	29	+ 2	48	24,5	—11	32	47						
Oct. 23. ♀	11	5	56,5	44	13	33							164	59	5	6	40	49 B.
⊙	13	57	2,5	26	7	50	+ 2	51	6,0	—18	5	43						
Nov. 5. ♀	12	0	28,5	39	35	38							178	6	1	2	2	13 B.
⊙	14	49	42,7	21	51	31	+ 2	49	14,2	—17	44	7						
Nov. 17. ♀	12	54	15,5	34	15	43							191	4	41	2	47	39 A.
⊙	15	40	19,2	18	33	15	+ 2	46	3,7	—16	12	28						
Déc. 22. ♀	15	28	24,5	21	0	34							231	4	16	16	34	30 A.
⊙	18	6	18,2	14	8	23	+ 2	37	53,7	— 6	52	11						

Cal-

Calcul des observations du 3 Janvier, 7 Août et 22 Décembre, comparées avec le Soleil.

Le 3 janvier à 1 h. 29′ 35″ 8 T. m.

Ascenſion droite appar. de ♀	304° 20′ 3″		Déclin.	21° 16′ 7″	A.
Longit. appar. calculée	10 S. 1° 43′ 14″		Latit.	1° 30′ 24″	A.
Aberr. + 40″ Nut. — 12	= + 28				
Longit. vr. de ♀ du point équin. moyen	10 1 43 42				
Tables de La Lande	10 1 43 50			1 30 30	
Différence	+ 8			+ 6.	

Le 6 août 23 h. 37′ 38″ T.

Ascenſion droite appar. de ♀	130° 9′ 7″		Déclin.	10° 35′ 14″	B.
Longitude appar. calculée	4 S. 9° 44′ 30″		Latit.	7° 30′ 37″	A.
Aberr. — 3″ Nut. — 14′	— 17				
	4 9 44 13				
Tables de Lalande	4 9 44 20			7 30 45	
Différence	+ 7			+ 8.	

☌ inférieure de ♀ & ☉, le 4 août, au matin, ♀ n'a pu être obſervée, lors de cette ☌ que le 7.

Il réſulte cependant de cette obſervation, en reculant le calcul de 3 jours, que ☌ inférieure de ♀ & ☉ a été le 3 août 20 h. 59′ 33″ T. m.

Les tables indiquent ☌ 2′ 47″ plus tard.

Le 21 décembre à 21 h. 21′ 32″ T. m.

Ascenſion droite apparente de ♀	231° 4′ 16″		Déclin.	16° 34′ 30″	A.
Longit. appar. calculée de ♀	7 S. 22° 56′ 36″		Latit.	2° 1′ 18″	B.
Aberr. + 29″ Nut. — 14″	= + 15				
	7 22 56 51				
Tables de Lalande	7 22 57 2			2 1 26	
Différence	+ 11			+ 8.	

Dès que la différence des hauteurs eſt conſidérable, les aſcenſions vraies calculées de Vénus deviennent moins ſûres.

Observations de la LUNE *au mural, comparée avec des étoiles voisines.*

1804.	Derrière le fil du milieu. T. du prem. mobile de l'horloge.			Haut. appar. de l'étoile & du bord sup. ou inf. de la Lune.				Différence entre le bord de la Lune & de l'étoile dans la culm.			dans la haut.		
	H.	M.	S.		D.	M.	S.	H.	M.	S.	D.	M.	S.
Janvier 22. 1 A ♉	4	2	1,5		59	2	42	— 0	35	28,5	— 4	55	53
1 ϰ ♉	4	23	3,5		59	20	32	— 0	14	26,5	— 4	38	3
Bord occid. de la ☾	4	37	30,0	sup.	63	58	35						
Janvier 25. Pollux	7	42	55,5		65	59	25	— 0	6	40,0	+ 5	20	49
Bord occid. de la ☾	7	49	35,5	sup.	60	38	36						
2 μ ♋	8	5	50,5		59	38	36	+ 0	16	15,0	— 1	0	0
Janvier 26. θ ♋	8	30	7,5		56	15	12	— 0	16	47,0	— 0	9	8
δ ♋	8	43	14,5		56	22	12	— 0	3	40,0	— 0	2	8
Bord occid. de la ☾	8	46	54,5	sup.	56	24	20						
Bord orient. de la ☾	8	49	11,5										
Février 18. B. occid. de la ☾	4	20	33,0	inf.	62	50	11						
ε ♉	4	29	12,5		56	14	32	+ 0	8	39,5	— 6	35	39
ι ♉	5	3	24,5		58	48	20	+ 0	42	51,0	— 4	1	51
Avril 20. B. occid. de la ☾	11	1	4,5	sup.	40	8	20						
τ ♌	11	17	35,0		41	28	12	+ 0	16	30,5	+ 1	19	52
β ♍	11	40	13,0		40	24	21	+ 0	39	8,5	+ 0	16	1
Mai 18. B. occid. de la ☾	11	31	40,5	sup.	36	3	36						
Les nuages ont empêché de faire culminer des étoiles.													
Mai 19. B. occid. de la ☾	12	16	6,0	sup.	30	29	22						
γ ♍	12	32	2,5		37	9	53	+ 0	15	56,5	+ 6	40	31
δ ♍	13	0	7,0		33	3	1	+ 0	44	1,0	+ 2	33	39
Mai 21. B. occid. de la ☾	13	47	17,0	sup.	20	27	48						
Bord orient. de la ☾	13	49	15,5										
λ ♍	14	8	49,0		25	5	25	+ 0	21	32,0	+ 4	37	37
Juin 20. B. occid. de la ☾	16	1	23,5	sup.	11	36	4						
Antarès derrière les nuages					11	36	52						
Septembre 14. σ ♐	18	45	24,0		11	4	50	— 1	48	8,0	— 2	57	10
ψ ♐	19	5	48,5		12	1	14	— 0	27	43,5	— 2	0	46
Bord occid. de la ☾	20	33	32,0	sup.	14	2	0						
Septembre 17. θ ♒	22	8	47,0		28	48	32	— 0	4	22,5	+ 0	23	59
Bord occid. de la ☾	22	13	9,5	sup.	28	24	33						
λ ♒	22	44	41,5		28	56	46	+ 0	31	32,0	+ 0	32	13

1804.	Derrière le fil du milieu. T. du prem. mobile de l'horloge.			Haut. appar. de l'étoile & du bord ſup. ou inf. de la Lune.			Différence entre le bord de la Lune & de l'étoile dans la culm.			dans la haut.		
	H.	M.	S.		D.	M.	S.	H.	M.	S.	D.	M.	S.
Octobre 11. d ♆	19	10	46,0		18	17	24	—	1	46,0	+ 5	14	29
Bord occid. de la ☾	19	12	32,0	ſup.	13	3	55						
Novbr. 12. B. occid. de la ☾	23	12	3,5	inf.	34	34	32						
$\varkappa$ ♓	23	26	13,0		37	44	36	+0	14	9,5	+ 3	10	4

Obſervation de PALLAS *au micromètre circulaire.*

Le 31 juillet, Pallas étoit près de ζ Pégaſe; je la fis paſſer deux fois avec cette étoile devant le micromètre circulaire du Dollond de $3\frac{1}{2}$ pieds, et je calculai de là pour 11 h. 31′ 10″ T. m. l'aſcenſion droite apparente de Pallas, 338° 20′ 39″, & la déclinaiſon 9° 38′ 8″ B.

Le 1 août, je la fis paſſer trois fois avec la même étoile, & je trouvai pour 11 h. 9′ 16″ T. m.

l'aſcenſ. dr. appar. 338° 12′ 50″ déclin. 9° 32′ 14″ B.

Le 14 ſeptembre, j'obſervai Pallas trois fois avec 123 & 137 de Pégaſe, avec le micromètre circulaire, & je trouvai pour 11 h. 13′ 6″ T. m.

Aſcenſ. droite appar. 330° 27′ 33″, déclin. 1° 51′ 38″ B.

A Berlin, on n'a rien aperçu de la grande éclipſe de ſoleil du 11 février. Le matin l'air couvert, chargé, & beaucoup de neige, qui alla toute la matinée en augmentant, par un vent d'oueſt; il geloit en même temps un peu. Le baromètre à 27 pouc. 5,6 l. Le thermomètre à 2° au-deſſous de zéro. Vers midi, il ceſſa de tomber de la neige, mais l'air continua à être épais & ſombre. Pas la moindre apparence de ſoleil, pendant tout le temps de l'éclipſe, entre $11\frac{1}{2}$ & 2 heures. Vers le temps de ſa plus grande occultation, à $12\frac{3}{4}$, le ciel prit une couleur gris-de-cendre, mais ſans devenir auſſi obſcur qu'on auroit dû le ſuppoſer d'une occultation du ſoleil de $10\frac{1}{3}$ pouces. La neige qui couvroit la terre, donnoit une réverbération lumineuſe. Au fort de

l'éclipſe il greloit, & le froid avoit augmenté conſidérablement. A huit heures du ſoir, grêle & verglas.

Obſervation de l'éclipſe de LUNE *partielle, du* 26 *Janvier au ſoir.*

Vers le commencement de l'éclipſe, il paſſa ſans ceſſe des nuages devant le disque de la lune.

La demi-ombre étoit déjà viſible ſur ſon disque à 8 heures 53 minutes T. m. Commencement ſuppoſé de l'éclipſe, incertain à cauſe de la transparence de l'ombre à 9 heures 1 minute 59 ſecondes.

D'après le calcul, la lune devoit toucher de ſon bord méridional, pendant ſon obſcurciſſement, l'étoile δ de $\Leftrightarrow$, à 9 h. 30′ T. m. Au lieu de cela, l'étoile en fut un tant ſoit peu occultée, & cette ſeconde obſervation troubla celle de l'éclipſe même. Je ne pus prendre note que de ce qui ſuit.

Immerſion de Tycho, à moitié	9	18	51
Immerſion de Bullialdus	9	36	55
Nuages & vapeurs devant le disque de la lune.			
Immerſion de Langrénus	10	20	53
Emerſion de Tycho, à moitié	10	50	23
—— de Langrénus	10	52	20
—— de Clavius	10	56	31
—— de Snellius	11	14	25
Fin ſuppoſée de l'éclipſe	11	22	57
Demi-ombre encore viſible	11	31.	

Après la demi-éclipſe, l'air s'éclaircit tout-à-fait.

De dix occultations d'étoiles, calculées d'avance par moi dans les Éphémérides aſtronomiques, ſavoir des étoiles σ de $\ddagger$, π de $\mathfrak{m}$, ϑ de $\mathfrak{L}$, χ de $\aleph$, λ de $\aleph$, η de $\aleph$, & δ de $\mathfrak{II}$, dont π de $\mathfrak{m}$, λ de $\aleph$ & η de $\aleph$ ont été occultées deux fois par la lune, je n'en ai pas obſervé une ſeule, à cauſe du temps couvert ou du moins nubileux. Marque évidente de la température inconſtante & peu favorable aux obſervations, qui domine chez nous, ſurtout depuis quelques années.

Ce ne fut que par un heureux hasard que je parvins à observer l'émersion de l'étoile δ de $\mathfrak{S}$ qui avoit été occultée par la lune pendant son éclipse; ce fut à 9 h. 44′ 25″ T. m.

Selon toutes les apparences, & même selon mes calculs, tels qu'ils se trouvent dans les Éphémérides, le bord méridional de la lune devoit tout au plus toucher la dite étoile, ou simplement la friser; mais contre toute attente, elle en fut occultée, de sorte que le moment de son immersion fut négligé.

Je mesurai cependant avec l'héliomètre, avant l'immersion de l'étoile δ de $\mathfrak{S}$, sa distance du bord de la lune le plus voisin & déjà obscurci, & je la trouvai à 9 h. 6′ 35″ T. m. = à 0,9 21 parties = 4′ 42″.

Sa distance du bord obscurci de la lune à 10 h. 4′ 50″ étoit 0,8 4 parties = 4′ 2″.

La même distance à 10 h. 21′ 47″ étoit 0. 19. 8. parties = 9′ 14″.

Observations des Satellites de JUPITER *éclipsés.*

Le 13 avril. Immersion du I satellite de Jupiter . . . . . 10 h. 16′ 0″ soir T. m. par le plus foible grossissement de Dollond de $3\frac{1}{2}$ pieds. Le satellite entra si près du bord de la planète, & en ressortit si vite que l'observation ne put être que très imparfaite.

Tables de Delambre	10	15	25
Différence		—	35.

Le 20 avril, je n'ai pu observer l'immersion du I satellite de Jupiter, à cause de la δ de la planète.

Le 29. avril. Émersion du I satellite de Jupiter . . . . . 10 41′ 14″ soir T. m. première lumière, air serein, bandes très-distinctes.

Tables de Delambre	10	40	35
Différence		—	39.

Le 15 mai, à 10 h. 2′ 38″ T. vr. devoit être l'immersion du III satellite de Jupiter. L'horloge de Bullock retardoit alors de 4′ en T. vr. L'immersion devoit en conséquence avoir lieu, selon les tables de Wargentin, à 9 h. 58′ de l'horloge. En me présentant à la lunette à 9 h. 52′, le satellite avoit déjà fait son immersion inattendue.

Le 15 mai, j'ai obſervé l'émerſion du III ſatellite à . . . 11 h. 46′ 53″ ſoir T. m.
la première lumière, bandes diſtinctes, le ſatellite
augmenta en lumière pendant plus de 4′.
Tables de M. Delambre 11 45 25
Différence 1. 28.

Le 23 mai. Émerſion de II ſatellite . . . . . 11 h. 24′ 32 ſoir T. m.
première lumière. Jupiter un peu vaporeux,
bandes diſtinctes, après $1\frac{1}{2}$ pleine lumière.
Tables de Delambre 11 23 23
Différence 1 9.

Le 23 juillet. Émerſion du I ſatellite du Jupiter . . . . . 9 h. 37′ 43″ ſoir T. m.
Jupiter déjà bas & vaporeux, bandes indiſtinctes.
Tables de Delambre 9 36 21
Différence 1 22.

La plupart des obſervations des ſatellites de Jupiter ne purent avoir lieu, à cauſe de l'air couvert; ou du moins très-inconſtant. Le ciel ſerein ne me permit que le petit nombre d'obſervations que je viens d'indiquer.

Obſervation de l'anneau de SATURNE.

Malgré le plus fort groſſiſſement du Dollond de $3\frac{1}{2}$ pieds, je ne parvins pas le 24 & 25 janvier, le 7 février, le 4 avril, le 13 & le 29 du même mois, à diſtinguer l'ouverture de l'anneau, laquelle devoit être déjà viſible d'après la projection de l'anneau. Je ne fus pas plus heureux jusqu'au 21 juillet. L'anneau ſe montra, à la vérité, de plus en plus large, mais toujours encore fermé. Cependant l'ombre de la moitié antérieure parut toujours comme une bande obſcure traverſant de biais le disque de la planète.

Comète de l'année 1804.

Vers le 20 mars, Mr. Olbers de Brème me manda, qu'il avoit découvert le 12 mars après minuit une comète au-deſſous de Bootès au 220^{e} degré d'aſcenſion droite & au 7^{e} degré de déclinaiſon boréale. Le 13, elle étoit à 4° du nord. Elle reſſemble à une nébuleuſe reconnoiſſable, mais à limites indiſtinctes. Une forte fièvre qui m'avoit pris

dès le 27 février, m'empêcha, ſurtout par le froid vif & pénétrant qu'il faiſoit, de reprendre mes travaux & mes obſervations aſtronomiques avant le 25 mars. Dans l'intervalle, M. le profeſſeur Ideler m'avoit remplacé à l'Obſervatoire, & y avoit fait quelques obſervations; entr'autres, il avoit cherché à découvrir la comète, mais cette recherche ne lui réuſſit point.

Le 1 avril, je cherchai moi-même, entre neuf & dix heures la comète au ciel boréal, à l'aide du chercheur d'étoiles, ſans la trouver, d'autant plus que vu ſa progreſſion aſſez rapide depuis le 12 mars, je ne pouvois pas d'abord m'orienter par rapport à la place qu'elle devoit occuper au ciel. C'eſt ce qui fit qu'elle n'a pu être obſervée à Berlin. J'ai inſéré dans mes Éphémérides pour 1807, les obſervations & les calculs de M. le docteur Olbers relatifs à ſon orbite vraie.

Aspects de l'étoile changeante MIRA *dans la Baleine.*

Le 13 janvier, le chercheur d'étoiles n'en fit découvrir aucune trace.

Le 25 janvier, je l'obſervai au mural, & la trouvai, à ſa culmination, de la 9^{e} grandeur.

Le 3 ſeptembre, elle parut de la 7^{e}.

Le 25 novembre, je n'en découvris plus aucun veſtige.

Le 22 décembre, non plus.

Aurore boréale du 22 octobre.

Le ſoir à 7 heures nous vîmes une belle aurore boréale, telle qu'on n'en avoit pas vu à Berlin, de pluſieurs années. Un ſegment obſcur bordé d'un arc de cercle lumineux occupoit l'horizon boréal tout entier, en tirant, comme à l'ordinaire, vers l'oueſt. L'arc lumineux ſe détacha enſuite. Il s'en forma un ſecond, parallèle au premier; pluſieurs rayons rougeâtres en partirent; la lune ſe leva, rouge comme du feu, dans la limite orientale de l'aurore boréale; à $7\frac{1}{2}$ heures les nuages clairs & les bandes de l'aurore boréale ſe détachèrent & prirent différentes formes. Leurs aspects continuèrent pendant le clair de lune, quoi-

qu'en changeant ſouvent de lieu & de figure. Du ſein du ſegment obſcur, au-dehors & au-dedans, partirent des rayons rougeâtres, de la plus belle couleur. Ce fut ſurtout à 9 heures qu'il ſe forma à l'oueſt, à une hauteur conſidérable du ciel, & même au-delà du Zénith, de très-beaux nuages & des bandes d'un beau rouge; quelques autres nuages & bandes prirent la direction du ſud. Il ſouffloit un vent d'oueſt aſſez fort. Peu après 9 heures les aſpects de l'aurore boréale avoient disparu, le vent ſe renforça, & l'air devint vaporeux.

J'ai obſervé quelquefois, cette année, tout près de midi, avec le ſextant de Troughton & l'horizon d'huile artificiel, des hauteurs du ſoleil, mais en trouvant que l'horizon d'huile recouvert de verre de Moscovie, ne prête point à beaucoup d'exactitude, lorsqu'il s'agit de hauteurs abſolues, parce que les images du ſoleil tantôt ſe confondoient, & tantôt ſe ſéparoient en d'autres endroits de l'horizon. Par contre, l'horizon d'huile & le ſextant même rendent les meilleurs ſervices par un temps venteux, pour prendre les hauteurs correſpondantes du ſoleil.

A l'aide de la bouſſole de Brander, & de plombs partis perpendiculairement d'un gnomon filaire, j'ai trouvé, cette année, la déclinaiſon de l'aiguille aimantée, de 17 à 18° oueſt; mais un amendement fait depuis au gnomon filaire, me fournira à l'avenir un réſultat plus exact. En général, la déclinaiſon ne me ſemble pas fort éloignée de 18 degrés.

MÉMOIRES

DE

ACADÉMIE ROYALE

DES

SCIENCES

ET

BELLES-LETTRES.

CLASSE

DE PHILOSOPHIE SPÉCULATIVE.

RECHERCHES
ſur le Principe du Beau & ſur ſon application à la Muſique.

PAR M. DE CASTILLON. *).

En partant du principe, que l'expérience ſeule peut nous apprendre à connoître les lois générales de la nature, on poſe tacitement deux principes que l'on regarde comme inconteſtables.

1) Qu'il eſt des lois générales.
2) Que ces lois une fois trouvées, par là-même qu'elles ſont générales, ſervent à expliquer une multitude de phénomènes ou de faits iſolés.

Maintenant, de deux choſes l'une: ou bien ces phénomènes, ces faits iſolés, ſont ceux mêmes desquels on a abſtrait la loi générale; ou bien ce ſont d'autres faits. Dans le premier cas, on peut demander: A quoi bon l'abſtraction de cette loi générale? Dans le ſecond: Pouvoit-on être ſûr d'avance que la loi expliqueroit le fait? Ou bien l'expérience ſeule pouvoit-elle confirmer la préſomption qu'on s'étoit permiſe à l'égard de ce fait? Si l'on choiſit la dernière alternative, il eſt clair que l'on retombe dans la queſtion: A quoi bon ſe donner la peine d'abſtraire des lois générales? queſtion à laquelle on peut très-

*) Lu à l'Académie, le 18 juillet 1804.

bien, à ce qu'il me ſemble, répondre: A rappeler dans l'occaſion, par l'aſſociation des idées, les phénomènes iſolés dont la loi générale a été déduite.

Mais ſi l'on accorde qu'une loi générale peut s'appliquer avec certitude à des faits non obſervés encore, & dont p. c. elle n'a pas été déduite, il eſt clair qu'outre l'utilité dont nous venons de parler, la loi générale préſente encore celle de pouvoir prévoir d'avance ce qui doit arriver dans un cas donné.

Ajoutons, qu'il eſt très-difficile, pour ne pas dire impoſſible à l'homme, ſoit d'épuiſer tous les faits particuliers dont doit s'abſtraire la loi générale, ſoit de s'aſſurer qu'il a effectivement épuiſé tous ces cas particuliers, lors même qu'il l'a fait.

Quelque parti que l'on prenne, de quelque manière que l'on ſe retourne, il eſt clair qu'il faut accorder l'utilité de la recherche des lois générales, ſoit pour lier enſemble des faits iſolés, ſoit pour établir d'avance ce qui doit arriver.

Si ce que je viens de remarquer, eſt vrai de l'abſtraction des lois générales, il l'eſt encore de toute ſcience traitée ſyſtématiquement, c'eſt-à-dire dans laquelle on déduit toutes les vérités dont la ſcience eſt l'aſſemblage, d'un petit nombre de principes généraux, ou même d'un ſeul principe. Une ſcience expoſée ſyſtématiquement a non ſeulement l'avantage de ſe graver plus aiſément dans la mémoire; elle a encore celui de pouvoir être plus aiſément ſaiſie par celui qui l'étudie, & dont l'attention ſe trouve ſoulagée par la liaiſon que les vérités ont les unes avec les autres.

Or ces avantages qu'on ne ſauroit refuſer à une ſcience traitée ſyſtématiquement, même lorsque les principes ou le principe qu'elle ſuppoſe, ſont tirés par abſtraction des diverſes vérités que la ſcience enſeigne, ces avantages, dis-je, ne peuvent pas plus ſe refuſer à une ſcience que le pur raiſonnement déduit d'un principe fondamental, pris, non tout-à-fait au haſard, mais comme au haſard, en ſuivant le fil qu'offre l'analogie, ou l'induction, ou bien l'analogie & l'induction.

Si ces réflexions ne juſtifient pas complétement les génies hardis, qui dédaignant la route ſûre, mais longue, de l'expérience, s'élancent hardiment dans la région des hypothèſes, qui, pour être voiſine de celles des chimères & s'y perdre aſſez ſouvent, n'eſt pourtant pas abſolument la même région, elles excuſent du moins ces efforts téméraires, en montrant leur utilité en cas de réuſſite.

Après avoir établi de manière ou d'autre un principe général, il eſt ſans doute bon, ou même néceſſaire, de l'appliquer du moins à l'un des cas particuliers qui doivent en découler comme autant de conſéquences: ſi l'application eſt malheureuſe, le principe eſt inconteſtablement faux: ſi l'application réuſſit, le principe eſt ſans doute vrai relativement à ce cas, quoiqu'il ne ſoit pas dit pour cela que le principe ſoit vrai en général.

Un cas qui eſt particulier relativement à un principe très-abſtrait & p. c. très-général, peut parfaitement bien être un principe relativement à d'autres cas encore plus particuliers & ſubordonnés au premier, en ſorte que le principe général ou primitif, quoique non vrai en cette qualité, ou conſidéré in abſtracto, ſoit cependant vrai relativement à tous ces cas ſubordonnés au cas particulier auquel on a d'abord appliqué le principe, c'eſt-à-dire ſoit vrai conſidéré in concreto dans ce cas particulier. Alors manifeſtement on a du moins obtenu l'avantage d'avoir un principe, ſinon abſolument, du moins relativement général.

De plus, en continuant ces applications du principe général jusqu'à ce qu'on ſoit parvenu à une application qui le démente, il eſt évident qu'en comparant enſuite le cas dans lequel l'application a été malheureuſe, avec ceux dans leſquels elle a réuſſi, on doit découvrir la différence du premier cas & des derniers, & par là-même ce qu'il faut changer dans le principe général pour le rendre applicable à ce cas rebelle, & rendre par conſéquent le principe plus utile, en élargiſſant ſa ſphère de vérité.

Mais lors même qu'on s'en tient à l'application du principe général à un ſeul cas particulier auquel il s'applique effectivement, & que par conſéquent on n'eſt ſûr du principe que relativement à ce cas, on peut cependant employer utilement celui-ci à conſtruire un ſyſtème de la vérité duquel on peut être ſûr, jusqu'à ce qu'on ait trouvé un principe général meilleur que celui qu'on a employé.

Telle eſt auſſi la marche que je me ſuis propoſée dans mes recherches actuelles. Dans ce mémoire, j'appliquerai le principe général du Beau à la muſique, pour voir ſi ce principe eſt effectivement applicable à cet art qui partage avec la poéſie & la danſe l'empire du Beau dans l'expreſſion ſucceſſive des paſſions dont le cœur de l'homme eſt agité. Si l'iſſue de l'application eſt favorable au principe, je tâcherai dans un ſecond mémoire de conſtruire un nouveau ſyſtème muſical d'après ce principe, ou plutôt de montrer comment on peut en déduire les règles de la compoſition muſicale.

En mettant de côté Hutcheſon qui multipliant les êtres aſſez mal à propos, vouloit que la Beauté dépendît d'un ſens particulier, tous ceux qui ſe ſont attachés à développer le ſentiment du Beau, s'accordent aſſez à dire qu'il réunit l'unité à la variété. L'école de Wolf, qui je crois fut la première à ramener le Beau à ces deux élémens, l'école de Wolf ſuppoſoit que la variété précède & que l'unité devoit être portée dans cette variété; or ſuivant l'école critique, c'eſt non la beauté, mais la perfection logique, qui réſulte de cette unité dans laquelle ſe confond la variété. Effectivement, lorsqu'une variété de repréſentations ſont données, l'intelligence y porte l'unité, en comparant les repréſentations données, dont elle aperçoit par cela même les diverſités & les identités, dont les premières s'évanouiſſent, tandis que les dernières ſe réuniſſant en un faiſceau, forment l'idée du genre ou de l'eſpèce ſous leſquelles les repréſentations particulières ſont compriſes. C'eſt bien-là ſans doute le ſeul moyen de porter l'unité dans une variété donnée, à moins de faire de celle-ci un enſemble forcé de parties disparates, ce qui n'eſt pas plus le moyen de

créer quelque choſe de beau, que celui d'atteindre à la perfection logique.

Si donc le Beau demande réellement la réunion de l'unité & de la variété, & que cette réunion ne ſoit point celle dans laquelle la variété précède & l'unité s'en ſuit, il faut néceſſairement que ce ſoit celle dans laquelle l'unité précède & la variété s'en ſuit. Dans le Beau, l'unité eſt donnée, & c'eſt ſans doute à l'imagination à l'enrichir de toute la variété poſſible, ſans pourtant l'étouffer ſous la multitude des ornemens.

L'intelligence porte l'unité dans une variété donnée, & ſe manifeſte par là comme la faculté qui crée toutes les connoiſſances humaines.

L'imagination porte au contraire la variété dans une unité donnée, & ſe manifeſte par là comme la faculté qui crée toutes les beautés de l'art.

Ce n'eſt pas ſeulement par la priorité de la variété ou de l'unité, que la perfection logique ſe diſtingue du Beau; elle s'en diſtingue encore par la différence des perceptions dominantes dans l'un & dans l'autre.

Lorsque l'intelligence a porté l'unité dans la variété donnée, la perception qui domine après cette opération, eſt celle de l'unité; la perception de la variété s'eſt, pour ainſi dire, retirée dans l'enfoncement, & elle ne ſort de cette obſcurité que lorsque l'intelligence voulant de nouveau l'apercevoir, rappelle & paſſe ſucceſſivement en revue toutes les repréſentations données, compriſes ſous l'unité abſtraite. Dans la perfection logique, la perception dominante eſt celle de l'unité.

Lorsque l'imagination a décoré l'unité donnée, de toute la variété dont elle eſt ſusceptible, c'eſt au contraire la perception de cette variété qui domine après l'opération; la perception de l'unité eſt voilée par les ornemens dont l'imagination de l'artiſte l'a décorée, & elle ne ſe manifeſte qu'à l'œil perçant & critique du connoiſſeur. Dans le ſentiment du Beau, la perception dominante eſt celle de la variété.

Je paſſe à l'examen de la queſtion, ſi réellement le Beau muſical conſiſte à jeter de la variété dans une unité donnée, en ſorte que la perception dominante ſoit celle de la variété, & la perception ſubordonnée celle de l'unité.

Toute muſique ſuppoſe

1. La Mélodie.
2. L'Harmonie.
3. Le Rhythme.

Mélodie.

La mélodie eſt un aſſemblage de tons ſucceſſifs qui peuvent être identiques (le même ton répété) ou variés.

Avant que d'appliquer notre principe à la mélodie en elle-même, il ne ſera pas hors de propos d'examiner les élémens dont elle ſe compoſe; peut-être cet examen tendra-t-il à confirmer notre principe.

Tout ce qui affecte l'organe de l'ouïe, s'appelle bruit ou ſon; mais le bruit ou le ſon n'eſt pas encore ton; on dira bien le bruit, le ſon du canon, mais non le ton: on réſerve le mot de ton pour les bruits ou les ſons ſuſceptibles de devenir muſique, de flatter agréablement l'oreille, de réveiller le ſentiment du Beau. Que faut-il maintenant pour que le bruit ou ſon devienne ton?

Depuis les expériences de Rameau, il eſt connu que tout corps ſonore & muſical fait entendre plus ou moins fort, outre le ſon principal, les ſons de ſon octave, de ſa douzième & de ſa dix-ſeptième majeure, ſons qui indiqués par les vibrations iſochrones des cordes qui les rendent, correſpondent aux nombres 1, 2, 3 & 5. M. Rameau remarqua même encore le ſon que rend la $\frac{1}{7}$ de la corde qui fait 7 vibrations pendant que la corde entière en fait 1 *). Pour faire cette expérience, on emploie une groſſe corde de violoncelle qu'on fait ré-

ſon-

*) Merſenne prétend même avoir entendu le ſon de $\frac{1}{9}$ qui fait 9 vibrations. Voyez *Harmoniarum libro 1^mo de inſtr. harm. propoſ.* 33^a.

ſonner un peu fortement. M. Kirnberger, ſavant muſicien allemand à qui j'ai de grandes obligations en fait de muſique, avoit ſi bien ſaiſi ce ſon de la $\frac{1}{7}$ partie de la corde, qu'il accordoit avec facilité ſon clavecin, en ſorte que la touche qui donne le *ſi b*, donnât à la place ce ſon qui fait 7 vibrations pendant que le ſon principal n'en fait qu'une. Kirnberger s'en tenant à la dénomination allemande, avoit nommé *i* ce nouveau ſon, inuſité jusqu'à préſent en muſique.

Quand on frappe une cloche d'un coup ſec, une oreille même non exercée diſtingue très-bien un mélange de tons graves & aigus, dont les derniers ſe font ſurtout ſentir lorsque le ton diminue & va s'évanouir. Il eſt ſans doute aſſez difficile d'apprécier au juſte ces tons, mais voici une expérience facile à faire & qui vient à l'appui de l'expérience citée. Tirez dans un jeu d'orgue le jeu appelé *bourdon*, & enfoncez une touche, *ut* p. e.; tirez enſuite le *preſtant* ou *flûte* qui donne l'octave du bourdon; puis le *naſard* qui ſonne la 12^{me} & enfin le jeu appelé *tierce* qui ſonne la 17^{me} majeure, & vous entendrez ces tons ſe mêler ſucceſſivement les uns avec les autres & finir par ne plus en former qu'un ſeul, celui du *bourdon*, le plus grave de tous.

Kirnberger prétendoit qu'il en étoit exactement de même du ſon qu'il avoit nommé *i*, & que ſi l'on faiſoit un nouveau jeu dans l'orgue ſonnant cet *i* relativement au ſon fondamental, ou à celui du bourdon, il ſe confondroit avec celui-ci comme les autres: je crois même me rappeler qu'il avoit fait conſtruire une ſemblable orgue pour Madame la princeſſe Amélie ſœur de Fréderic l'unique; mais ce qu'il y a de très-certain, c'eſt qu'ayant accordé ſon clavecin, en ſorte que la touche du *ſi b* ſonnât la note *i*, il m'a montré plus d'une fois qu'un accord compoſé d'*ut*, de ſa 12^{me} *ſol*, de ſa dix-ſeptième majeure *mi* & de ſa dix-neuvième *i*, étoit parfaitement conſonnant.

D'après cela je crois pouvoir poſer en fait, que tout ſon principal faiſant 1 vibration dans un temps donné, entraîne avec lui ſon octave faiſant 2 vibrations dans le même temps, ſa douzième qui en fait 3, ſa dix-ſeptième majeure qui en fait 5, & ſa dix-neuvième qui en fait 7.

M. Rameau s'en tenant à la ſuite des ſons indiqués par 1, 3 & 5, conclut que le ſon appréciable eſt harmonieux de ſa nature & entraîne l'accord parfait ou triade harmonique, & il va ſans dire que c'eſt-là le ſeul ſon du reſſort de la muſique; il inſinue enſuite que la différence du ſon appréciable (qui entraîne naturellement l'accord parfait) & du non-appréciable conſtitue la différence entre le ſon du reſſort de la muſique & le ſimple bruit; enfin il déduit de ce phénomène les échelles diatonique, chromatique & enharmonique, & tous le ſyſtème de l'harmonie.

Je vais plus loin, & je raiſonne ainſi. Tout ſon exprimé par 1, entraîne avec lui les ſons exprimés par les vibrations iſochrones, 2, 3, 5 & 7: il eſt connu de tous les muſiciens, qu'un ſon ſe confond tellement avec ſon octave qu'on peut les ſubſtituer l'une à l'autre, ou plutôt qu'on ne regarde l'octave que comme une réplique du ſon fondamental; donc à l'aide des octaves des ſons indiqués par 2 & 3, la ſuite des ſons

1, 2, 3, 5 & 7 devient
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 & 8

Sons tous immédiatement donnés par la nature du corps ſonore: or pourquoi la nature n'iroit-elle pas au-delà de 7? Pourquoi s'arrêteroit-elle là, ou plutôt: où s'arrêtera-t-elle? M. Rameau ſemble avoir preſſenti la queſtion, car en concluant que „le ſon appréciable „eſt harmonieux de ſa nature;" & que „ſon harmonie" ſe borne aux trois ſons différens du ſon principal, de ſa douzième & de ſa dix-ſeptième majeure, il ajoute „comme l'exige l'oreille, conformément „aux bornes de ce ſens." Dans un autre endroit il dit: „un ſon ne „peut être appréciable ſans le ſecours de la reſonnance d'un certain „nombre fixé de ſes parties aliquotes, conſéquemment aux bornes de „nos ſens."

Le cor de chaſſe & la trompette prouvent bien que la nature va plus loin, ſinon dans la reſonnance ſimultanée de pluſieurs ſons, du moins dans leur reſonnance ſucceſſive. Le cor de chaſſe & la trom-

pette embouchés naturellement & ſans l'emploi d'aucun artifice, donnent ſucceſſivement les ſons exprimés par

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16.

Je m'arrête ici, quoique le cor de chaſſe le plus grave, celui en *ut*, embouché par un homme à robuſtes poumons, pût aller ſans doute bien plus loin.

Cela poſé, je dis que ce qui fait devenir ton le ſimple bruit ou ſon, c'eſt la diſpoſition du corps ſonore par laquelle il eſt ſuſceptible de rendre tous ces divers tons; il eſt évident que ſi le corps ſonore n'eſt point ſuſceptible par ſa nature de vibrations prolongées, ou que ſi l'on en tire le ſon d'une manière trop brusque pour que les divers tons dont le principal ſe compoſe, puiſſent devenir ſenſibles, le bruit reſte bruit, & ne devient point ton.

On me dira, peut-être, que ne preſcrivant ici point de bornes à la ſérie des tons ſimultanés qui compoſent le ton muſical, il eſt inconcevable que celui-ci puiſſe effectivement ſe former par la réunion d'une infinité de ſons, vu que cela ſuppoſe cette infinité de ſons, & que notre eſprit ne conçoit pas ſeulement ce que c'eſt que l'infini. A cela je réponds que l'être fini rencontre par-tout l'infini, & que ſi cette difficulté devoit l'effrayer, il ſeroit obligé de s'arrêter tout court dans ſes recherches. Si la matière dont une corde ſonore eſt compoſée, eſt diviſible à l'infini, pourquoi le ſon qu'elle rend ne ſeroit-il pas compoſé d'une infinité de ſons? Et ſi la matière n'eſt pas diviſible à l'infini, les bornes inconnues de ſa diviſibilité fourniront auſſi les bornes inconnues des ſons divers dont ſe compoſent le ton que rend cette corde. De plus, quand on fait reſonner une corde, elle frémit ou vibre dans ſa totalité, & ſi elle fait entendre alors les tons 1, 2, 3, 5 & 7, pourquoi ne feroit-elle pas entendre les autres? On conçoit bien plus aiſément que les bornes naturelles de notre ouïe nous empêchent de diſtinguer ces autres ſons, qu'on ne conçoit pourquoi cette corde qui vibrant dans ſa totalité fait reſonner ſenſiblement un ſon principal, ſon octave, ſa douzième & ſa dix-ſeptième majeure,

s'arrête là, ſur-tout ſi l'on fait attention qu'elle fait reſonner de plus ſa dix-neuvième, quoique d'une manière inſenſible à notre oreille.

Mais ſi pour devenir ton, pour être ſusceptible de développer le Beau muſical, le ſon doit pouvoir être compoſé d'une multitude de tons différens, n'y a-t-il pas ici variété dans l'unité du ton principal? Ce n'eſt pas, il eſt vrai, l'imagination de l'artiſte qui porte la variété dans l'unité; c'eſt la main toute-puiſſante du Créateur qui mit cette variété dans la nature du corps ſonore, mais il n'en eſt pas moins vrai que la réunion de la variété & de l'unité ſe trouve ici dans des tons propres à devenir les élémens d'un chef-d'œuvre ſusceptible de réveiller le ſentiment du Beau. Et cette variété ſe trouveroit dans l'unité du ton fondamental quand même il ne feroit reſonner que ſa 8^{me}, ſa 12^{me} & ſa 15^{me} majeure.

Rien de plus *un* ſans doute que le ſon du tambour, cependant l'inégale force des coups de baguettes, leur ſucceſſion plus ou moins rapide & à des temps inégaux, les roulemens dont ils peuvent être entremêlés, portent la variété dans cette unité, font éprouver au moins un premier degré du ſentiment du Beau. La variété dont le ſon uniforme du tambour eſt ſusceptible, donne des mélodies compoſées de tons ſucceſſifs, mais identiques.

Les tons ſucceſſifs & variés ſont tous tirés de nos échelles diatonique & chromatique; quant à l'enharmonique, on n'en fait pas uſage, du moins directement, car les compoſiteurs habiles ſavent le rendre ſenſible à l'aide de l'harmonie dans des morceaux travaillés avec ſoin. Or notre échelle diatonique eſt compoſée de ſept tons qui devroient être exprimés par

24, 27, 30, 32, 36, 40 & 45.

Je dis qui devroient être exprimés par ces nombres de vibrations iſochrones, parce que le tempérament que notre manière de traiter la muſique a introduit dans l'échelle diatonique, force d'altérer quelques-uns de ces tons. Toujours cependant les tons de notre échelle dia-

tonique ſont exprimés par des nombres dont quelques-uns s'accordent exactement avec

24, 27, 30, 32, 36, 40 & 45,

& dont les autres n'en diffèrent que très-peu. Or qui ne voit qu'en pourſuivant notre échelle 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16 &c., on arrive aux nombres qui expriment notre échelle diatonique, & qui ſont compris dans l'infinité de ceux qui expriment les tons dont la réunion compoſe le ton fondamental.

Toute mélodie diatonique donc, quelque variée qu'elle puiſſe être, rappelle toujours dans l'éloignement le ton fondamental ou l'unité donnée à l'imagination du compoſiteur, qui l'orne de toute la variété dont elle eſt ſuſceptible, en choiſiſſant d'après l'inſpiration de ſon génie ceux des tons dont le ton fondamental eſt compoſé, & faiſant entendre diſtinctement ces tons en eux-mêmes très-peu diſtincts.

Il en eſt exactement de même de l'échelle chromatique; quelque ſyſtème que l'on ſuive dans le tempérament, l'échelle des ſémi-tons ſera exprimée à très-peu de choſe près, par des nombres pris dans l'échelle des nombres naturels procédant depuis 48 à 90, nombres qui expriment les vibrations iſochrones de quelques-uns de ces tons dont l'infinité réunie forme le ton fondamental & rappelle p. c. cette unité, quelque voilée qu'elle ſoit par les variétés tirées d'elle-même dont on l'a ornée.

En adoptant le tempérament également réparti ſous les 12 tons qui compoſent l'échelle chromatique, ces 12 ſémi-tons ſeront exprimés à très-peu de choſe près par

48, 51, 54, 57, 61, 64, 68, 72, 76, 81, 87 & 91

parmi lesquels on trouve

48, 54, 64 & 72,

qui ſont les octaves ou répliques des tons qui compoſent l'échelle diatonique non tempérée, tons qui p. c. reſtent intacts dans le tempé-

Harmonie.

On appelle Harmonie, l'aſſemblage de pluſieurs tons ſimultanés, lesquels en ſonnant ainſi enſemble, ſont un effet agréable à l'oreille.

Si réellement, & je ne crois pas la choſe douteuſe, le ton eſt un aſſemblage d'une infinité de tons plus foibles, tous compris dans le fondamental & reſonnant avec lui, il eſt facile à concevoir que ſi l'on pouvoit réunir effectivement au ton fondamental tous ſes tons élémentaires, on ne diſtingueroit rien d'autre que le ton fondamental, dont l'intenſité auroit augmenté de beaucoup, ſeroit probablement doublée, à-peu-près comme lorſqu'on fait entendre le même ton produit par deux inſtrumens ſemblables & parfaitement à l'uniſſon.

Mais dès qu'on ne choiſit que quelques-uns de ces tons compris dans le fondamental, & qu'on les fait entendre en même temps que lui, l'effet ne peut plus être abſolument le même, ſurtout lorsqu'il y a quelque différence entre les tons qu'on fait entendre avec le ton principal, & ceux qui ſont compris dans ce dernier, différence qui peut non ſeulement provenir de ce qu'on fait rendre ces tons par des inſtrumens différens, mais encore de ce qu'on altère l'ordre naturel de ces tons. Je m'explique ſur cette dernière différence.

On ſait qu'en muſique on regarde l'octave d'un ton comme une ſimple réplique de celui-ci, réplique qu'on peut employer à volonté au lieu de ce dernier. Les tons dont tout ton fondamental eſt compoſé étant exprimés par

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 &c.

ſi au ton fondamental on joint ſon octave (2), la quinte de ſon octave (3), ſa double octave (4) &c. la tierce majeure de ſa double octave (5) dans l'ordre dans lequel ces tons ſe préſentent, on augmentera l'intenſité du ton fondamental ſans pourtant doubler cette intenſité. Mais ſi au lieu de laiſſer ces tons dans leur éloignement naturel du fondamental, on les rapproche, comme on le fait ordinairement, en reſſerrant p. e. l'accord de 12^{me} & de 17^{me} majeure dans l'eſpace d'une octave, & formant ainſi l'accord parfait majeur, il eſt

idont que l'effet ſera tout autre, & que l'on diſtinguera bien mieux s tons dont cet accord eſt compoſé. Cependant, même encore dans cas, tous ces tons concourront à faire reſſortir le ton fondamental nt ils ont été déduits, & auquel ils ſont actuellement réunis.

Dans l'harmonie donc l'unité donnée eſt toujours le ton fondaental, & la variété dont l'imagination l'orne, ce ſont les différens ns élémentaires que le génie choiſit parmi ceux dont le fondamenl eſt compoſé, pour les réunir à celui-ci ſans le voiler au point de touffer.

Remarquons que l'harmonie contribue à faire reſſortir le ton fonmental voilé par la mélodie, qui préſentant à l'oreille une ſucceſſion pide de tons ſucceſſifs, diſtrait l'attention & la détourne de l'unité, i doit toujours ſe faire ſentir au milieu de la plus grande variété, & e l'harmonie y ramène effectivement.

Remarquons encore que la mélodie & l'harmonie découlent tous les deux du ton fondamental, en choiſiſſant dans les tons élémenres qui le compoſent, divers tons qui entendus ſucceſſivement, forent la mélodie, & qui entendus enſemble, forment l'harmonie, laelle réſulte bien plus immédiatement du ton fondamental qu'elle ntribue à rendre plus intenſe.

Rhythme.

En prenant le mot Rhythme dans ſon ſens le plus général, il inque la proportion des parties d'un même tout. Et qui ne voit ici nité du tout & la variété des parties dont le rhythme indique la pportion?

En muſique, les parties entre leſquelles doit régner une juſte prortion, ſont en général les tons ſucceſſifs dont une pièce eſt comſée, & dont le rhythme règle la durée.

En parlant des mélodies compoſées toutes d'un même ton, nous ons déjà remarqué de quelle variété elles ſont ſusceptibles; or cette iété eſt uniquement une ſuite du rhythme, qui p. c. eſt une nou-

velle & riche ſource ouverte à l'imagination, pour y puiſer les ornemens dont elle ornera l'unité qui lui eſt donnée; car ſi par le moyen du rhythme l'imagination peut tirer parti d'un ſeul ton, quel parti ne tirera-t-elle pas d'une multitude de tons!

L'objet du rhythme eſt double en muſique: il détermine d'abord la proportion des parties d'une ſeule & même meſure; puis la proportion des meſures dont une phraſe muſicale eſt compoſée. On pourroit peut-être ajouter encore la proportion des phraſes dont une pièce eſt compoſée.

Parcourons rapidement ces deux objets, pour montrer que dans l'un & dans l'autre il eſt une unité donnée que l'imagination décore de toute la variété qu'elle juge convenable.

Quand il s'agit d'une ſeule & même meſure, l'unité donnée eſt un certain temps fixe qu'il s'agit de partager en divers temps égaux ou inégaux, dont chacun eſt occupé par un des tons ſucceſſifs dont la mélodie eſt compoſée. Or toutes les diverſes ſortes de meſure uſitées jusqu'à ce jour, ſe partagent d'abord en deux temps, égaux ou inégaux; ce qui fournit la meſure à 2 & celle à 3 temps; dans la meſure à 2 temps, ces deux temps ſont égaux; dans la meſure à 3, ils ſont inégaux & le premier temps eſt double du ſecond.

On combine enſuite les meſures à 2 & 3 temps, ſoit chacune avec elle-même, ſoit l'une avec l'autre; de la première eſpèce de combinaiſon réſultent les meſures à 4 & à 9 temps; de la ſeconde celle à 6 & même à 12 temps.

Les parties de la meſure ſe ſousdiviſent, & cette ſousdiviſion ſuit les mêmes règles que la diviſion primitive; on partage chaque temps de la meſure en 2, 4, 8, 16 & même 32 temps; ou bien en 3, 9 & même 27 temps; ou bien enfin en 6, 12 & même 24 temps.

On voit aſſez quel parti prodigieux une imagination riche peut tirer de ces diverſes ſortes de meſures & de leurs ſousdiviſions, tandis que l'unité de la meſure, voilée pendant le cours de celle-ci, ſe fait ſentir diſtinctement, dès que s'écoulant, elle fait place à la meſure ſuivante.

Ve-

Venons au rhythme des phraſes muſicales. La majeure partie de ces phraſes ſont compoſées de 2 meſures, tout au plus de 4; rarement emploie-t-on des phraſes de 3, & bien plus rarement encore des phraſes de 5; quant aux phraſes de 7 meſures, je ne crois pas qu'on en puiſſe citer un exemple. Jamais un bon compoſiteur ne manque à mettre de la ſymétrie dans la ſucceſſion de ſes phraſes mêmes; c'eſt-à-dire qu'à une phraſe de 2, de 3 ou de 4 meſures, il ne manque jamais d'oppoſer une phraſe également de 2, 3 ou de 4 meſures. Cette ſymétrie, ou ce retour de l'unité rhythmique, eſt le fondement du ſentiment du beau que peut inſpirer le rhythme muſical; c'eſt ce que prouvent tous les airs nationaux, ſur-tout les airs de danſe, conſtamment compoſés de phraſes correſpondantes.

On pourroit encore, ſans étouffer abſolument l'unité rhythmique, faire ſuccéder une phraſe de 3 meſures à une de 2 ou de 4, & à rebours, pourvu qu'à cette combinaiſon de phraſes muſicales, on oppoſât une combinaiſon ſemblable: on pourroit même, en prenant cette précaution, combiner une phraſe de 2, une de 3 & une de 4 meſures, avec toutes les variations dont cette combinaiſon eſt ſuſceptible par l'interverſion de ces phraſes entr'elles. Je ne crois pas que ce que je viens de propoſer, ait jamais été tenté.

J'ai déjà remarqué qu'aux deux objets dont s'occupe le rhythme muſical, on pourroit en joindre un troiſième: la proportion des phraſes muſicales dont une pièce eſt compoſée. On conçoit qu'en général une pièce peut être trop longue ou trop courte: on condamneroit également le compoſiteur qui nous excéderoit par une même pièce pendant une heure, & celui qui expédieroit ſon auditeur après 4 ou 8 meſures. A ſtrictement parler donc, le rhythme exige qu'une pièce ne ſoit pas compoſée d'un nombre trop petit ni trop grand de phraſes muſicales, & ce nombre ſe règle, ſur-tout pour les ſonates, c'eſt-à-dire pour les pièces de ſimple muſique inſtrumentale, ſur ce que les muſiciens appellent le motif de la pièce. Le motif étant l'idée primitive ou principale qui échauffe la verve du compoſiteur, & que

dans les pièces inſtrumentales, il fait ordinairement entendre dès le début de la ſonate, il eſt évident qu'un motif court demande un moindre développement qu'un motif long, & au contraire.

Il paroît donc bien qu'il eſt effectivement dans la muſique une unité donnée dont l'imagination du compoſiteur tire la variété qui enchante nos oreilles & émeut nos âmes; unité de ton dans la mélodie & dans l'harmonie, unité de temps dans le rhythme.

Je finis par un apercu rapide des divers changemens que la muſique éprouva depuis ſa naiſſance jusqu'à nos jours, aperçu qui prouve ſans doute, que pour l'ouïe du moins, le ſentiment du beau ſuppoſe une unité décorée de variété.

Les Grecs, les premiers en muſique comme en tous les beaux-arts, ſe ſaiſirent de l'étendue de la quarte, qu'ils nommèrent tétracorde, & qu'ils varièrent en le partageant d'abord en un ſemi-ton & deux tons; c'étoit le genre diatonique. Bientôt peu contens de cette variété, ils eurent recours au genre chromatique, puis à l'enharmonique; enfin ils multiplièrent les tétracordes, les portant ſucceſſivement juſqu'au nombre de quatre. Quant à la variété que le rhythme peut produire, les Grecs n'en firent point un uſage particulier en muſique; la leur n'étoit deſtinée qu'à l'accompagnement de leur poéſie, & leur rhythme étoit celui de leurs vers, rhythme auquel le célébre Voſſius attribuoit auſſi toutes les merveilles que l'on raconte de l'ancienne muſique *)

St Grégoire changea, dit-on, le tétracorde des Grecs en eptacorde, & poſa par là le premier fondement de notre échelle diatonique, dans laquelle l'octave eſt l'unité donnée à varier. On s'en tint pendant aſſez long-temps à cette échelle diatonique, & ne trouvant pas qu'elle fournît aſſez de variété, on imagina l'uſage de l'harmonie, de laquelle naquit le contre-point, qui d'abord fut ſimple, comme l'indique le nom même (point ou note contre point) & qui bientôt devint figuré. Alors naquit l'unité rhythmique, ou la meſure, d'abord

*) *De Poematum cantu, & viribus Rhythmi.*

ſimplement ſentie, & bientôt après marquée en ſéparant les meſures les unes des autres. On commença de plus à faire uſage des notes ſenſibles dans les divers tons ou modes en uſage alors, qui ne différoient encore qu'en ce que chacun avoit ſa tonique particulière; les tons mêmes n'étoient que ceux de l'échelle diatonique. Cette introduction des notes ſenſibles, ou ſemi-tons au-deſſous de la tonique, jeta les fondemens de notre échelle chromatique, & ſemble avoir été inſpirée par le beſoin de l'unité dans la variété prodigieuſe qu'avoit amenée la multiplication des voix ou des parties. La note ſenſible amenoit dans tous les modes les mêmes cadences finales, & elle a fini par réduire à deux ſeuls modes, le majeur & le mineur, les modes en uſage ci-devant, qui étoient au nombre de ſix, ou même de douze.

La multiplication des parties jetant beaucoup de variété dans la muſique, variété qui aujourd'hui pourroit nous paroître aller jusqu'à la confuſion, le beſoin ſourd de l'unité fit imaginer les imitations, les fugues, les canons, qui promenant le même chant de partie en partie & de modulation en modulation, en font mieux reſſortir l'unité.

Enfin l'uſage de tous les ſemi-tons dont notre échelle eſt ſuſceptible, porta la variété de notre mélodie & de notre harmonie auſſi loin qu'elle ſemble pouvoir aller, ſur-tout ſi l'on y joint nos accompagnemens, qui ſouvent forment un chant particulier tout différent de celui qu'ils ſont deſtinés à ſoutenir, & dont ils détruiroient ſans doute l'effet, ſi l'eſpèce d'inſtinct qui ramène malgré lui l'homme à l'unité dans les beaux-arts, n'avoit pas réglé que ces accompagnemens ne préſenteroient guère qu'un ſeul trait de chant, très-ſimple en lui-même, &

RÉFLEXIONS
ſur le Déterminisme & ſes deux extrêmes.

PAR M. ANCILLON PÈRE *).

La philoſophie eſt la ſcience des principes; & j'entends ici par principes, non des prémiſſes de ſyllogisme, mais de vrais êtres, des ſubſtances ou des forces que l'on ſuppoſe ſe trouver derrière tout ce que nous regardons comme de ſimples effets ou des phénomènes dans le monde des eſprits & dans le monde des corps. Ce ſont-là les ſeuls vrais principes que la philoſophie cherche, pourſuit, & qui ſont proprement ſon objet & le but de ſes travaux. Si en incorporant à la philoſophie la logique & l'ontologie, on a paru prendre le mot de principes pour l'enſemble ou des opérations de l'âme dans la recherche de la vérité, ou des axiomes ſur lesquels ces opérations repoſent & qu'elles enchaînent pour arriver à des concluſions certaines, je crois qu'on a eu tort, qu'on a pris les moyens pour le but, & les matériaux pour l'édifice qu'il s'agit de conſtruire; & ſi l'on m'accuſe d'avoir par ma définition des principes, reſtreint toute la philoſophie à la métaphyſique, je ne ſais ſi je dois m'en défendre, ou ſi je dois avouer que c'eſt auſſi-là mon ſentiment; parce que ni l'un ni l'autre, ni mon déſaveu

*) Lu à l'Académie, le 13 ſeptembre 1804.

ni mon aveu, n'eſt fort important pour la déciſion de cette grande queſtion, & qu'il n'y auroit qu'une diſcuſſion dans laquelle je ne puis ni ne dois m'engager, qui pût la réſoudre.

En aſſignant donc à la philoſophie les principes ou les cauſes primitives de tout ce qui arrive, comme ſon domaine & le champ propre de ſon activité, il paroît que tout ſon travail ſe ſubdiviſe en deux parties diſtinctes & qui l'épuiſent tout entier. Tantôt elle veut s'aſſurer de l'exiſtence & de la réalité de ces cauſes premières, déterminer leur nature, & chercher à s'en faire une idée ſinon diſtincte & complète, au moins claire, exempte de contradiction, & qu'elle puiſſe juſtifier; tantôt rapprochant ces principes ou ces êtres primitifs, des combinaiſons qu'ils enfantent & de tout le corps de phénomènes & d'effets qu'ils produiſent, elle cherche à expliquer ce dernier par les premiers, en rendant ſenſible la chaîne ſecrète qui les unit, & fait comprendre ainſi comment & pourquoi ils coëxiſtent enſemble.

Or il eſt aſſez remarquable (& c'eſt une obſervation que fournit & conſtate toute l'hiſtoire de la philoſophie, à la ſuivre depuis ſon berceau jusqu'à nos jours) que ſi cette ſcience a deux grands objets diſtincts, elle a auſſi eu dans tous les ſiècles deux grandes difficultés à combattre, contre leſquelles elle a lutté ſans ceſſe avec plus ou moins d'apparence de ſuccès, mais jamais de manière à en triompher parfaitement. A-t-on demandé, a-t-on cherché, s'il y a, outre l'univers phénoménique ſpirituel & corporel que perſonne ne révoque en doute, un univers réel, caché ſous le premier, & dont le premier n'eſt que le ſigne & l'expreſſion? a-t-on eſſayé d'en déterminer la nature & d'en prouver l'exiſtence? on a trouvé dans ſon chemin, comme un adverſaire redoutable, l'idéaliſte tant phyſique (s'il n'y a pas de contradiction dans l'expreſſion) que transcendant; & ſi les triomphes dont celui-ci en particulier ſe glorifie de nos jours, ſont plus qu'équivoques & ont conſidérablement baiſſé ſous plus d'une main ſavante qui en a éclairé de près le faſte ridicule, il faut, pour être juſte, convenir qu'il reſte encore ici un nuage qui parvenu jusqu'à nous au travers de

tous les ſiècles où on a philoſophé, va peut-être encore inquiéter & pouſſer à de nouvelles recherches nos derniers neveux; voilà pour la partie théorique de la philoſophie, ou celle qui ſe borne à chercher, à trouver, à démontrer les principes dans le ſens métaphyſique que j'ai donné à ce mot. Mais la partie qu'on pourroit appeler pratique parce qu'on y emploie les principes & qu'on s'en ſert pour expliquer en dernière analyſe leurs combinaiſons, leurs réſultats & leurs effets différens, cette partie, dis-je, a eu auſſi de tout temps, & aura peut-être auſſi long-temps qu'il y aura des têtes que les demi-ſolutions ne ſatisfont pas, ſon ennemi propre, & cet ennemi, c'eſt le déterminisme; car du moment où on a cherché & où l'on cherche la raiſon ou la cauſe de ce qui arrive, à la faveur de ces principes, on ſe ſent embarraſſé & arrêté par une difficulté auſſi générale & auſſi redoutable que celle que l'idéalisme forme dans la queſtion s'il y a des principes ou des êtres métaphyſiques & quels ils ſont; mais qui en diffère, en ce qu'elle ne ſe fait pas ſentir quand il s'agit de ſavoir ce qui eſt, mais ſeulement quand on demande comment & pourquoi ce qui eſt, eſt, & eſt de telle manière plutôt que d'une autre. J'ai cru devoir l'appeler ſimplement déterminisme, pour ne pas faire entrer dans la déſignation la plus générale de la difficulté ce qui ne peut appartenir qu'à ſon développement & à ſes différentes faces.

C'eſt d'abord à expoſer ſimplement & à décrire cette difficulté; enſuite, à en faire remarquer les traces & les fâcheux effets dans toute les parties de l'économie ſpirituelle & morale de l'homme; enfin, à en faire ſentir la force que je deſtine ce mémoire.

* * *

Il eſt dans la nature de l'entendement humain de concevoir ſur la ligne des cauſes & des effets qu'il ne ſe laſſe pas de parcourir en tous ſens, deux points extrêmes qui la terminent; l'un eſt le néceſſaire, & l'autre l'arbitraire; l'un, qui a tellement ſa raiſon ſuffiſante qu'il ne peut point ne point être, & qu'il ne ſauroit être que d'une manière;

l'autre, qui eſt tellement deſtitué de toute raiſon, qu'on ne voit pas du tout pourquoi il eſt plutôt que de ne point être, & pourquoi il n'eſt pas de mille manières, différentes de celle dont il eſt réellement; l'un, qui porte ſa raiſon ſuffiſante en ſoi-même; l'autre, qui ne l'a ni en ſoi, ni hors de ſoi; l'un enfin, qui eſt ſa raiſon à ſoi-même, de manière qu'à la queſtion pourquoi il eſt; on peut & on doit même répondre que c'eſt parce qu'il eſt; l'autre, dont ni lui-même, ni quoi que ce ſoit hors de lui n'eſt la raiſon, de manière qu'à la queſtion pourquoi il eſt, on peut & on doit répondre, que non ſeulement on ne le ſait pas, mais qu'on ſait encore démonſtrativement & par ſa définition même, que rien ne lui eſt raiſon d'être ainſi & non autrement. Ce ſont-là ſans doute, dans l'ordre des explications à donner, deux extrémités parfaites; on ne peut pas reculer davantage les deux bouts de l'axe de la ſphère dans laquelle la raiſon humaine tourne ſans ceſſe; & au delà elle n'apperçoit plus rien.

Il ſeroit très-facile de rendre raiſon & de toutes les exiſtences & de toutes les modifications d'exiſtence ſoit corporelles ſoit ſpirituelles, s'il n'y avoit que l'un ou l'autre de ces deux principes de ſolution, c'eſt-à-dire qu'il n'y eût que néceſſité parfaite & abſolue, ou haſard parfait & abſolu; dans le premier cas, tout ſeroit parce que tout eſt, tout porteroit avec ſoi la raiſon de ſon exiſtence, & ſavoir que les choſes ſont, ou arrivent, ce ſeroit ſavoir pourquoi elles ſont & arrivent; dans le ſecond, tout ſeroit, ſans qu'il fût poſſible de ſavoir pourquoi tout eſt, ou plutôt parce qu'il ſeroit démontré qu'il n'y a point de raiſon à donner de ce qui eſt. En ſuppoſant que l'un ou l'autre de ces deux extrêmes fût prouvé & admis, ou que l'eſprit humain pût y ſouscrire, tout s'expliqueroit auſſi ſolidement que brièvement; & le queſtionneur le plus hardi & le plus impitoyable verroit échouer contre ce mur d'airain, celui ou d'une néceſſité abſolue ou d'un haſard pur & parfait, tous ſes projets d'incidenter, & d'embarraſſer ſon homme.

Mais malheureuſement ou heureuſement (comme on voudra le prendre) l'eſprit humain, de la manière dont il eſt fait, & en conſé-

quence des lois immuables qu'il ſuit dans ſes opérations, ne peut embraſſer excluſivement aucun des deux partis qui conſtituent cette alternative; il ne peut l'imaginer un inſtant que par ſuppoſition. Dire que tout, & le monde & ce qui arrive dans le monde jusque dans les plus petites déterminations des corps & des eſprits, eſt d'une néceſſité abſolue & rigoureuſe, d'une néceſſité qui exclut la poſſibilité du contraire, c'eſt révolter le ſens commun, qui confuſément & ſans ſe rendre raiſon de ce qu'il éprouve, ſent que par ſuppoſition du moins, il ſeroit poſſible que rien du tout n'exiſtât, ou que la marche de la nature dans chaque moment où elle avance vers quelque réſultat, fût autre qu'elle n'eſt; c'eſt révolter le philoſophe qui s'eſt convaincu que c'eſt préciſément cette poſſibilité de ſubſtituer toujours, par la penſée, autre choſe à ce qui arrive, qui détruit la néceſſité abſolue & entière; c'eſt alarmer les conſciences délicates qui ſous le ſceptre de fer d'une néceſſité abſolue & d'un deſtin irrévocable, ne voient plus ni morale ni religion, & croient que tout s'abyme & ſe perd dans les gouffres de l'athéisme & de l'immoralité. D'un autre côté, dire que tout eſt ſi peu néceſſaire, que tout plutôt eſt parfaitement arbitraire, deſtitué de toute raiſon ſuffiſante, & livré à une chance pure & à un haſard complet, c'eſt par une raiſon contraire produire les mêmes effets & liguer contre ſoi le bon ſens & la raiſon, la philoſophie & ſes concluſions les plus certaines, tous les ſentimens religieux & moraux. Il eſt auſſi difficile, pour ne pas dire impoſſible, d'être ſur la queſtion, par exemple, du monde, Spinoſiſte tranquille, intrépide, parfaitement convaincu, qu'Épicurien décidé & fermé aux moindres doutes ſur les difficultés de ſon ſyſtème; ſoit qu'on raiſonne, ſoit qu'on ne raiſonne pas, ſoit qu'on ſe développe à ſoi-même toutes les répugnances ſourdes & invincibles qu'on éprouve dans l'un & l'autre de ces deux ſentimens, ſoit qu'on les ſuive en aveugle, & qu'on les laiſſe ce qu'elles ſont pour le vulgaire, un inſtinct & une averſion machinale; il eſt inconteſtable qu'on en eſt repouſſé avec une égale force, & que ni l'un ni l'autre de ces poſtes extrêmes n'eſt tenable.

Dans

Dans cette poſition, au premier coup-d'œil déſeſpérée, qu'a donc fait la raiſon humaine dans tous les ſiècles? Elle a fait tout ce qui lui reſtoit à faire, c'eſt-à-dire qu'en reculant en arrière de deux ſpectres hideux qu'elle voyoit ſans ceſſe devant elle, borner ſon horizon, le Fatalisme d'un côté, & le Haſard de l'autre, & ſe trouvant par cela même rejetée ſur tous les points intermédiaires de la ligne d'explication qui les ſépare, elle s'eſt portée ſucceſſivement ſur tous les points de cette ligne. Mais quels pouvoient être pour elle les réſultats de cette marche vacillante & oscillatoire? On ne peut, ce me ſemble, en imaginer que trois; on embraſſoit un mode d'explication, où tantôt on ſe contentoit, entre le fatalisme & le haſard, d'en faire entrer plus ou moins de l'un ou de l'autre; tantôt on eſpéroit d'atteindre à une meſure de l'un & de l'autre parfaitement égale, & qui ne donnât la prépondérance ni à l'un ni à l'autre; tantôt enfin on imaginoit de ſe paſſer entièrement de tous deux, & d'échapper à l'un & à l'autre.

Il ſeroit inutile de ſéparer les deux premières prétentions ou eſpérances de la philoſophie explicative, puiſqu'un ſeul & même raiſonnement peut ſervir à les confondre toutes deux; c'eſt que tout mélange & tout amalgame de fatalisme & de haſard eſt une chimère & une ſuppoſition contradictoire, dans quelque proportion que vous les mêliez. Si ce ſont deux extrêmes où il eſt impoſſible de ſe maintenir, chacun d'eux eſt en même temps indiviſible, ſe refuſe à tout partage, à toute gradation, eſt tout entier par-tout où vous ne le croyez exiſter qu'en partie, & ne peut jamais, par quelqu'altération prétendue, ou quelqu'affoibliſſement du poiſon qu'il porte avec ſoi, donner lieu à un ſentiment mitoyen & tempéré. Tout mode d'explication où il entrera du fatalisme, en quelque doſe que ce ſoit, ſera tout entier fataliſte; tout mode d'explication où le haſard jouera un rôle, quelque petit, quelque peu conſidérable qu'il ſoit, ſera dès ce moment entièrement la proie du haſard, & c'eſt un ſentiment tout-à-fait illuſoire que d'admettre du plus ou du moins dans une maſſe formée de deux ingrédiens rigoureuſement incompatibles, & de vouloir apprécier les ſyſtè-

mes par le plus ou le moins de fatalité ou de haſard qu'ils laiſſent ſubſiſter dans leur manière de préſenter la grande raiſon des choſes; c'eſt ici ſurtout qu'il faut dire; tout, ou rien. On pourra ſans doute me demander la preuve d'une aſſertion, pour le moins paradoxe; puiſque du premier coup-d'œil tout eſt ſusceptible de plus ou de moins dans la nature, tout admet un état de choſes où l'on peut dire qu'il y a autant d'un côté que de l'autre. N'y a-t-il pas entre chaque nombre pris à diſtance, une ſérie qui en allant en croiſſant ou en diminuant vers les deux extrêmes, préſente des deux côtés des nombres ſucceſſivement ascendans ou descendans, & ſi la ſomme eſt pair, un nombre également diſtant des deux extrêmes? Les couleurs & les ſons n'offrent-ils pas de ces degrés d'intenſité ou d'affoibliſſement dont chacun eſt dans une proportion donnée avec celui qui le précède ou qui le ſuit, & dont l'un, en vertu de la place qu'il occupe ſur l'échelle, tient le milieu entre tous ceux qui contribuent ou à augmenter, ou à diminuer la quantité donnée; en logique même, en adoptant la définition du vrai ou du faux par le nombre des caractères ou des marques auxquelles l'un & l'autre ſont reconnoiſſables, ſi le vrai ſubjectif eſt la réunion de tous ces caractères devant l'intelligence qui les cherche & les raſſemble, le faux, l'abſence totale de ces caractères, ne faut-il pas que l'eſpace intermédiaire préſente, ou tous les degrés de vraiſemblance qui font hauſſer ou baiſſer l'aſſentiment ſuivant le nombre des caractères de vérité qui s'y trouvent, ou un point qui rendant le nombre des caractères du vrai & du faux, égal de part & d'autre, anéantit la vraiſemblance & laiſſe l'eſprit en ſuspens? Pourquoi donc ne pourroit-il pas y avoir une explication de la nature, de l'homme, de Dieu, qui ſans en être moins ſolide & moins ſatisfaiſante, tînt plus ou moins du fatalisme ou du haſard, ou autant de l'un que de l'autre? Le *medium tenuere beati* ne ſeroit-il ſans application qu'ici? Je le crois; & je me fonde ſur la différence eſſentielle qui ſe trouve entre les cas de mélange & d'approximation allégués plus haut, & celui qu'on voudroit leur aſſimiler. Elevez graduellement un nombre à telle hauteur

que vous voudrez, & faites-le descendre de même auſſi bas qu'il eſt poſſible, & jusqu'à zéro; imaginez dans les ſons, les couleurs & toutes les ſenſations, enfin dans la réunion des caractères du vrai, que dis-je, dans toutes les modifications du monde corporel & ſpirituel, le plus haut & le plus bas degré; écartez tant que vous voudrez les deux extrêmes, vous aurez cependant toujours des quantités ou des qualités, c'eſt-à-dire des parties homogènes & intégrantes, & la différence ne ſera que dans les agrégats que vous en faites; le plus petit nombre & tous les nombres qui le précèdent ou le ſuivent, ſont compris dans le plus grand nombre poſſible; c'eſt ce dernier nombre analyſé & décompoſé; comme le plus grand nombre poſſible n'eſt que le plus petit répété à l'infini; par quelque degré que vous faſſiez paſſer les ſons, les couleurs, les vices, les vertus, les caractères du vrai & du faux, ce ſont toujours des ſons, des couleurs, des vérités ou des fauſſetés, des vices ou des vertus; vous ôtez d'un côté, vous ajoutez de l'autre, vous égaliſez, mais les élémens ſont toujours les mêmes; bien loin de ſe combattre & de s'entre-détruire, ils entrent dans la compoſition l'un de l'autre, & quelle que ſoit votre opération, vous ne faites que les combiner autrement & les préſenter ſous d'autres aſpects. Mais il n'en eſt pas de même du fatalisme & du haſard, ſi on vouloit en emprunter en même temps de quoi former une ſolution & une explication des phénomènes dont le philoſophe creuſe l'énigme, ce ne ſont ni des quantités ni des qualités homogènes; de l'un vous ne ferez jamais l'autre, & l'un n'entre pas dans l'autre pour pouvoir donner lieu à des déploiemens différens; le fatalisme n'eſt pas le haſard multiplié, exalté, ſi je puis m'exprimer ainſi, & élevé à une puiſſance ſupérieure; comme le haſard n'eſt pas le fatalisme affoibli, dégradé, réduit à rien; l'un ne peut donc pas être regardé comme le plus haut degré & l'autre comme le plus bas d'une ſeule & même quantité ou qualité dont tous les degrés intermédiaires puiſſent ne renfermer que plus ou moins de l'un ou de l'autre, ou autant de l'un que de l'autre; & par conſéquent on aura beau ſe promener en tout ſens ſur la ligne tirée entre les deux

extrêmes, eſſayer de chacun des points qui la compoſent, s'approcher alternativement du fatalisme pour s'éloigner plus du haſard, & s'approcher du haſard pour s'éloigner plus du fatalisme, on n'enfantera que des explications imparfaites, incohérentes, louches dont un bon eſprit & qui ne ſe paye pas de mots, ne pourra jamais ſe contenter.

Mais ſi c'eſt-là le ſort & la condamnation néceſſaire des deux premières alternatives que nous avons poſées comme autant de fruits & de réſultats ſenſibles des tentatives & des tâtonnemens de l'eſprit humain dans la ſolution de la grande énigme des cauſes, il ne reſte donc plus que la troiſième que j'ai indiquée, celle qui conſiſte à trouver un mode d'explication également étranger au fatalisme & au haſard, & où il n'entre abſolument rien ni de l'un ni de l'autre; & c'eſt ainſi que rempliſſant le premier objet de ce mémoire, j'exprime ſimplement la difficulté que j'ai en vue, le grand & peut-être l'éternel & inſoluble problème donné à la foibleſſe de l'entendement humain, en un mot une eſpèce de déterminisme qui ne participe en rien ni du fatalisme, ni du haſard.

* * *

C'eſt le propre de toutes les vérités, de toutes les erreurs, ou de tous les doutes qui ſont comme le patrimoine de l'eſpèce humaine & qui s'identifient avec elle, de ne pas tantôt paroître, & tantôt diſparoître au gré du caprice, des goûts dominans, des variations ſans fin que le temps amène; mais d'exiſter toujours dans l'homme, permanens & invariables, de paſſer ſucceſſivement & de ſiècle en ſiècle par toutes ſes facultés pour y être travaillées, élaborées différemment, & de laiſſer par-tout des traces heureuſes ou déſaſtreuſes de leur paſſage. Ces réſultats immédiats & néceſſaires de toute l'économie ſpirituelle & morale, ſans leſquels cette économie ſeroit détruite & même ne ſe concevroit pas, vous les retrouvez ſous toutes les formes ſous leſquelles une même idée peut exiſter dans l'âme humaine; confus, vagues, mais toujours actifs dans l'homme ordinaire & vivant ſous les lois du

ſimple bon ſens & du ſentiment; développés & analyſés dans le philoſophe; revêtus & parés de tous les charmes de l'imagination, du génie & du goût dans l'âme de l'artiſte.

Or, me trompé-je? ou n'eſt-ce pas dans ces trois états principaux dans lesquels peut & doit exiſter tout ce qui paſſe par l'âme humaine, ou plutôt ce qui y demeure comme un trait caractériſtique de ſa nature & de ſon eſſence, que ſe retrouve la grande difficulté que j'ai tâché d'expoſer auſſi clairement qu'il m'a été poſſible? Le déterminisme, c'eſt-à-dire ce qui dans toutes les ſolutions que l'homme cherche, & qu'il ne peut pas s'empêcher de chercher, ne doit être ni le fatalisme, ni le haſard, ni rien qui y avoiſine, le déterminisme dis-je, n'eſt-ce pas ce qui dans tous les ſiècles & ſous toutes ſortes de rapports, a embarraſſé & inquiété l'homme, & dont il a laiſſé l'empreinte ſur tous les monumens de ſa penſée & de ſa ſenſibilité? En fermant les yeux ſur cette grande & trop fameuſe ſource de ſes recherches, de ſes opinions, de ſes incohérences, de ſes combats, pourroit-on dire qu'on le connoît aſſez bien, ou plutôt ne perdroit-on pas une clef eſſentielle de ſes opérations les plus intéreſſantes? Prenez-le dans le premier état où la nature le place quand elle lui ouvre la carrière de la vie & qu'elle le condamne, ou plutôt qu'elle l'aime aſſez, pour l'inviter à la fournir ſous l'influence ſeule du bon ſens & d'une raiſon commune, & voyez ſi dans quelqu'explication qu'il s'engage, il pourra ſe défendre de deux idées qui ſont en lui, ſouvent ſans qu'il le ſache, avec une égale force, je veux dire, celle du fatalisme & celle du haſard! S'agit-il des objets extérieurs? à ſes yeux ils ſeront toujours ou trop ou trop peu motivés; les raiſons qu'on lui en donne, ſont ou trop bonnes, & il ne voudroit pas que l'exiſtence ou la manière d'être de ces objets fût néceſſaire; ou ne ſont pas aſſez bonnes, & il craint tout autant de n'y voir que de l'arbitraire. Sans ſavoir diſtinctement ce qu'il veut & ce qu'il cherche, il eſt clair qu'il voudroit quelque choſe de mitoyen & d'intermédiaire; ſans s'expliquer à lui-même ſi c'eſt une chimère qu'il rêve ou une vérité qu'il ſoupçonne & qu'il de-

vine. S'agit-il de lui-même, de ſa condition dans le monde, des biens qui ſe préſentent à lui, ou des maux qui l'atteignent? les mots de haſard, de fatalité, de providence ſont également ſur ſes lèvres & dans ſon cœur, ſans qu'il ſache toujours au juſte s'il les prononce comme trois principes d'action différens, & ce qu'il faut dans ce cas mettre ſur le compte de l'un ou de l'autre, ou comme un ſeul. Voyez-le ſurtout dans ces momens où le ſentiment de quelque faute le tourmente, & approfondiſſez le redoutable phénomène du remors; qu'eſt-il au fond que le combat intérieur des penſées qui s'accuſent & ſe défendent, & qui pour s'accuſer & ſe défendre alternativement, partent de deux principes contraires, dont un ſeul, ou la conciliation parfaite des deux, ſi elle devenoit tout à coup évidente, mettroit fin à leur flux & reflux malheureux; & quels ſont ces principes? Écoutons parler le coupable; s'il y a eu, pour me déterminer à l'action que j'ai faite, des cauſes aſſez puiſſantes pour que le contraire de cette action fût impoſſible, voilà la fatalité; ſi elles ne l'ont pas été aſſez pour la produire, & que cependant elle ait été faite, parce que toutes enſemble étoient de nature à être éludées & rendues inefficaces par un principe qui ſe mettant à leur place & agiſſant lui-même ſans cauſe, les ait paralyſées, voilà le haſard pur, l'arbitraire parfait; & dans l'une & l'autre ſuppoſition, je n'ai rien à me reprocher & puis être tranquille. Cependant je ne le ſuis pas, & je ſens que je ne le ſerai jamais; il faut donc qu'il y ait quelque choſe qui faſſe que cette action n'a été ni tout-à-fait néceſſaire ni tout-à-fait arbitraire; quelque choſe qui ne la motive point aſſez pour que je puiſſe la mettre ſur le compte de la fatalité, & qui la motive cependant aſſez pour que je ne puiſſe pas l'attribuer au haſard; quelque choſe enfin, qui ſans être tout-à-fait l'un ou l'autre, en tienne plus ou moins, ou ſans en tenir rien du tout, en ait l'air, en revête tour-à-tour les apparences, & en emprunte les effets; c'eſt-là le principe inconnu & ignoré (au moins quant à la préciſion parfaite & à l'évidence entière qu'on devroit chercher à ſe procurer pour ſavoir ce qu'on dit quand on en parle) le principe re-

culé, caché, inacceſſible de mon inquiétude & de mon agitation; l'ennemi inviſible, mais toujours ſoupçonné, craint & ſans doute actif contre lequel je me débats, qui tantôt me terraſſe & tantôt me relève, mais ne me donne aucun relâche dans une lutte dont les profondeurs de mon âme ſont le théâtre continuel & qu'éclaire un demi-jour plus effrayant & plus déſeſpérant encore que l'obſcurité parfaite; ſans lui, je m'endormirois d'un ſommeil ſans doute malheureux & perfide, mais doux pour le moment, dans les bras de la fatalité ou du haſard, & toutes les actions me ſeroient indifférentes; avec lui, je ne le puis pas. Encore ſi, m'arrachant cet oreiller de ſécurité, il me l'arrachoit ſans détour; s'il ſe montroit lui-même & ſe prononçoit avec cette clarté & cette netteté qui bannit tout doute, toute équivoque, tout partage d'opinions; je me conſolerois de courir de nouvelles chances par l'eſpérance d'être du moins décidément innocent ou coupable, heureux ou malheureux; mais cela même eſt refuſé à ma condition préſente, & c'eſt l'embarras inextricable où me jettent des jugemens contraires ſur moi-même, qui ſans ſe concilier jamais, ne ceſſent de ſubſiſter enſemble; c'eſt ce vague où je nage ſans ceſſe, qui tue dans mon ſein tout ſentiment prononcé de ſatisfaction pure ou de désapprobation complète; les foudres & les bénédictions de la conſcience, ſes arrêts ſur la différence des actions ſont dans un grand jour, mais elle-même eſt dans un nuage. L'homme ordinaire & ſans philoſophie ne dit pas ce que je viens de dire, mais il a ſon langage pour faire comprendre ce que je viens de dire, & il fait plus encore pour en confirmer la vérité; il le ſent.

Je paſſe au caractère de la philoſophie dans tous les âges ſur ce point délicat, & il me paroît clair que tous les ſyſtèmes d'explication du monde, de l'homme, de Dieu, ne ſont que des manières différentes de réſoudre le problème dont je m'occupe; je veux dire de trouver des cauſes qui le ſoient aſſez pour proſcrire le haſard; qui ne le ſoient pas aſſez pour introduire le fatalisme. On a marché toujours & dans toutes les matières entre ces deux abymes; & comme on étoit

bien loin de ſoupçonner qu'il ne s'agiſſoit pas ſeulement ici du trop ou du trop peu de diſtance où l'on ſe plaçoit à l'égard de ces deux points extrêmes, mais qu'il falloit abſolument en ſortir pour avoir quelque ſuccès, c'eſt ce trop ou trop peu, donné à l'un ou à l'autre, qui faiſoit le but de toutes les recherches & décidoit de leur mérite. Toute l'hiſtoire de la philoſophie étudiée & compulſée ſous ce rapport, prouve cette aſſertion, qui pourroit ſeule fournir, au moins ſur l'article que j'examine, une claſſification des ſyſtèmes auſſi ſimple que juſte; je ne puis en donner ici qu'une rapide eſquiſſe.

On ne peut être en philoſophie que ſceptique ou dogmatique; parce qu'il n'y a point de milieu entre n'avoir point de ſentiment, & en avoir un. Les Sceptiques, à les prendre depuis Héraclite, Zénon d'Elée &c. jusques à Bayle, ne nous regardent point ici, & nous ne pouvons nous intéreſſer qu'aux Dogmatiques. D'abord, ils ne virent dans l'univers que de la matière, des corps, du mouvement, ſans aucune trace d'intelligence & de penſée, ou du moins ſans que ce dernier caractère devînt dominant dans leur façon de l'enviſager & qu'ils ſuſſent eux-mêmes ce qu'ils entendoient par là; ce fut le règne ſi long & ſi humiliant pour la raiſon humaine des théogonies, cosmogonies & émanations (car il n'y a que des nuances plus ou moins marquées dans tous ces ſyſtèmes) & alors on ne donnoit de l'univers & de tout ce qui exiſte que deux ſortes de raiſons; les unes, phyſiques; c'étoit la philoſophie de Thalès, de Leucippe, d'Empédocles, de Démocrite, d'Épicure &c. les autres, métaphyſiques & fondées ſur de pures abſtractions; c'étoit la manière d'Anaximandre, de Xénophanes, de Parménide, de Pythagore &c.; mais on ſent que les unes & les autres, par cela même qu'on s'y bornoit, & qu'on ne mettoit pas même en queſtion ſi le monde étoit éternel ou non, ſuppoſoient le fatalisme le plus abſolu. Comment l'idée de haſard, dans le ſens que nous y attachons, en l'oppoſant à ce qui eſt réfléchi & prémédité; comment bien moins encore l'idée de quoi que ce ſoit d'intermédiaire entre le fatalisme & le haſard, auroit-elle pu ſe préſenter à des hommes pour

qui

qui l'eſprit, c'eſt-à-dire tout ce qui emporte les notions diſtinctes de cauſe & d'effet, de but & de moyens, de liberté & de choix n'exiſtoit pas? La marche progreſſive de l'eſprit humain, toujours attaché à l'univers, comme à la ſeule & intariſſable ſource de toutes ſes connoiſſances amena enfin, quoique lentement & au travers de pluſieurs ſiècles, cette grande & précieuſe notion d'une intelligence, d'une penſée, non pas formant, mais ordonnant, arrangeant, façonnant la matière & en formant l'univers; aux raiſons phyſiques, aux raiſons métaphyſiques, ſuccédèrent alors les raiſons pſychologiques & morales. Le νῦς d'Anaxagore, le θεὸς de Socrate & de Platon, le πρῶτον κινοῦν d'Ariſtote avec toute la ſuite d'obſervations importantes ſur l'homme en particulier que ces pères de la bonne métaphyſique nous ont léguée pour la continuer & l'enrichir, ont été la baſe d'une grande & utile diſtinction; celle qui nous donne pour objets de nos recherches & de nos explications, Dieu, le monde & l'âme humaine; mais dès ce moment auſſi la doctrine du déterminisme ou de l'application du principe de cauſalité prit naiſſance, ou eut au moins une plus grande étendue. Quand il n'y avoit que la matière, & une matière néceſſaire & éternelle, on ne pouvoit être que fataliſte; le mot de haſard n'avoit pas de ſens, puiſqu'il ſe définit par l'abſence de la penſée, de la réflexion & du choix, ou s'il en avoit un, le principe qu'il déſignoit ſe confondant avec la matière ou en maſſe ou en atomes dont il ſe jouoit, devoit être éternel & néceſſaire comme elle & reconſtruire le fatalisme ſous une dénomination différente; à peine pouvoit-on employer, ſans en avoir la conſcience & ſans être en état de ſe le développer à ſoi-même, le principe de cauſalité, puiſque le néceſſaire abſolu n'a pas proprement de cauſe. Mais en plaçant hors du monde, le principe du monde, & en diſtinguant dans le monde l'âme humaine, on faiſoit naître une foule de rapports entre Dieu & le monde, entre Dieu, le monde & l'âme humaine; alors ſe préſentent pluſieurs queſtions que l'on ne peut aborder, examiner, réſoudre tellement quellement qu'en voguant ſur une mer redoutable dont les deux bords oppoſés ſont le

fatalisme & le haſard; qu'en ſerpentant entre ces deux bords, & tâchant toujours de ſe maintenir, s'il eſt poſſible, à diſtance égale de l'un & de l'autre; c'eſt ce travail dont je dois donner ici quelqu'idée pour faire ſentir que de ſiècle en ſiècle & dans toutes les queſtions majeures, c'eſt le déterminisme ou la difficulté de ne tomber dans aucun des extrêmes auxquels il touche & avec lesquels il ſemble toujours ſe confondre, qui a tourmenté l'eſprit humain & embarraſſé ſa marche. Or il ne faut qu'embraſſer d'un coup-d'œil fugitif toute la ſuite des philoſophes qui ont traité les matières où il faut délier ce nœud; philoſophes Grecs, ceux au moins qui en ont formé le beau période; Alexandrins ou nouveaux Platoniciens; Arabes; Scolaſtiques; ceux enfin qui depuis la renaiſſance des lettres ont fleuri jusques à Leibnitz, (car Kant a coupé le nœud où l'a éludé) il ne faut que les entendre ſur l'origine du monde & ſur le principe des déterminations de l'âme, pour les voir, les uns engagés dans le fatalisme ou dans le haſard, les autres, & c'eſt le grand nombre, flottant avec plus ou moins de ſuccès & toujours avec les plus grands efforts de ſagacité & de ſubtilité entre l'un & l'autre. J'en citerai quelques-uns des cinq claſſes que j'en ai faites; non ſeulement parce que le temps, & l'intérêt que je voudrois ſoutenir, ne me permettent pas un plus grand nombre d'exemples, mais encore & ſurtout parce que d'un côté, ils n'ont pas tous traité les queſtions dont il s'agit, & que de l'autre, ils ne les ont pas tous traitées avec la même exactitude & dans le même détail.

S'agit-il donc de l'origine du monde & de ſes rapports avec Dieu? Il n'y a, ce me ſemble, que deux ſyſtèmes poſſibles & véritablement diſtincts l'un de l'autre; l'émanation ou la création; l'un fait du monde une partie de Dieu, ou de Dieu une partie du monde, ou enfin Dieu lui-même ſous un autre nom; l'autre en fait une production libre & volontaire de ſon pouvoir. Il faute aux yeux que toute émanation néceſſaire emporte fatalisme, ou ce n'eſt plus émanation; or cette émanation eſt clairement dans les Théogonies d'Homère & d'Héſiode, & dans la Cosmogonie Ionienne; elle eſt douteuſe, & jusqu'à pré-

ſent fortement combattue & conteſtée (quoique ſans raiſon, comme je pourrai le faire voir un jour) dans le ſentiment d'Anaxagore, de Platon & d'Ariſtote, qui de quelque manière qu'on l'explique, ne peut pas s'entendre d'une création proprement dite dont perſonne alors n'avoit l'idée, & doit par conſéquent appartenir à l'émanation; je la trouve dans le ſentiment d'Épicure, puiſqu'il fait ſortir ſans choix & ſans penſée l'univers de l'action combinée des atomes de la matière & d'un haſard auſſi néceſſaire & auſſi éternel que ces atomes; on ne peut pas la méconnoître, quoique plus ſubtile & plus ſpiritualiſée, ſi je puis m'exprimer ainſi, dans l'opinion de Plotin, de Proclus & en général de pluſieurs nouveaux Platoniciens, qui faiſoient du monde Dieu lui-même projeté hors de lui par la penſée & que nous ſommes faits pour voir ſous les traits du monde; cette émanation enfin redevint plus matérielle & plus palpable dans le Spinoſisme, quoique Spinoſa prétendît que ſa bizarre divinité étoit libre parce qu'elle n'obéiſſoit à aucune contrainte extérieure. Reſte donc le ſeul ſyſtème qui ſuivant le parti que l'on prend, peut prêter ou à la néceſſité ou à l'arbitraire, celui de la création proprement dite; & il n'y a encore ici que deux ſuppoſitions poſſibles; création éternelle *a parte ante* ou création dans le temps; création éternelle qu'ont ſoutenue Plotin, Proclus, Thophail, Jean Duns Scot, Pierre Lombard; qu'ont niée Juſtin, Origène, Methodius, St Auguſtin, tout une ſecte de philoſophes arabes appellée les *loquentes*, Moyſe Maimonide, Guillaume d'Auvergne, Albert le Grand, Bonaventure, Richard de Midleton, Malebranche, Parker, & qu'a laiſſée en ſuſpens Occam; ſans parler de tous leurs ſucceſſeurs juſqu'à nos jours, qui à leur exemple, ou ſe ſont prononcés tantôt pour tantôt contre la création éternelle *a parte ante*, ou ſe ſont renfermés dans un modeſte & ſtudieux ſcepticisme ſur cette grande alternative. Mais pourquoi ſe jeter avec tant de vivacité dans l'un des partis contraires, ou ſe tenir avec tant de réſerve entre les deux, pour ne rien précipiter? ſi ce n'eſt parce qu'à la ſuite des objections faites de part & d'autre, il paroiſſoit qu'un monde coéternel à Dieu

quoique créé, étoit moins créé qu'émané, & par conſéquent indiquoit en Dieu une néceſſité abſolue de le produire; que d'un autre côté, un monde créé dans le temps, faiſant naître la queſtion comment Dieu avoit pu vouloir éternellement le créer ſans le créer en effet, ou ne l'avoir pas toujours voulu, & cependant être immuable, ſembloit mettre de l'arbitraire dans ſon procédé. Telles ſont les occaſions de tomber dans les défilés du déterminisme qui ſont nées des rapports qu'il falloit établir entre Dieu & le monde, au moment où la ſaine philoſophie avoit ſéparé l'un de l'autre; l'éternel danger étoit toujours, & eſt encore aujourd'hui de les ſéparer tantôt trop peu & tantôt trop.

J'arrive aux rapports entre Dieu, le monde & l'âme humaine, comme la ſeconde ſource d'application du déterminisme, d'autant plus féconde & par conſéquent plus embarraſſante dans la théorie, que l'on peut conſidérer l'âme par rapport aux déterminations de ſa volonté, comme ſoumiſe à trois ſortes d'influence; Dieu, le monde & les objets extérieurs, enfin ſes propres penſées & les concluſions de ſon entendement; or il n'eſt aucun de ces principes de volonté prochain ou éloigné, apparent ou réel, probable ou certain, qui n'ait mis les penſeurs de tous les âges dans les entraves du déterminisme & dans la triſte alternative des concluſions oppoſées & également inſoutenables dont il menace ſans ceſſe ceux qui s'ouvrent cette route de recherches. Tout homme inſtruit connoît les ſervices eſſentiels que les ſcolaſtiques ont rendu à la philoſophie ſpéculative, & ſait que ſans eux nous n'aurions vraiſemblablement eu ni Leibnitz, ni Wolf, parce que ſans eux nous n'aurions eu ni Ontologie, ni Pſychologie, ni Théologie naturelle. Mais ce qu'on ne ſait peut-être pas aſſez, c'eſt qu'ils ont traité ſurtout la matière de la liberté avec une profondeur & une ſagacité admirables; les modernes n'ont eu que peu de choſes à ajouter aux excellens ouvrages de Buridan & d'Ochin, & ce qu'il importe de remarquer comme une ſingularité, mais en effet comme une preuve qu'ils craignoient le principe de cauſalité & les conſéquences embarraſſantes auxquelles il paroît conduire dans la matière de la liberté, c'eſt

qu'ils avoient ſoin de l'écarter le plus qu'ils pouvoient, & ne s'en ſervoient ouvertement nulle part. Ils ne doivent pas cependant, quelque diſtingué que ſoit le rôle qu'ils jouent dans cette recherche, nous faire oublier tous les autres philoſophes qui ont fourni la même carrière, & nous allons les remettre à leur place dans la ſuite des exemples ou de fatalisme, ou de liberté d'indifférence, ou de liberté des motifs, & toujours de difficultés presqu'inſurmontables que toutes les écoles de philoſophie nous fourniſſent, quand le déterminisme s'eſt trouvé ſur leur chemin. Dans les anciens temps Diodore Chronus étoit fataliſte quant aux événemens & à la marche des choſes humaines. Les Stoïciens, pour éloigner de ce qu'ils appeloient le deſtin, la néceſſité abſolue, diſtinguoient entre événemens néceſſaires & non néceſſaires; & Chryſippe pour échapper aux objections qu'on lui faiſoit, priſes du danger de ſa doctrine pour la liberté des actions morales, diſoit qu'il y avoit des actions complètes & incomplètes ou ſimplement acceſſoires. Les Stoïciens prétendoient dans la doctrine de l'enchaînement des choſes, tenir le milieu entre Platon qui ſubordonnant tout à des idées immuables parce qu'elles ſont l'expreſſion de la perfection ſouveraine, paroiſſoit donner dans la néceſſité abſolue; & entre Épicure qui ne voulant ni ordre ni régularité, faiſoit tout arriver ſans cauſe ou par le haſard pur; & ils croyoient éviter l'un & l'autre en ne donnant à leur principe (φυσις) qu'autant de connoiſſance qu'il lui en falloit pour ſuivre ſtrictement les lois primitives & les déterminations eſſentielles tracées dans la nature des êtres, (λογους σπερματικους). Alexandre d'Aphrodiſée a fait un livre contre le deſtin des Stoïciens, mais de la manière dont il le combat, il établit le haſard, & admet des effets ſans cauſe. Pierre Pomponace lui répond & le réfute pour tomber lui-même bientôt dans la même erreur, à force de ſe défendre du fatalisme. Bonaventure flotte entre les deux points oppoſés, en donnant tantôt trop & tantôt trop peu aux cauſes. Natalis Hervé eſt indifférentiſte par la définition qu'il donne de la liberté, & déterminiſte par les diſtinctions ingénieuſes par leſquelles il s'efforce d'échapper au fa-

talisme. Durand de St Pourçain en définiſſant le libre arbitre un caractère propre à la volonté humaine & qui doit ſimplement marquer que cette volonté eſt indéterminée ou indifférente à toutes les actions, ou ne dit rien, ou poſe en fait ce qui eſt en queſtion, ou ſe déclare pour le haſard ſans vouloir le paroître, ou enfin, par une contradiction évidente, fait la volonté libre, & chaque acte de cette volonté néceſſaire. Jean Buridan après avoir mieux que perſonne poſé l'état de la queſtion & avoir fait toucher l'abyme au doigt & à l'œil, finit par dire avec une ſingulière naïveté qui dans un autre que lui pourroit paſſer pour un perſifflage, que les concluſions auxquelles il arrive étant dangereuſes, tous les ſaints perſonnages étant d'un ſentiment contraire au ſien, l'expérience, jusqu'à un certain point, & l'opinion générale étant pour eux, il veut croire, & il ſe propoſe de croire que l'homme eſt libre, & que ſous des conditions parfaitement ſemblables, des réſolutions oppoſées ſont poſſibles. Marſile de Inghen défend la liberté d'indifférence & par conſéquent le haſard pur dans les déterminations. Après avoir écouté Suarès on trouve, ou qu'il incline trop vers ce même ſentiment, ou qu'il n'exprime pas aſſez clairement les diſtinctions à la faveur desquelles il croit concilier le pouvoir des motifs avec l'abſence de toute eſpèce de néceſſité. Jean Duns Scot ſoutient que rien ne détermine la volonté qu'elle-même. L'aſſertion eſt au moins obſcure & équivoque. S'il veut dire qu'aucun objet extérieur & phyſique n'agit ſur elle immédiatement, perſonne n'en doute & ce n'eſt pas là la queſtion; s'il veut dire que chaque acte de la volonté, eſt en même temps cauſe & effet de lui-même, il ne s'entend pas ou il ſe contredit; s'il veut dire que la volonté ſe détermine ſans cauſe ou par des cauſes dont l'influence plus ou moins grande ou nulle dépend encore d'elle & de ſon bon plaiſir qui lui-même ſeroit ſans cauſe, il eſt partiſan du haſard pour ne pas l'être du fatalisme. Guillaume d'Auvergne ſuit le chemin ordinaire pour concilier ce qui dans cette diſpute eſt toujours en préſence l'un de l'autre. Henri de Gand eſt indifférentiſte. Gilles de Colonne favoriſe la volonté aux dépens de l'en-

tendement. Occam ayant, pour ſe débarraſſer des cauſes, défini le contingent, ce qui n'eſt déterminé par rien, ou ce qui relativement à ce qui le précède, pourroit auſſi bien ne pas être qu'être, avoue qu'il ne ſait comment concilier la preſcience divine avec la contingence de l'avenir. Je le crois bien d'après ſa mauvaiſe définition du contingent. C'eſt ſurtout à ſauver la liberté des actions humaines, des atteintes qu'on a craint pour elle, de la preſcience divine que ſe ſont appliqués Boëce, Anſelme de Cantorbery & d'autres. La réponſe eſt toujours, que Dieu ayant vu de toute éternité nos actions telles qu'elles ſont; libres, ſi elles le ſont, non libres, ſi elles ne le ſont pas, ne les change pas par ſa preſcience; mais on devroit voir que de cette manière la queſtion: le ſont-elles ou ne le ſont-elles pas? ſubſiſte toujours ſans qu'on y ait ſatisfait; & que ce n'eſt pas la préſcience divine qui fait ici la difficulté, mais l'action des cauſes & des motifs compriſe dans la preſcience & rendant même ſeule cette preſcience poſſible. St Auguſtin pour écarter la néceſſité des actions qui paroît réſulter de l'enchaînement des cauſes & des motifs, diſoit avec plus d'eſprit que de ſolidité, que la volonté libre de l'âme faiſoit partie de ces cauſes & de ces motifs de déterminations; mais d'abord, en déclarant cette volonté libre & en faiſant participer à cette liberté les motifs & les cauſes de ſes déterminations comme en faiſant partie, il ne définit, il ne prouve rien, il ſuppoſe donc ce qui eſt en queſtion; enſuite il favoriſe la liberté d'indépendance ou d'indifférence, ce qu'il n'a pas cependant deſſein de faire; car s'il ſe trouvoit que cette volonté de l'âme fût libre dans le ſens où libre ſignifieroit être en poſſeſſion de vouloir & d'agir ſans raiſon ou contre toute raiſon, ce ſeroit donc auſſi-là le caractère des cauſes & des motifs de déterminations dont, ſuivant St Auguſtin, la volonté libre de l'âme fait partie: enfin il fait un cercle; car ſi c'eſt une volonté libre qui produit certaines modifications en moi & hors de moi, comment ces mêmes modifications peuvent-elles produire & conſtituer à leur tour une volonté libre? l'effet peut-il donc devenir cauſe, ſous le même rapport ſous lequel il a été effet, ou porte-t-on

un jugement ſur le tout avant que d'en avoir porté un ſur les parties? ſur les parties, avant que d'en avoir porté, au moins d'une vue générale, ſur le tout? C'eſt donc ici un dédale de ſubtilités dont St Auguſtin lui-même ne ſe démêloit pas avec le ſuccès éclatant qu'il eut ſur d'autres matières; mais il y a, comme je l'ai inſinué, beaucoup de génie dans ſon aperçu; parce que d'un côté il y a du vrai, mais qu'on ne demande point; c'eſt que la volonté (libre ou non, libre d'une manière, ou libre d'une autre, ce qu'on ne définit point) & les cauſes, les motifs de ſes déterminations ſont dans l'âme, y ont leur ſiége & le principe de leur activité, ſéparé de toute impulſion étrangère & phyſique; de l'autre, comme la difficulté n'eſt pas dans le ſiége des motifs, mais dans le degré de pouvoir qu'ils exercent ſur l'âme & ſur la volonté, l'ingénieux auteur de la propoſition que j'examine, gliſſe ici le mot *libre* qui préciſément eſt en litige, & confond le ſiége avec la force & l'aſcendant des cauſes & des motifs de déterminations ſur la volonté, parce que c'eſt la diſtinction naturelle qu'il faut faire entre la volonté & les motifs dont elle éprouve l'action dans chacun des actes qu'elle produit, qui fait naître les queſtions & les difficultés qu'il vouloit éviter. Descartes accablé de la même alternative que nous voyons dans tous les ſiècles peſer ſur les bons eſprits, & trouvant ſans doute une égale force dans les conſidérations dont s'appuient les deux partis, conſeilloit de ſe déterminer pour l'un des deux, & enſuite de ne plus penſer à l'autre, ni aux raiſons qui militent ou paroiſſent militer en ſa faveur. Le conſeil ſeroit bon, s'il ne s'agiſſoit que de vouloir le ſuivre pour le pouvoir; s'il ne falloit pas déjà avoir trouvé décidément le foible ou le faux de l'un des ſentimens pour embraſſer l'autre; & s'il n'y avoit ici qu'incompatibilité apparente, au lieu qu'il paroît y avoir incompatibilité réelle. Spinoſa dit que l'homme eſt déterminé par des cauſes & des motifs, mais qu'il ne ſe détermine pas lui-même; ce qui revient à la ſuppreſſion totale de la ſpontanéité & de la liberté. Locke gliſſe ſi légèrement ſur cette matière, & l'approfondit ſi peu, qu'on doit craindre de lui attribuer un ſentiment qu'il

qu'il n'a pas, en avançant qu'il penche pour la liberté d'indifférence. Nommer Bayle & ſe ſouvenir de ſes fameuſes comparaiſons de la girouette & de la balance, ce ſeroit préſenter le fatalisme en perſonne & ſous ſa plus laide forme, ſi Bayle attaquant & défendant tous les ſyſtèmes, & croyant, bien mal à propos, les attaquer & les défendre avec une égale force, pouvoit être cité pour ou contre aucun ſentiment.

Voilà ce que j'appellerois volontiers les ravages du déterminisme dans tout le domaine de la philoſophie ſpéculative depuis ſon berceau jusqu'à nos jours. Il me reſte à faire voir, ſuivant mon plan, que ſes traces & ſes veſtiges ſe retrouvent jusque dans la poéſie ancienne, non pour lui ſuſciter des obſtacles comme à la raiſon, mais pour lui imprimer plutôt, je ne ſais quel caractère de beauté grande, majeſtueuſe & en même temps ſombre & ſaiſiſſante qu'elle ne tient & ne peut tenir que de lui.

On trouve dans tous les traités ſur le poëme épique & dramatique des anciens que ce qui fait ſon charme indicible & conſtitue ce grand caractère qu'on y ſent par-tout, c'eſt la machinerie poétique ſur laquelle il repoſe, cet appareil mythologique, cette intervention continuelle & immédiate des Dieux, qui ſaiſit l'imagination, & ennoblit les penſées, les ſentimens, les intérêts, les actions des hommes, en les plaçant ſous l'influence directe de la divinité perſonnifiée; les maîtres de l'art obſervent que les modernes obligés, par une ſuite de leurs principes religieux & du changement arrivé dans l'opinion générale, de renoncer à cette féerie ſainte, ont tout perdu aux yeux du goût, & que c'eſt par cet endroit ſeul (ſi tant eſt que ce ſoit le ſeul) que le chantre ſublime de Henri IV reſtera toujours dans l'admiration & dans l'enthouſiasme des ſiècles, à une diſtance infinie d'Homère & de Virgile. J'ajoute comme une remarque que j'ai ſouvent faite, que ſans ce preſtige étonnant attaché au merveilleux, deux vers de Racine dans le récit de Théramène qui font friſſonner d'horreur & de pitié,

ſeroient à peine remarqués au milieu des beautés dont le morceau entier étincèle;

On dit qu'on a vu même en ce déſordre affreux
Un Dieu qui d'aiguillons preſſoit leurs flancs poudreux.

Je confirme donc de tout mon cœur la remarque générale & connue ſur le pouvoir en apparence magique & incompréhenſible de ces Dieux d'Homère & de Virgile, de Sophocle & d'Euripide pour donner aux paſſions & aux événemens de la vie de leurs héros auxquels ils ſe mêlent par-tout, un caractère plus qu'humain; mais ce n'eſt pas préciſément-là ce que veux & dois dire pour me rapprocher de mon ſujet. Tous ces Dieux & Jupiter lui-même ſont ſoumis au Deſtin; or ce Deſtin, qu'eſt-ce? C'eſt ce que perſonne ne ſait & ce que perſonne ne doit ſavoir, à en juger par la manière myſtérieuſe & couverte dont les poëtes affectent d'en parler. Tandis que tous les autres agens naturels & ſurnaturels ſont connus, ont une forme, une phyſionomie, des traits, un langage, des procédés viſibles, des attributs auxquels ils ſont reconnoiſſables, le Deſtin ſeul caché derrière la ſcène des dévaſtations qu'il produit, ne ſort jamais de ſa ſainte & redoutable obſcurité; nul ne l'a vu & ne peut ſe le peindre, & par un raffinement de génie qu'on ne peut aſſez admirer, ou par un inſtinct de profonde philoſophie, toute l'imagination des Grecs, cette imagination ſi féconde à laquelle rien n'étoit impoſſible dans le genre ou noble ou grâcieux, ou hideux ou terrible, n'a pas pu ou n'a pas voulu lui donner un corps. Cependant c'eſt ce principe inconnu, inviſible, ſans couleur & preſque ſans nom, qui entre dans tout ce qui ſe fait ſous le ſoleil, fléchit tout à ſon gré, *fata ducunt volentem, nolentem trahunt*, ſe mêle ſurtout aux délibérations, aux paſſions, aux entrepriſes des hommes, & quand ils ſont bien malheureux par leurs foibleſſes, leurs vices & les revers de la vie, il les tourmente encore par le doute affreux s'ils ne ſont qu'en partie ou tout-à-fait malheureux de leur faute, & par le conflit de deux idées également nées avec eux, également déſolantes, contradictoires ſurtout, & dont aucune ne peut leur procurer le repos

qu'ils cherchent; l'une, qu'ils ſont les artiſans libres & volontaires de leur infortune: l'autre, que la ſource en eſt hors d'eux & ne dépend point d'eux. De là dans les âmes ſenſibles & vertueuſes des regrets ſans fin & presque ſans conſolation qui répandent ſur toute leur vie une amertume ſecrète, un mélange d'attendriſſement ſur elles-mêmes, de ſainte indignation contre elles-mêmes & de douleur ſur le ſort de la vertu dans le monde; dans les âmes violentes & paſſionnées, des fureurs & des emportemens, toutes les convulſions de l'infortuné qui ſe débat ſous une main de fer, dans des chaînes qu'il ne peut rompre, & dont le premier & le dernier chaînon ſe perd dans la nuit éternelle; dans les âmes paiſibles & douces, tous les ſentimens de la réſignation qui ſe ſoumet & adore; de là dans les lecteurs ou les ſpectateurs de ſemblables ſcènes, une pitié plus profonde, une horreur plus vive, des retours ſur eux-mêmes plus prompts & plus ſaiſiſſans, des craintes plus fondées, des larmes plus abondantes & plus douces. Je ne puis pas pouſſer cette idée & l'appuyer des citations qui ſe préſentent en foule, n'écrivant pas un mémoire de littérature & ſur une matière de goût; mais quand on a lu dans cet eſprit Homère & Virgile, Euripide & Sophocle; quand on a analyſé les impreſſions qu'on en recevoit, & s'en eſt demandé compte à ſoi-même, on a certainement, en finiſſant la lecture ou de l'Hippolyte d'Euripide & de la Phèdre de Racine, ou de l'Oedipe ou de l'Electre, trouvé au fond de tous les ſentimens que ſans doute le jeu & la peinture des paſſions peuvent déjà inſpirer, un effet renforcé & exalté qui appartient à une ſource différente & à un reſſort plus caché; je veux dire à cette penſée également touchante & effrayante, que ce ſont-là des créatures foibles qui ſouffrent également dans leur malheur, & de ce qui leur eſt connu, & de ce qui leur eſt inconnu, & de ce qu'il y a de volontaire, & de ce qu'il y a d'involontaire dans leurs fautes. Tous ceux qui depuis Ariſtote, ont remonté aux ſources du grand pathétique dans la tragédie, ont indiqué celle-là comme la principale, celle dont les plus grandes & les plus terribles beautés émanent; & au fond, ce n'eſt autre choſe que l'ex-

trême du déterminisme transporté au milieu des principaux événemens de la vie des perſonnages les plus fameux de l'antiquité & dans le champ de leurs vices & de leurs paſſions.

* * *

J'ai énoncé & exprimé la difficulté que forme le déterminisme & qui conſiſte à trouver un mode d'explication de tous les phénomènes de l'univers qui ne ſoit en même temps, ni le fatalisme pur ou le haſard pur, ni un ſimple mélange de l'un & de l'autre; j'en ai ſuivi les influences dans les diverſes parties de l'économie ſpirituelle & morale de l'homme; je dois encore, pour remplir mon plan, en faire ſentir la force.

Le principe que rien n'arrive ſans cauſe ou ſans raiſon, après avoir été employé comme un principe naturel, par ceux qui les premiers haſardèrent un raiſonnement, ne fut proprement prononcé que par Leucippe; enſuite par Parménides dans ſa discuſſion ſi le rien peut faire quelque choſe; Platon l'a exprimé plus clairement, & l'a prouvé. Héraclite ſans énoncer le rapport des cauſes & des effets, remarquoit l'uniformité de la marche des choſes; car les expreſſions dont Plutarque ſe ſert pour déſigner ce ſentiment; λόγος διήκων διὰ πάσης τῆς ὑσίας, ne peuvent guères s'entendre autrement. Ce principe qu'on a de nos jours appelé le principe de cauſalité, a le grand défaut d'être beaucoup trop reſtreint & de ne pas s'étendre à toute la diverſité des cas où il s'agit d'expliquer ce qui eſt, ou ce qui arrive. Leibnitz s'en aperçut le premier; & comme il joignoit au génie des découvertes, le mérite plus rare encore de rendre juſtice à ſes devanciers qu'il avoit tous lus, & de faire de la plupart de leurs aſſertions louches & à demi-vraies, des aſſertions lumineuſes, par un léger changement dans l'expreſſion; il ſubſtitua au principe de cauſalité qui n'indique qu'une cauſe quelconque, le principe de la raiſon ſuffiſante qui s'applique à tous les genres poſſibles de réſultats; les axiomes y compris qu'il aimoit à analyſer encore autant qu'il lui étoit poſſible, pour faire comprendre à

l'eſprit pourquoi ce qui eſt, eſt, eſt ainſi & non autrement, ou pourquoi ce qui eſt vrai, l'eſt; ſubſtitution très-heureuſe en général, puiſque de cette manière le principe de cauſalité paroît clairement n'être que l'eſpèce, tandis que la raiſon ſuffiſante qui le renferme, eſt le genre; tout ce qui a une raiſon ſuffiſante ayant une cauſe, mais non *vice verſa*. Cependant la nouvelle philoſophie ſemble avoir banni l'expreſſion Leibnitzienne pour adopter l'autre; & on ne voit pas trop la raiſon ſuffiſante qui a fait exiler ici la raiſon ſuffiſante de tous les écrits Kantiens, pour n'y placer jamais que le principe de cauſalité.

Quoi qu'il en ſoit, j'ai fait voir à l'entrée de ce discours, que le déterminisme, c'eſt-à-dire une voie moyenne entre le fatalisme & le haſard, ne pouvoit pas tenir de l'un & de l'autre, être compoſé d'un peu de fatalisme & d'un peu de haſard, mais devoit pouvoir ſubſiſter par lui-même ſans rien emprunter des deux extrêmes; or il me paroît probable que Leibnitz ſentant la néceſſité de ce *criterium* dans le nouveau principe dont il faudroit partir pour mettre fin, s'il étoit poſſible, aux interminables combats que cette matière a fait naître, a cherché & a cru trouver ce moyen d'échapper en même temps au fatalisme & au haſard, dans la ſeule ſubſtitution du mot de *raiſon ſuffiſante* à celui de *cauſe;* au moins cet expédient ſeroit-il bien digne de ſa fineſſe & de ſon inconcevable ſoupleſſe dans cet ordre de discuſſions. C'eſt effectivement l'idée de cauſe qui fait ici le nœud. Qui dit *cauſe* inſinue un effet, c'eſt-à-dire quelque choſe de réel & qui arrive dans le monde réel des ſubſtances corporelles ou ſpirituelles; au lieu que *raiſon* ou principe de compréhenſion & d'intelligibilité porte l'eſprit hors du monde ou plutôt le dirige ſur un monde autant & plus idéal que réel; c'eſt auſſi pour cela qu'il vouloit employer ſon principe dans le champ des vérités abſtraites & néceſſaires comme dans celui des vérités contingentes. Qui dit *cauſe*, indique quelque choſe de particulier & d'individuel, au lieu que *raiſon* eſt vague, générique, ne permet à l'eſprit de s'arrêter à rien de donné, & par cette univerſalité où on le jette, le diſtrait de l'objet dont il s'agit & de cette détermination

donnée de la volonté qu'il faut rapporter à une cauſe qui ne ſoit ni trop foible, ſans cela c'eſt du haſard; ni trop complète & trop puiſſante, ſans cela on a le fatalisme. De plus, comme dans l'enchaînement des cauſes & des effets, chaqu'effet devient cauſe, & chaque cauſe devient effet à ſon tour, il n'eſt point de cauſe dont je ne puiſſe & ne doive encore demander la cauſe, & voilà le progrès à l'infini qui pour la totalité des réalités ou des exiſtences emporte fatalisme ou haſard, ſi tant eſt que dans ce ſyſtème abſurde on puiſſe parler encore de totalité; le mot de raiſon n'entraîne par le même inconvénient, parce qu'il n'offre pas d'abord à l'eſprit un ſens auſſi clair & auſſi connu; ſurtout parce que l'idée de ſucceſſion ou d'enchaînement n'y eſt pas abſolument néceſſaire & renfermée comme dans celui de cauſe. Enfin la queſtion eſt de ſavoir dans l'emploi qu'on fait du mot *cauſe*, comment on en qualifiera les effets; s'ils ſeront cenſés ou néceſſaires, ou fortuits, ou libres, quelque part que cette liberté ſe trouve, ſoit en Dieu par rapport au monde, ſoit dans l'homme par rapport aux déterminations de ſa volonté, & quelque ſens qu'on juge à propos d'y attacher; au lieu qu'en employant le mot de raiſon ſuffiſante, il ne s'agit plus de ſavoir ce que ſont les choſes quant à la qualité en litige, mais, quelles qu'elles ſoient, de voir ſi elles renferment de quoi faire comprendre pourquoi elles ſont, & pourquoi elles ſont d'une manière plutôt que d'une autre; ce qui change entièrement, comme l'on voit, le point de vue & l'état de la queſtion. Toutes ces différences entre le principe de cauſalité & celui de la raiſon ſuffiſante, qui n'avoient point échappé à l'ingénieux inventeur de la méthode que j'expoſe, mais qu'il avoit bien calculées ſur le rapport ni trop ni trop peu marqué qu'elles ont avec la ſolution qu'il cherchoit, prouvent d'un côté que Leibnitz auſſi avoit cru qu'il falloit employer ici un principe dont l'énoncé n'indiquât pas trop la deſtination & le rapport au fatalisme ou au haſard; & de l'autre, avoit cru trouver dans la raiſon ſuffiſante, avec ce caractère de généralité qu'elle préſente, le ſeul moyen de replacer & en Dieu & dans l'homme & dans le monde

ce déterminisme véritable & pur, également éloigné des deux extrêmes entre lesquels on ſe ſent preſſé. En mettant, ſous le nom de raiſon ſuffiſante, les motifs à la place des cauſes de nos déterminations, tandis que les motifs ne ſont cependant que des cauſes d'une nature appropriée à celle de l'âme, & en décidant que nous ſommes libres parce que finalement nous nous déterminons toujours par les motifs que nous avons peſés & examinés, il créa l'expreſſion *liberté de motifs*, & parut perſuadé que cette liberté eſt auſſi éloignée du fatalisme qu'elle l'eſt évidemment & de l'aveu de tout le monde, de la liberté d'indifférence.

J'oſe croire cependant avec bien d'autres que ce grand homme ſe trompoit. Sans répéter ici les conſidérations & les objections connues qu'eſſuya ce ſyſtème dès qu'il parut, & qui tendoient, comme on le ſait, à faire voir qu'au fond Leibnitz ne faiſoit que ſubſtituer auſſi un fatalisme mitigé & ſubtil à un fatalisme groſſier, mais ſans m'écarter du rôle de ſimple rapporteur dans cette cauſe célébre, je rapporterai toutes ces conſidérations & ces objections différentes à une ſeule, tirée des défauts du principe de la raiſon ſuffiſante quand on l'applique à ce problème & s'en promet une ſolution ſans réplique; & je les exprimerai en diſant; d'abord, qu'éluder la queſtion n'eſt pas y répondre; enſuite, qu'une définition arbitraire ne peut pas tenir lieu de celle dont les deux partis devroient être tombés d'accord avant que de paſſer aux conſéquences qui en découlent; enfin; que lors même qu'on élude une queſtion & qu'on définit comme on veut, il ne faut pas que la manière dont on l'élude & la licence de définir contre les idées reçues, ſe trouvent enſuite ſujettes aux mêmes inconvéniens & à de plus grands encore que les réponſes ordinaires. Développons, en finiſſant, ce réſumé des écrits nombreux qui furent dirigés dès le commencement contre l'hypothèſe Leibnitzienne.

Les adverſaires diſent donc que la queſtion eſt éludée, & ils ſe fondent ſur les différences indiquées ci-deſſus entre le principe de cauſalité & le principe de la raiſon ſuffiſante, différences que je n'ai fait

précéder qu'afin de donner une baſe à leur raiſonnement. Dans la queſtion de la liberté qui enviſage l'homme voulant, ſe déterminant, & l'univers entier agiſſant ſur lui, c'eſt ce qui ſe paſſe en réalité & dans la région des ſubſtances, qu'il faut conſidérer & faire entrer dans ſon ſyſtème; on ne me ſatisfait donc pas en me diſant, que dans toutes les propoſitions qu'on offre à mon eſprit, il doit y avoir un côté par lequel je puiſſe comprendre pourquoi & comment elles ſe trouvent plutôt vraies que fauſſes, & *vice verſa*. Il s'agit de ſavoir ce qui dans toute la ſérie des choſes exiſtantes & des effets produits en moi & hors de moi mérite le nom de néceſſaire, de fortuit, de libre; on ne me ſatisfait donc pas en me diſant que ſi, entre les phénomènes dont nous ſommes ou les témoins ou le ſiége, les uns ſont déjà décidément reconnus pour être néceſſaires, les autres pour être fortuits, les autres pour être libres, & ſi les caractères qui les rangent ſous ces trois dénominations, ſont une fois trouvés & conſtatés; alors il conviendra d'examiner encore pourquoi & comment ils ſont tels & non autres. Si ce n'eſt pas-là éluder une difficulté, la côtoyer & la tourner adroitement, on ne trouvera ce procédé trop ordinaire, nulle part.

Il n'a pas paru moins évident aux yeux de ceux dont je réſume les obſervations, que Leibnitz en appelant ſimplement liberté de motifs celle qu'il ſuppoſe (*contra hypotheſin*) ſubſiſter avant, pendant & après l'action de tous les motifs, n'a pas encore pour cela défini la liberté en général, & ſurtout n'eſt pas convenu d'une définition de ce mot, avec ceux qu'il veut convaincre ou qu'il veut mettre d'accord; préalable néceſſaire pour décider ſi les notions de liberté & de motif ſont compatibles ou non, & ſi l'expreſſion qui les raſſemble, *liberté de motifs*, n'eſt pas une contradiction dans les formes; au moins c'eſt certainement ce qui gît en preuve entre les deux partis, & ce qui dépend d'une définition claire, préciſe & reçue de part & d'autre. Quand on ne pouſſe pas l'idée de la liberté d'indifférence juſqu'à dire qu'elle conſiſte à ſe déterminer ſans aucun motif & même contre tous les motifs,

mais

mais qu'on ſe borne à dire que c'eſt le pouvoir qu'a l'âme de ſe déterminer dans tel cas donné, uniquement parce qu'elle en a le pouvoir; alors ce pouvoir ceſſant d'être un ſimple pouvoir & devenant un acte réel & poſitif de la volonté, on demande ſi cet acte a pu être autre, ou s'il ne l'a pas pu; s'il a pu être autre, & ne l'a cependant pas été, c'eſt donc ſans raiſon ſuffiſante ou ſans motif, qu'il s'eſt trouvé tel & non autre; voilà le haſard: s'il n'a pas pu être autre, voilà la néceſſité; il n'eſt pas facile de répondre à ce dilemme. D'ailleurs, quand on dit qu'il auroit pu (ſous les mêmes conditions, s'entend, & les mêmes données individuelles) être autre, quelle preuve en a-t-on? Cette détermination contraire n'ayant pas eu lieu, quel eſt le fait ſur lequel on puiſſe ſe fonder pour croire & pour affirmer qu'elle a été poſſible? On voit à préſent pourquoi Leibnitz, au milieu des définitions différentes que chacun donne de la liberté parce qu'on ne les donne qu'*a priori*, n'a pas clairement énoncé la ſienne, ou ne l'a pas juſtifiée ſuffiſamment, mais s'eſt contenté de joindre *liberté* à *motif*, d'où nait ſans doute une liberté de motifs.

Mais en paſſant même à l'habile auteur de ces ſubreptions, le circuit qu'il fait autour de la difficulté ſans y toucher & ſans la trancher dans le vif, on n'a pu s'empêcher enfin de remarquer que tous ces artifices deſtinés à la cacher & à la voiler, entraînoient les mêmes inconvéniens qu'on trouvoit dans la ſolution ordinaire; & rien n'étoit plus facile que cette rétorſion; il ne falloit, en ſubſtituant la raiſon ſuffiſante à la cauſe, que faire ſentir dans la ſuite des raiſons ſuffiſantes qui ſe multiplient avec les effets, le même progrès à l'infini qui embarraſſe dans les cauſes, & faire toujours naître une raiſon ſuffiſante d'une autre qui la précède, & celle-ci d'une autre, ſans qu'on ſache où cette filiation s'arrêtera. Wolf lui-même nous a révélé le myſtère caché ſous la ſubſtitution du principe de la raiſon ſuffiſante à celui de la cauſalité, & le piége qu'elle renferme dans l'application que Leibnitz en faiſoit au déterminisme, croyant s'éloigner par là également du fatalisme & du haſard, mais ne faiſant autre choſe au fond que ſe

mettre dans la néceſſité, ou de choiſir entre la non-liberté & la liberté d'indifférence, ou (ce qui eſt très-ſingulier) d'être en même temps partiſan de l'une & de l'autre. Ce rédacteur laborieux de la philoſophie Leibnitzienne, & qui l'a enrichie de tant de beaux développemens, diſtingue entre la néceſſité abſolue qui convient aux vérités abſtraites, & la néceſſité hypothétique qui convient aux vérités de fait; diſtinction juſte & réelle ſans doute, mais qui, outre qu'elle donne gain de cauſe aux adverſaires, en joignant *néceſſité* à *hypothétique*, ne décide abſolument rien ici; d'abord, parce qu'il ne s'agit pas de ſavoir d'où vient à certaines propoſitions, ſoit axiomatiques ſoit contingentes, le caractère de néceſſité qu'on y trouve & que la diſtinction reconnoît dans ces dernières, mais de décider ſi la néceſſité de celles-ci, pour être hypothétique, en eſt moins une véritable néceſſité; enſuite, parce que toutes les fois qu'un effet ou un réſultat quelconque parvient à maturité, il importe fort peu à ſon exiſtence, à laquelle rien de ce qui étoit néceſſaire pour la produire n'a pu manquer, que cet effet ou ce réſultat, ait pu *in abſtracto* ne point être, & qu'on puiſſe imaginer mille ſéries de choſes qui en euſſent amené un autre. Les contemporains ou les ſucceſſeurs de Wolf, ſes commentateurs & ſes paraphraſtes, comme Tümming, Bülfinger & d'autres, ont renchéri ſur leur maître, en analyſant davantage cette néceſſité hypothétique qui leur paroiſſoit tout concilier & tout aplanir; ils parlent d'une néceſſité antécédente, concomitante, ſubſéquente; d'une liberté antécédente, concomitante, ſubſéquente; ils inſiſtent ſur le pouvoir qu'a l'âme de provoquer ou d'éloigner certaines repréſentations, de s'arrêter plus ſur les unes que ſur les autres, de les grouper différemment, & de préparer, de former elle-même les poids qu'elle met dans les deux baſſins de la balance; ils font remarquer que l'opération déciſive qui va faire pencher l'un des baſſins, elle la diffère ou la précipite à ſon gré, la ſuſpend entièrement, l'anéantit pour en recommencer une autre, & fait ſuccéder à un dernier choix qui paroiſſoit peremptoire & final, autant de choix différens que ce travail toujours renaiſſant peut

en enfanter. Tout cela eſt très-vrai, très-bon à ſavoir dans d'autres vues pſychologiques & morales, & fait beaucoup d'honneur à ceux qui avec tant de ſagacité & de courage ſont descendus & nous ont fait descendre avec eux jusqu'au fond de cet atelier inviſible & myſtérieux où ſe préparent en ſecret & par tant de procédés délicats, les phénomènes qui forment, changent, embelliſſent ou défigurent le monde moral; mais tout cela, on doit le dire, ne va pas au fait, & ne frappe pas au but; car quand l'âme ou amène de loin, ou forme, ou ſuspend, ou modifie, ou change autant de fois qu'on voudra le choix vers lequel elle tend ſans ceſſe; apparemment qu'elle a pour chacun de ces actes, quelque nom qu'on lui donne & quelque petit qu'on le ſuppoſe, une raiſon ſuffiſante qui agit ſur elle; apparemment que lorsque le dernier choix arrive, il y a, & il doit y avoir encore une raiſon ſuffiſante pour qu'il ſoit le dernier, & qu'il n'en puiſſe plus venir d'autre, à moins qu'il ne porte encore avec ſoi, & à l'infini, cette raiſon ſuffiſante, la mère certaine quoique voilée du fatalisme quand on l'appelle, ou du haſard quand on l'éloigne. Que ſignifient donc & à quoi ſervent toutes les diſtinctions dont on a ſurchargé cette matière? Enfin Wolf a mis une différence à laquelle Leibnitz n'a point penſé, ou qu'à deſſein il a omiſe, entre ce qui détermine & entre la raiſon ſuffiſante; inſinuant par là que ce qui détermine, renferme bien toujours la raiſon ſuffiſante, mais que la raiſon ſuffiſante ne détermine pas toujours. Il a voulu par là, en homme qui ſentoit ce qui manquoit à la première idée du maître, ſe rapprocher du monde réel dans lequel effectivement tout eſt tour-à-tour déterminant & déterminé. Mais ne voyoit-il pas qu'il nous avertiſſoit par cette diſtinction que Leibnitz (ſoit dit avec tout le reſpect qui lui eſt dû) nous avoit donné le change en ſubſtituant à une réponſe toute pratique qu'il nous devoit dans un ſujet réel, une réponſe idéale & abſtraite qui nous fait ſortir du monde des effets & des événemens que le principe de cauſalité rappelle, pour nous transporter dans un monde ſpéculatif auquel le principe de la raiſon ſuffiſante s'applique ſurtout? Ne voyoit-il pas en particulier, cet habile compilateur des idées Leib-

nitziennes, mais compilateur très-riche de ſon propre fonds, que dire que la raiſon ſuffiſante ne détermine pas, c'eſt dire que la raiſon n'eſt pas raiſon, & que la raiſon ſuffiſante ne ſuffit pas? Avoir expoſé & exprimé avec toute l'exactitude dont je ſuis capable, les doutes & les objections qui reſtent encore à former & à lever dans la matière du déterminisme, après que les plus grands philoſophes du ſiècle paſſé y ont exercé leur génie, & ce qui eſt plus encore, après que Leibnitz a parlé; c'eſt, ſi je ne me trompe, avoir rempli mon but dans cette troiſième partie, qui étoit de faire ſentir toute la force de la difficulté que préſente le déterminisme, quand on veut y marcher d'un pas ferme & non équivoque entre le fatalisme & le haſard.

Je viens de remettre ſur le bureau un ancien procès, & en ſubſtance les pièces pour & contre qu'il a fait ſortir pendant une longue ſuite de ſiècles, des plus ſavantes plumes, & je crois avoir montré qu'il eſt bien éloigné d'être jugé à la ſatisfaction commune de tous ceux qui s'y intéreſſent. Je n'ai pas la vanité de vouloir dans aucun genre, donner l'exemple à ceux de qui il me convient de le recevoir; mais dans le regret infini que j'ai de voir que par une conſéquence néceſſaire des principes de la philoſophie ſoi-diſant critique, tous les beaux & grands ſujets qui dès l'origine pour ainſi dire de la penſée jusqu'à nos jours ont exercé l'eſprit humain, & qui lui offrent encore une ſi abondante moiſſon de nouveaux aperçus, ſont entièrement abandonnés & relégués dans le pays des chimères comme de ſimples cadres de nos repréſentations vides de réalité; je manifeſterai ici le voeu qui s'eſt toujours trouvé au fond de mon coeur, que de la part de tous ceux que leurs talens déſignent pour cette louable entrepriſe, ſe formât un concours unanime & une ſorte de conſpiration généreuſe pour relever la bonne & ſaine métaphyſique du ridicule & injuſte anathème dont elle s'eſt vue frappée de nos jours, & pour recommencer à philoſopher, non pas ſans doute *jurando in verba majorum*, mais toujours *more & ex indole majorum*.

CONSIDÉRATIONS
ſur l'idée & le ſentiment de l'Infini.

PAR M. ANCILLON FILS *).

Pluſieurs des philoſophes qui ont abordé le grand problème de la nature des êtres & de l'origine des choſes, ſont partis de l'infini pour arriver au fini. Cette marche a été celle de tous les Panthéiſtes depuis Héraclite jusqu'à Spinoſa. De là vient que non ſeulement ils ne réuſſiſſent jamais à expliquer l'exiſtence des êtres finis, mais encore, que leurs définitions ſont gratuites, que leurs prétendus principes ont eux-mêmes beſoin de preuves, & que tout l'édifice pèche par la baſe.

La marche inverſe eſt la ſeule qui ſoit admiſſible en bonne logique; il faut aller du fini à l'infini. Le point d'appui de toutes les connoiſſances humaines doit ſe trouver dans l'homme. Ce n'eſt que par nos repréſentations que nous connoiſſons l'univers, & ce n'eſt que par la conſcience de nous-mêmes que nous connoiſſons nos repréſentations. Le ſentiment du moi eſt le point fixe, auquel tient tout ce que nous ſommes & tout ce que nous poſſédons; ſans lui, tout diſparoîtroit pour nous, ou plutôt avec lui nous diſparoîtrions nous-mêmes. Le ſentiment de notre exiſtence eſt un fait primitif, qu'on ne ſauroit ni décompoſer, ni prouver, ni ramener à un autre fait plus ſimple que lui.

*) Lu à l'Académie, le 12 janvier 1804.

Nous nous diſtinguons nous-mêmes de nos repréſentations, & nous diſtinguons nos repréſentations de leurs objets. *Moi* & ce *qui n'eſt pas moi* ſont deux données également certaines, & qui paroiſſent ſe ſuppoſer réciproquement. Le ſentiment du moi eſt inſéparable de l'idée de quelque choſe qui *n'eſt pas moi*, & l'idée de ce qui n'eſt pas moi emporte déjà *moi* avec elle. Ce ſont les repréſentations de qui je me diſtingue qui font que je m'aperçois & que je me diſtingue moi-même. Le ſujet eſt le corrélatif de l'objet. Les repréſentations ne peuvent exiſter indépendamment du moi qui a des repréſentations; l'objet eſt le corrélatif du ſujet.

Ce principe établi, ou plutôt ce fait primitif énoncé, donne naiſſance à l'idée du fini & de l'infini. Le fini c'eſt le moi qui eſt toujours modifié d'une manière déterminée, & qui peut l'être de mille manières différentes. La totalité des repréſentations, ou plutôt la totalité des exiſtences & des êtres qui ſont extérieurs au moi, indépendans du moi, en un mot l'univers qui réunit tout, eſt l'infini.

Quelles que ſoient les idées que l'homme ſe faſſe de lui-même & de l'univers, il ſe voit toujours comme un être fini placé au milieu de l'infini.

Que l'univers ſoit la totalité des exiſtences & la réunion de tous les êtres, ou que l'univers ne ſoit que l'enſemble de tous les phénomènes qui frappent ou qui peuvent frapper les ſens; que l'univers ſoit une ſeule ſubſtance dont tous les êtres ne ſoient que les innombrables modifications, ou que l'univers ſoit l'enſemble de toutes les ſubſtances, liées étroitement entr'elles & agiſſant les unes ſur les autres; que l'univers exiſte parce qu'il exiſte, ou qu'il exiſte ſous la condition de l'exiſtence d'un autre être indépendant, qui exiſte lui-même ſans condition; que cet être ſoit diſtinct de l'univers, ou qu'il ſoit l'âme du tout; dans tous ces ſyſtèmes, dont les uns ſont analogues aux lois de la raiſon, & dont les autres lui ſont contraires, nous ſommes toujours au milieu de l'infini. L'univers & Dieu, Dieu ſans l'univers, l'univers ſans Dieu, ſont toujours un tout auquel on ne peut rien ajou-

ter, qui réunit tout, qui contient tout; hors de lui point d'exiſtence, point de réalité; hors de lui rien de poſſible.

L'infini étant la totalité des exiſtences & des réalités, comprend tous les êtres, non ſeulement les êtres tels qu'ils ſe montrent dans des circonſtances & ſous des conditions données à d'autres êtres, ou tels qu'ils ſe voient eux-mêmes, mais les êtres en eux-mêmes, tels qu'ils ſont indépendamment de telle ou de telle manière de voir.

Ce monde inviſible, ou plutôt ce monde réel, n'étant pas du reſſort des ſens qui ne ſaiſiſſent que des phénomènes, nous ne ſaurions avoir de lui des idées claires; bien moins encore des idées diſtinctes. Pour avoir des idées claires, il faut diſtinguer un objet d'un autre; pour avoir des idées diſtinctes d'un objet, il faut pouvoir énoncer les caractères qui le diſtinguent & qui lui ſont particuliers. Nous avons des idées claires des objets qui peuvent être aperçus ſoit par le ſens interne ſoit par le ſens externe; nous avons des idées diſtinctes des objets dont nous ſaiſiſſons les qualités & auxquels nous pouvons attribuer des prédicats; or le monde inviſible & infini ne frappe pas nos ſens, & nous ne pouvons porter ſur lui que des jugemens négatifs. Nous ſavons bien ce qu'il n'eſt pas, nous ne ſavons pas ce qu'il eſt.

Cependant, quiconque a réfléchi ſur lui-même croit à l'exiſtence d'un univers inviſible & infini différent de l'univers phénoménique & fini. Les êtres ne ſont pour nous que des phénomènes; nous ſommes des phénomènes à nos propres yeux; mais qui dit phénomène, ſuppoſe qu'il y a quelque choſe de caché ſous le phénomène, qui ne ſe révèle à nous qu'imparfaitement, qui nous préſente une de ſes faces & nous cache le ſecret de ſa nature. Ceux-mêmes qui s'imaginent que les objets ſenſibles ſont les véritables êtres ſous leur forme eſſentielle & abſolue, ſont pourtant obligés de convenir que l'homme n'aperçoit pas tout le monde matériel & ſenſible; ce qu'il aperçoit n'eſt qu'un point dans l'immenſité du tout; immenſité qui ſe dérobe à ſa vue.

Le véritable infini n'eſt pour nous qu'une idée, mais c'eſt une idée néceſſaire que nous ſommes forcés d'admettre, une idée qui dé-

rive de notre nature intelligente & qui réſulte des premières lois de notre raiſon. Comme nous ne pouvons ni connoître, ni concevoir l'infini; lorsque notre imagination eſſaie de le ſaiſir & de le comprendre, elle convertit l'infini en indéfini. A la vérité, rien de plus oppoſé que l'indéfini & l'infini; l'un réunit tout, l'autre ne réunit jamais tout; on ne peut rien ajouter au premier, parce qu'il eſt complet, abſolu, parfait; on peut toujours ajouter au ſecond, parce qu'il eſt toujours incomplet & ſuſceptible d'augmentation. L'infini eſt une ſphère; l'indéfini eſt une ligne droite que l'on peut toujours prolonger par la penſée. Cependant, quelque différens qu'ils ſoient, nous les confondons ſans ceſſe; nous croyons atteindre l'un en employant l'autre; nous ſommes toujours tentés de ſubſtituer une image fauſſe qui ne dit rien à la raiſon, à une idée négative qui ne dit rien à l'imagination.

Les forces & les facultés de l'homme ſont limitées & indéfinies; & c'eſt parce qu'elles ſont limitées, qu'elles ſont indéfinies. On peut les étendre à volonté, & leur faire embraſſer un plus grand nombre d'objets; on déplacera les limites, mais on ne les fera jamais diſparoître: il y aura toujours une foule d'objets auxquels elles n'atteindront pas, & chacun de nous ſera toujours limité par tout ce qui n'eſt pas lui. Quels que ſoient les progrès d'un être fini, on peut toujours encore ajouter à ce qu'il poſſède; des parties intégrantes d'un tout, quels que ſoient leurs accroiſſemens, ne feront jamais le tout, & le tout ne réunira jamais toutes les parties.

Nous ſommes & ſerons donc à jamais des êtres finis, placés dans l'infini. Il réſulte de là que nous connoîtrons les êtres finis, & que nous ne connoîtrons jamais l'infini, car celui qui connoîtroit l'infini, ſeroit infini. Mais comme notre raiſon nous donne l'idée de l'infini & nous force à l'admettre, nous ſaurons toujours que l'infini exiſte, & nous tâcherons de l'atteindre par l'indéfini. Avec des forces finies nous ne pourrons jamais agir ſur l'infini, mais l'infini agira ſur nous; parties intelligentes d'un tout infini, nous ne pourrons jamais nous ſou-

ſouſtraire à ſon action ſourde & ſecrète; cette idée ſe mêlera à toutes nos idées & exercera ſur tout le ſyſtème de nos rapports une influence dont nous ne nous douterons pas, ou que nous ne ſentirons que confuſément, mais qui n'en ſera pas moins réelle. L'infini ou l'univers inviſible, dont celui-ci n'eſt qu'une eſpèce de type, ou du moins un fragment, ne peut jamais devenir l'objet des connoiſſances humaines, mais il peut être & il eſt en effet l'objet des aperçus confus, des déſirs, des preſſentimens de l'homme; & il manifeſte ſa préſence & ſon action dans un grand nombre d'affections & d'opérations de l'âme humaine.

Quand même la plupart des hommes ne s'apercevroient pas de ce ſentiment confus & de ce beſoin ſecret de l'infini, il ne s'enſuivroit pas qu'ils n'exiſtent point dans leur âme; on pourroit & l'on devroit ſimplement en conclure qu'ils ne l'ont pas obſervé. Il y a toujours dans l'intérieur de l'homme, tant de ſentimens & de phénomènes ignorés, qui ſemblent ſortir du néant au moment où l'on dirige ſur eux la lumière de l'attention; en les obſervant, l'attention paroît les créer.

Suppoſé même que ce ſentiment & ce beſoin de l'infini n'exiſtent pas dans l'âme de la plupart des hommes étrangers à toute culture, ce ſentiment n'en ſera pas moins dans la nature de l'homme. Le caractère diſtinctif de la nature humaine eſt la perfectibilité. Il ne faut donc pas vouloir juger l'homme tout entier, par un état où ſon éducation n'eſt encore qu'ébauchée & où la plupart de ſes facultés ſommeillent. Pour déterminer ce qui eſt dans la nature humaine, il faut voir l'homme dans les circonſtances les plus favorables à ſon développement, où il s'ouvre & ſe déploie tout entier. Alors le ſentiment & le beſoin de l'infini s'annoncent & ſe prononcent de plus en plus; leur préſence & leur activité tiennent au degré de perfection de l'âme; plus l'homme mérite le nom d'homme & s'éloigne de l'animalité, & plus ce ſentiment devient vif & ſoutenu; ce n'eſt pas ſeulement une des plus belles fleurs, c'eſt la couronne de l'humanité.

Nous aſſocions toujours enſemble dans cette recherche intéreſſante le ſentiment & le beſoin de l'infini. Ils exiſtent toujours à côté l'un de l'autre, & paroiſſent ſe ſuppoſer réciproquement. On ne peut pas décider ſi c'eſt l'idée vague & le ſentiment confus de l'infini qui en ont fait naître le beſoin; ou ſi c'eſt le beſoin de l'infini qui en a donné cette idée vague & ce ſentiment confus. Comme les facultés de l'homme ſont ſuſceptibles d'un développement indéfini, il éprouve de bonne heure une inquiétude dévorante & une activité inſatiable qui le font toujours ſoupirer après des objets nouveaux; il a une tendance continuelle & irréſiſtible vers quelque choſe de complet, d'abſolu, d'infini; ce qui réunit tout, lui paroît ſeul approprié aux forces d'un être qui ne ſait pas au juſte jusqu'où il pourra s'étendre, mais qui ſent qu'il peut & doit aller fort loin. Dans ce cas, c'eſt le beſoin de l'infini qui en donne à l'âme le ſentiment & l'idée. D'un autre côté, l'homme placé au milieu de l'immenſité de la nature, s'aperçoit bientôt que le monde dans lequel il vit & qu'il embraſſe par la ſenſation & par la penſée, n'eſt qu'un point, comparativement au monde qu'il ne voit & n'embraſſe pas, & que ſous l'univers qui ſe révèle à ſes ſens, ſe cache un autre univers, bien différent du premier & bien plus vaſte, qui réunit en ſoi toutes les exiſtences & toutes les réalités; cette idée vague lui donne le déſir & le beſoin d'arriver & d'atteindre de manière ou d'autre à l'infini.

On voit donc que le ſentiment & le beſoin de l'infini peuvent être également cauſe & effet l'un de l'autre. Comme ils exiſtent toujours enſemble, quelqu'hypothèſe qu'on embraſſe, elle paroîtra toujours ſatisfaiſante. Cependant, j'inclinerois à croire que l'idée vague & le ſentiment confus de l'infini ſont antérieurs au beſoin de l'infini. Ce beſoin ſuppoſe un haut degré de développement de toutes les forces intellectuelles & morales, & le ſentiment de l'infini ſe montre déjà aux yeux d'un obſervateur attentif, dans l'enfance de l'eſpèce humaine, chez les hommes groſſiers, & même chez les peuples ſauvages, comme nous allons le prouver en conſtatant l'exiſtence & les effets de ce ſentiment.

Nous ſavons que l'infini exiſte & que nous exiſtons dans ſon ſein, mais nous ne pouvons pas le connoître, & nous n'avons de lui qu'une idée négative. Nous ſommes donc réduits à nous contenter ici d'une approximation apparente; nous nous attachons à l'indéfini; c'eſt en nous perdant dans l'immenſité du vague & en aimant à nous y perdre, que nous charmons le beſoin de l'infini, & que nous en nourriſſons le ſentiment. L'idée & le goût de l'indéfini ſont donc pour notre âme les repréſentans de l'infini; par-tout où nous trouverons l'un, nous pourrons ſuppoſer que l'autre exiſte dans notre âme, & nous pourrons attribuer au ſecond les effets du premier.

Eſſayons de conſtater l'exiſtence & de ce ſentiment & de ce beſoin de l'infini. Nous en trouverons des traces dans la contemplation & l'étude de la nature, dans les plaiſirs de l'art, dans la religion & même dans les ſciences.

Tous les hommes éprouvent un plaiſir plus ou moins vif en contemplant la nature. D'où viendroit ce plaiſir, s'ils n'avoient pas le beſoin & le ſentiment de l'infini? Je ne parle pas ici du charme attaché à la vue ou à l'étude de ces productions de la nature qui nous offrent de l'ordre, de l'harmonie, la convergence de toutes les parties vers un même effet, & qui nous enchantent par les proportions de la beauté ou par le rapport intime de tous les organes avec le jeu total de la machine. Une fleur, une plante, un animal nous attirent & nous plaiſent par des raiſons de ce genre; cet ordre de plaiſirs ſuppoſe des connoiſſances & de la réflexion, & c'eſt plutôt un plaiſir de l'eſprit qu'un plaiſir de l'âme. Mais je parle ici de l'impreſſion ſaiſiſſante que font ſur l'homme éclairé & ſur l'homme groſſier, ſur le peuple comme ſur les ſavans, & plus encore ſur l'un que ſur les autres, les vaſtes plaines du ciel durant une belle nuit, la mer calme & majeſtueuſe ou ſoulevée par la tempête, l'ouragan & ſa force dévaſtatrice & ſes incalculables effets, les montagnes auſſi anciennes que le globe & auſſi indeſtructibles que lui, la chute non-interrompue de ces maſſes d'eau qui tombent toujours avec une égale rapidité &

une égale abondance. Tous les hommes éprouvent un effroi mêlé d'attendriſſement, lorsqu'ils ſont en préſence de ces ſcènes ſublimes; bien loin que cet état ſoit un effet de l'imitation, de l'habitude, ou de l'art, ils y tombent involontairement. Cet effroi n'eſt pas la crainte de quelque malheur prochain ou éloigné; cet attendriſſement ne reſſemble pas à la triſteſſe que nous donne le ſentiment de nos peines ou le ſouvenir de nos pertes. Cet effroi n'agite pas l'âme; cet attendriſſement n'eſt pas pénible ni douloureux; le mélange de ces deux affections eſt agréable, & ce plaiſir eſt auſſi ſupérieur à tous les autres qu'il eſt différent d'eux. Il eſt le réſultat naturel du ſentiment du fini & de l'infini. L'indéfini en durée, en étendue, en force, que nous offrent les grandes parties de la nature, nous met en rapport avec l'infini, & l'effroi qu'il nous inſpire n'eſt qu'une ſorte de recueillement & de reſpect; l'attendriſſement qu'il nous donne eſt un compoſé de joie & de regret; de la joie que nous donne l'aperçu vague de l'infini, & du regret de ne pas pouvoir le ſaiſir & le comprendre. L'homme groſſier qui contemple le firmament, le ſauvage qui s'arrête ſans ſavoir pourquoi, ſur les bords de la vaſte mer & tombe en la voyant dans une rêverie profonde, ſe ſentent ſaiſis & émus & ne ſe doutent pas de ce que nous venons de dire, mais ils conſtatent à leur inſçu l'exiſtence du ſentiment & du beſoin de l'infini dans la nature humaine. Les effets du demi-jour, de l'obſcurité, du vaſte ſilence de la nature, du bruit uniforme des vagues, tiennent au même principe. Ils ont quelque choſe d'indéfini qui ſaiſit l'imagination; le pouvoir qu'ils exercent ſur l'âme vient de ce qu'ils ne lui offrent rien de circonſcrit & de déterminé, & de ce qu'ils lui ouvrent par là-même un champ infini d'idées & de ſentimens.

Le beſoin & le ſentiment de l'infini s'annoncent également dans les productions de l'art & dans les plaiſirs qu'elles donnent à l'eſpèce humaine. A la vérité, les arts plaſtiques préſentent à l'œil des formes déterminées, des contours précis, des proportions exactes & ſévères. Plus l'être qui ſort du monde idéal du peintre & du ſculpteur,

prend ſur la toile & dans le marbre des traits marqués, individuels, caractériſtiques, & plus le travail approche de la perfection, plus il mérite & obtient d'hommages. Au premier coup-d'œil, l'infini paroît tout-à-fait étranger dans l'empire des formes régulières & finies. Mais le grand ſecret de l'artiſte eſt de donner à l'âme le ſentiment de l'infini en lui préſentant des formes finies. Les productions de l'art qui ne ſont que régulières & correctes, ne transportent jamais le ſpectateur, & ne font pas ſur lui des impreſſions profondes; faites ſans enthouſiaſme, elle ne ſauroient en inſpirer; elles ont trop peu de magie pour attirer & enchaîner les regards, l'artiſte lui-même n'étoit pas ſous le charme dans les heures du travail. On n'accorde aux ouvrages de cet ordre qu'une froide admiration, on les regarde une fois, & l'on n'y revient plus. Le génie ſeul ſait choiſir des ſujets qui lui inſpirent à lui-même & puiſſent réveiller dans les âmes qui lui reſſemblent, une grande abondance d'idées acceſſoires, & il traite ces ſujets de manière à concilier dans ſes ouvrages la beauté & l'expreſſion, tout en ſubordonnant la ſeconde à la première; la beauté qui n'exiſte que dans les proportions & ſuppoſe toujours des limites, & l'expreſſion qui cache & révèle à l'âme un monde entier de ſentimens & d'idées, & qui paroît toujours plus inépuiſable & véritablement infinie à meſure qu'on l'étudie davantage. Les chefs-d'œuvre qui réuniſſent ces deux caractères, peuvent ſeuls produire de grands effets. Ils plongent le ſpectateur dans un recueillement profond, lui donnent la conſcience de ſa propre activité, & le font frémir d'attendriſſement & d'effroi. Ce qu'il voit eſt fini; ce qu'il ne voit pas, ce qu'il ſoupçonne, ce qu'il ſent, ce qu'il imagine, eſt infini; dans une ſeule joie, il voit toutes les joies de l'humanité; dans une douleur, toutes ſes peines; dans une paſſion, tous ſes crimes & tous ſes malheurs réunis. L'Hercule Farnèſe ſe repoſe ſur ſa maſſue, & ce repos de la force, ſans déroger à la loi de la beauté, me donne l'idée de la plus grande force poſſible. La Madonne de Raphaël regarde l'enfant Jéſus; ce regard d'une beauté céleſte exprime à la fois la tendreſſe, la pureté & le reſpect; ce re-

gard par lequel Raphaël a voulu caractériſer une vierge, mère d'un Dieu, ſemble en même temps cacher, confondre & manifeſter tous les myſtères d'amour de la terre & les myſtères d'amour du ciel, unir le monde viſible au monde inviſible & le fini à l'infini.

Si les arts qui reproduiſent des formes finies & qui paroiſſent circonſcrits dans d'étroites limites, doivent leur magie au ſentiment de l'infini qu'ils ſuppoſent & qu'ils entretiennent, à plus forte raiſon le retrouverons-nous dans les arts qui emploient d'autres moyens pour peindre la nature & pour réveiller les paſſions, & qui ne ſont pas aſſujettis aux mêmes entraves. A quoi tient la toute-puiſſance de la muſique? Les hommes de tous les temps & de tous les lieux, à un petit nombre d'exceptions près, la ſentent & la reconnoiſſent; & elle agit ſouvent avec autant & plus de force ſur l'homme groſſier que ſur l'homme développé. La plupart de ceux que la muſique transporte de plaiſir & qu'elle jette dans un trouble délicieux & indéfiniſſable, n'entendent rien aux ſavans calculs qui ſervent de baſe à l'harmonie; ils ne ſont peut-être pas même capables de ſaiſir un accord, & la puiſſance des ſons les enlève au monde entier & à eux-mêmes. Cette puiſſance tient en grande partie à ce que la muſique ne peint & n'exprime rien d'une manière préciſe & déterminée. Elle monte l'âme ſur un certain ton de douleur ou de joie, de calme ou d'exaltation, & lui imprime un mouvement & une activité qui la rendent elle-même capable d'amener & de produire un nombre infini d'idées & de ſentimens. A la vérité, ces ſentimens ſont confus, ces idées ſont vagues, mais elles ſe préſentent à l'âme dans l'éloignement comme un océan immenſe, & cet état écarte d'elle toute repréſentation de bornes & de limites.

La poéſie nous offre le même phénomène qui explique en partie les plaiſirs qu'elle nous donne. Sans contredit l'expreſſion poétique eſt plus préciſe & plus déterminée que l'expreſſion muſicale; les objets & les ſentimens revêtent dans la poéſie des formes individuelles & caractériſtiques. Les deux principaux ſentimens que la poéſie fait nai-

tre en nous, ſont ceux du beau & du ſublime. Tel morceau nous plaît parce qu'il eſt beau; tel autre nous atterre, nous accable & nous fait jouir de notre accablement même, parce qu'il eſt ſublime. Le beau nous plaît parce qu'il eſt le beau, & il n'eſt pas le beau parce qu'il nous plaît, car beaucoup de choſes nous plaiſent qui ne ſont rien moins que belles. Le beau, auquel nous ne devons prendre d'autre intérêt que celui du beau, ne mérite ce nom qu'autant qu'il ſatisfait à la fois l'imagination & le jugement, c'eſt-à-dire qu'il offre de la variété à l'une & de l'unité à l'autre. Le beau en poéſie ſera donc toujours circonſcrit & limité comme le beau en peinture & en ſculpture. Les proportions, l'harmonie, les rapports des parties avec le tout forment ſes caractères eſſentiels; mais le beau en poéſie, tout en nous offrant des formes finies, doit réveiller, comme le beau en peinture & en ſculpture, le ſentiment de l'infini. Nous goûtons même bien plus ſouvent le plaiſir attaché à l'infini, en liſant ou en entendant les grands poëtes, qu'en contemplant les ouvrages des grands artiſtes. Quelque individuels & caractériſtiques que ſoient les traits ſous lesquels la grande & belle poéſie nous offre ſes conceptions, elles auront toujours quelque choſe de plus vague & de plus indéfini que les arts plaſtiques, & elles réveilleront par conſéquent un plus grand nombre d'idées acceſſoires. Ce vague eſt inſéparable du langage conventionnel. D'ailleurs, comme la poéſie peint les objets par une ſucceſſion de traits, & les repréſente dans pluſieurs momens différens, tandis que la ſculpture & la peinture ne peuvent jamais ſaiſir & reproduire qu'un ſeul moment, la poéſie nourrit plus le goût de l'infini & en donne plus le ſentiment que les autres arts, lors même qu'elle ne crée que le beau & qu'elle n'enfante pas le ſublime. Mais c'eſt ſurtout le ſublime en poéſie qui ſuppoſe le ſentiment de l'infini dans l'âme du poëte, & qui le fait naître dans celle du lecteur. Les objets réels ou fictifs, qui nous donnent l'idée d'une force indéfinie, (ce qui équivaut pour nous à l'infini) peuvent ſeuls nous paroître ſublimes. Un mot, une action, une ſituation, un être quelconque, ne nous affectent de cette manière qu'en

dépaſſant toutes les limites connues, ou plutôt, lorsque nous ſommes dans l'impoſſibilité de leur aſſigner des bornes préciſes. L'infini eſt ce qu'il y a de plus ſublime, & le ſublime eſt ce qui nous donne l'idée de l'infini. De là, l'étonnement, l'admiration, l'eſpèce d'effroi, l'accablement qu'il produit dans les âmes faites pour le ſentir. Comme les proportions, la meſure, les limites ſont inſéparables du beau, & que le ſublime ſuppoſe quelque choſe qui ſort des bornes & des limites, on voit clairement qu'il exiſtera difficilement un ouvrage qui ſoit en même temps ſublime & beau, quoique dans un ouvrage régulièrement beau, on trouve ſouvent des traits ſublimes. Les peuples qui ont une imagination plus forte que facile, & une ſenſibilité plus profonde que délicate, doivent préférer le ſublime au beau; les peuples qui ſont plus ſenſibles à la meſure de la force qu'à la force elle-même, doivent préférer le beau au ſublime. Les premiers éprouveront plus ſouvent que les autres, le ſentiment & le beſoin de l'infini, & ce beſoin & ce ſentiment ſe reproduiront plus ſouvent dans leurs ouvrages.

C'eſt parce que tous les arts, & principalement la muſique & la poéſie, réveillent dans l'âme le ſentiment de l'infini & lui doivent une partie de leurs charmes, qu'ils ſe ſont toujours aſſociés à la religion, & ſe ſont attachés à ſon culte chez les différens peuples de la terre. Cette alliance, également avantageuſe aux arts & à la religion, à contribué aux progrès des uns, & a ſervi au règne de l'autre. Elle a été ſuggérée aux hommes par l'inſtinct, avant qu'elle fût conſacrée par l'expérience & juſtifiée par la raiſon. Les religions de tous les peuples du monde tiennent toutes, plus ou moins, à ce ſentiment & à ce beſoin de l'infini qui ſommeillent chez les nations ſauvages, & qui parviennent à un plus haut degré d'activité & de force chez les nations développées. *Primos in orbe Deos fecit timor,* a dit Lucrèce. Cette penſée eſt auſſi fauſſe qu'irréligieuſe quand on prend le mot de crainte dans l'acception ordinaire du mot, & qu'on attribue l'origine des religions à la crainte qu'inſpirent à l'homme les maux qui l'aſſiègent.

Ce

Ce vers deviendroit auſſi vrai que religieux, ſi l'on entendoit ici par *timor* cette eſpèce de frayeur que l'immenſité de l'univers, & le ſentiment confus de l'infini qui en eſt une conſéquence, ont toujours donnée à l'homme, & qui lui ont fait ſoupçonner & chercher la divinité. Cette idée vague de l'infini, & l'effroi religieux qui en eſt inſéparable, ſont bien antérieurs dans l'ordre des ſentimens & des idées, au beſoin d'expliquer l'exiſtence de l'univers, & d'avoir un point d'arrêt fixe & immuable, à l'idée des cauſes finales qui ſuppoſe l'étude & la connoiſſance de la nature, & même au ſentiment du devoir qui ſe développe plus tard & ne ſe montre pas d'abord ſous ſes véritables traits. Sans doute, toutes les fauſſes religions qui ont couvert la terre & qui en couvrent encore une partie, ont bien mal ſatisfait ce beſoin ou ce preſſentiment de l'infini qui leur avoient ſervi de point de départ, & à qui ils devoient leur origine. Les êtres finis qui avoient été dans le principe, les emblèmes & les ſignes viſibles de l'infini que les hommes ne pouvoient ni voir ni atteindre, ſont devenus leurs Dieux, & un fétiche a pris la place de l'infini. Cependant beaucoup de ces peuples idolâtres adoroient leurs Dieux dans les ſombres profondeurs des forêts, ou ſur le ſommet des montagnes; ces lieux, par leur étendue ou leur durée, ou leur obſcurité redoutable, plongeoient l'âme dans le vague de l'indéfini, & ce fait prouveroit ſeul que le ſentiment de l'infini a toujours produit & fortifié les idées religieuſes. Tout comme la croyance des eſprits & des revenans, le reſpect ſuperſtitieux pour les morts, les ſoins qu'on prenoit pour leur aſſurer un ſort paiſible, ou pour entretenir des communications avec eux, prouvent que l'homme le plus groſſier a une idée confuſe d'un monde inviſible caché ſous les phénomènes des ſens. La religion la plus pure & la plus dégagée de tout alliage, ne repoſe t-elle pas ſur ce monde inviſible qui doit contenir la ſolution des énigmes que préſentent notre exiſtence actuelle, notre nature toujours imparfaite & toujours perfectible, & ſurtout les anomalies de l'ordre moral? La religion dans ſon acception la plus pure & la plus ſublime, n'eſt autre choſe que le rapport du fini avec l'infini.

Le goût, le défir le beſoin de l'infini & une tendance continuelle vers lui conſtituent la vraie religioſité; elle réſide toute entière dans le ſentiment. Chez les Grecs & chez les Romains, la religion étoit également étrangère à la ſenſibilité morale, à la raiſon & à la volonté; elle ſe réduiſoit à être un ſimple ſpectacle. Plus tard on a voulu fonder uniquement la morale ſur la religion; aujourd'hui on veut fonder la religion ſur la morale. Sans nier l'exiſtence des rapports nombreux qui lient la religion à la raiſon & à la volonté, il importe de rappeler, qu'elle peut auſſi être conſidérée indépendamment de ces rapports, & alors, elle conſiſte dans le ſentiment de l'infini.

Enfin, le ſentiment de l'infini, & cette eſpèce de myſticisme qui nous oblige d'admettre ce que nous ne comprenons pas, & qui nous fait encore ſoupçonner & preſſentir des vérités, là-même où nous ne pouvons plus apercevoir clairement des objets, eſt le point de départ de toutes les ſciences & le point auquel elles aboutiſſent. Toutes les ſciences repoſent ſur des faits du ſens intime ou des ſens extérieurs, qu'on ne ſauroit nier ſans ſe renier ſoi-même, & qu'on ne peut ni concevoir ni prouver. Quand on ne ſe contente pas de partir des faits pour aller en avant, & que l'être inconnu qui ſe dit moi, ſe replie ſur lui-même, n'éprouve-t-il pas un frémiſſement ſecret? ne ſent-il pas qu'il eſt ſur la limite du monde inviſible, ſur le fil délié qui ſépare le fini de l'infini? L'eſpèce de triſteſſe qui accompagne ou qui ſuit preſque toujours les méditations profondes, ne vient pas uniquement de fatigue, & participe de ce mélange d'effroi & d'attendriſſement qu'inſpire toujours le ſentiment de l'infini. Quels que ſoient les objets de la penſée du ſavant & du philoſophe, & quelle que ſoit la nature des inſtrumens qu'ils emploient, ils ſe perdent tous finalement dans un océan d'idées confuſes, ou plutôt ils ſentent & aperçoivent toujours l'infini au-delà du point où leurs connoiſſances expirent. Le mathématicien, l'aſtronome, le phyſicien, le naturaliſte ſont toujours en préſence de l'immenſité; ce ſentiment prouve leur grandeur & leur petiteſſe, & fait en même temps leur charme & leur déſeſpoir. Avant les données qui ſervent de

baſe à leurs opérations, & qui doivent être pour eux autant d'axiomes, il y a un nombre infini d'inconnues qui ne ſont pas données, & qu'il faudroit connoître pour comprendre les autres. Tout ce que nous élevons ſur ces données primitives, aboutit à ſon tour à l'infini; les ramifications de l'arbre des connoiſſances humaines vont ſe perdre dans le vague de tout ce qui exiſte au-delà, & ne touchent jamais à la circonférence de la ſphère dont nous occupons un point. Les ſciences flottent entre deux infinis. *Toutes les extrémités*, dit Pascal, *vont ſe perdre dans l'éblouiſſement;* mais là où la vue expire, le ſentiment exiſte & agit encore.

Nous avons eſſayé de conſtater l'exiſtence du ſentiment de l'infini dans la nature humaine; nous avons vu qu'il eſt le réſultat naturel de la place que l'homme occupe dans l'univers; nous avons retrouvé ſes traces & ſa préſence dans les plaiſirs que donnent la nature, les beaux-arts, la poéſie; nous avons prouvé que la religion le ſuppoſe & le nourrit, & que les ſciences elles-mêmes y conduiſent. Obſerver la préſence & l'influence de ce ſentiment dans toutes les choſes auxquelles il ſe mêle, c'étoit en même temps répandre du jour ſur les cauſes qui le produiſent, & développer ſes heureux effets.

Le ſentiment de l'infini eſt donc un fait pſychologique dont nous ne ſaurions conteſter la réalité; êtres finis, nous ſommes placés dans l'infini & dans l'immenſité; l'infini nous eſt inconnu, mais nous ſavons qu'il exiſte, que nous y ſommes placés, & cette idée donne naiſſance à une ſorte de myſticisme involontaire, inévitable, qui ſe retrouve partout, d'où tout part & où tout aboutit.

Comme de notre propre aveu nous ne pouvons pas connoître l'infini & que nous n'avons de lui qu'une idée négative & vague, dira-t-on que nous ne ſaurions en avoir le ſentiment? Mais la ſenſibilité rapporte l'impreſſion qu'elle reçoit des objets, au ſujet qui l'éprouve & qui en eſt affecté agréablement ou déſagréablement, & non à l'objet pour déterminer ſes qualités. Nous pouvons par conſéquent avoir le ſentiment d'un objet que nous ne connoiſſons pas. L'infini exiſte, & quoi-

que nous ne puiſſions pas le ſaiſir & le comprendre, ſon idée ſeule, quelque imparfaite & confuſe qu'elle ſoit, ſuffit pour agir ſur notre imagination & ſur notre ſenſibilité.

Révoquera-t-on en doute l'exiſtence de l'idée de l'infini, ou l'attribuera-t-on à une erreur & à un jeu de l'imagination? Cette idée eſt un produit de la raiſon & l'effet néceſſaire des principes qui dirigent cette faculté dans ſes opérations. La première loi de la raiſon humaine eſt l'unité; elle tend ſans ceſſe à donner à tout l'enſemble de ſes repréſentations, le plus haut degré d'unité poſſible. Dans ce travail elle arrive néceſſairement à l'idée de la totalité des exiſtences & des réalités, c'eſt-à-dire à l'infini qui réunit tout & hors duquel rien n'exiſte. Cette idée eſt auſſi eſſentielle à la raiſon, que les idées de cauſe & de ſubſtance le ſont à l'entendement.

Nous accuſera-t-on de ſubſtituer la ſenſibilité à la raiſon, les idées vagues aux idées préciſes, les repréſentations obſcures aux repréſentations claires & diſtinctes? La ſenſibilité & la raiſon ſont deux facultés auſſi différentes que certaines & inconteſtables; chacune a ſon domaine, ſon objet, ſa marche & ſes lois; il faut les laiſſer chacune à ſa place, & il ſeroit abſurde de ſubſtituer l'une à l'autre. La ſenſibilité ſe nourrit d'idées confuſes; elle eſt de ſa nature toujours un peu myſtique. Nous pouvons & devons ramener une partie de ces idées confuſes à des idées claires & même diſtinctes, mais alors nous ne ſentons plus, nous raiſonnons; nous diſſéquons ou nous analyſons un objet; nous n'éprouvons plus l'impreſſion que faiſoit ſur nous un objet ou une maſſe d'objets avant d'être ſoumiſe au ſcalpel, ou jetée dans le creuſet. D'ailleurs, à quelque degré de perfection que l'eſprit humain conduiſe l'analyſe des idées confuſes, nous ſommes obligés de nous arrêter quelque part dans cette décompoſition & d'admettre finalement des idées premières que nous appelons ſimples, parce que nous n'avons plus de priſe ſur elles, & qu'elles ſe refuſent à toute eſpèce d'analyſe. On doit craindre & éviter les idées obſcures dans le champ d'objets où l'on peut en acquérir de claires & de diſtinctes; on ne ſauroit nier

l'exiſtence l'action, les effets des idées obſcures. Elles jouent un grand rôle dans tous les phénomènes du monde moral. Ce n'eſt pas un des moindres titres du grand Leibnitz à la gloire, que d'avoir développé avec ſuccès la théorie des idées obſcures. On ſait que dans la vue magnifique qu'il a tracée de l'univers, la percepturation explique beaucoup de faits. Selon lui, dans l'harmonie univerſelle de toutes les monades, chaque force repréſentative liée à toutes les autres par de ſavans accords, ſe repréſente l'univers conformément à la place qu'elle y occupe; elle a des idées diſtinctes de quelques objets, des idées claires d'un plus grand nombre, & finalement une immenſité de repréſentations obſcures & confuſes, qui doivent ſortir inſenſiblement de cet état d'obſcurité, & qui agiſſent ſur elle ſans qu'elle s'en aperçoive. Dans ce ſyſtème, le ſentiment de l'infini s'explique mieux que dans tous les autres. Ce ſyſtème n'eſt ſans doute que la vue ingénieuſe & brillante d'un homme de génie, mais l'exiſtence & la néceſſité des idées obſcures ſont inconteſtables.

Le ſentiment de l'infini donne donc naiſſance à une eſpèce de myſticisme d'un genre nouveau. Ce myſticisme eſt inévitable; c'eſt le ſeul qui ſoit légitime, & qui ne ſoit aucunement dangereux. Tous les autres ſont des chimères plus ou moins abſurdes, des folies plus ou moins funeſtes, de véritables maladies morales. Le faux myſticisme ne veut que des idées confuſes, tandis que le vrai myſticisme qui tient au ſentiment de l'infini, n'admet des idées confuſes que là où les idées claires & diſtinctes abandonnent l'homme. Le faux myſticisme ſubſtitue le ſentiment à la raiſon & ſe perd dans des rêveries vagues, dans le cercle d'objets où l'homme peut connoître & doit raiſonner; le vrai myſticisme ſuit la raiſon avec une entière confiance auſſi loin qu'elle le mène, & là où elle s'arrête, le ſentiment lui fait preſſentir l'infini & lui permet d'en jouir. Le faux myſticisme ſe refuſe à connoître ce qui eſt du reſſort des connoiſſances humaines, & prétend connoître ce qui eſt inacceſſible aux ſens, au jugement, à la raiſon de l'homme; il ignore le fini, & il croit que l'infini lui eſt révélé; il dédaigne les relations

qu'il pourroit avoir avec les êtres finis qui l'environnent, & il imagine des communications impoſſibles avec l'infini. Le vrai myſticisme acquiert des connoiſſances poſitives de tout ce qui peut être connu, & il n'affirme & ne nie rien de tout ce qui s'élève au-deſſus de la ſphère de notre entendement; il ne tient pas un langage inintelligible en parlant du monde des ſens & de l'expérience, & il garde le ſilence ſur le monde inviſible tout en admettant ſon exiſtence; il aime & ſert les êtres finis qui l'entourent, & quand il s'agit de l'infini, il l'adore & il ſe tait.

Concluſion.

L'eſprit humain doit ſoumettre au calcul & à l'obſervation tout ce qui peut y être ſoumis, mais l'homme doit ſentir que l'univers n'eſt pas reſſerré dans le champ de ſes obſervations ni dans les limites de ſon calcul, & que le ſentiment de l'infini l'unit à l'univers entier. Il faut cultiver & développer dans notre âme ce ſentiment qui étend notre exiſtence & nous donne la conſcience de notre grandeur. Il peut ſervir à modérer la ſenſualité & à combattre l'égoïsme; il eſt le plus fidèle allié de la religion, comme il en eſt le principe. Donne-moi un point fixe qui me ſerve de point d'appui, δος μοι που στω: tel eſt le premier beſoin du philoſophe; place-moi ſur les bords de l'infini & fais-moi preſſentir l'immenſité, δος μοι απειρον: tel doit être le dernier de ſes vœux.

MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE ROYALE

DES

SCIENCES

ET

BELLES-LETTRES.

CLASSE

DE BELLES-LETTRES.

OBSERVATIONS
ſur quelques points de la Chronologie Grecque.

PAR JEAN TREMBLEY *).

J'ai donné dans les Mémoires de 1797 quelques obſervations ſur la partie aſtronomique de la Chronologie de Newton, & j'ai examiné les argumens par leſquels M. Bailly avoit cherché à infirmer ſes réſultats. Je crois avoir prouvé que la plupart de ces argumens portoient à faux, & que le côté foible du ſyſtème de Newton étoit préciſément celui que M. Bailly n'avoit pas attaqué. Comme M. Bailly n'a guères fait autre choſe que copier les argumens de M. Freret contenus dans l'ouvrage que ce dernier a publié contre la Chronologie de Newton, en réfutant M. Bailly, j'ai réfuté par cela même cette partie de l'ouvrage de M. Freret. Il n'eſt pas étonnant qu'elle fût défectueuſe; ce ſavant n'étoit pas verſé dans l'aſtronomie & les mathématiques. Mais la partie hiſtorique de l'ouvrage a excité ma curioſité. M. Freret ſe trouvoit-là dans ſon fort, & avoit de l'avantage ſur Newton, qui n'avoit étudié l'hiſtoire, comme il nous l'apprend lui-même, que par forme de délaſſement. J'ai trouvé cependant que la grande érudition de M. Freret ne l'a pas empêché de tomber dans quelques erreurs, même dans cette partie, & d'élever contre Newton quelques argumens bien foibles. D'un autre côté, M. Freret m'a paru avoir complétement

*) Lu à l'Académie, le 15 novembre 1804.

raiſon ſur quelques points où Newton s'eſt laiſſé entraîner par l'eſprit de ſyſtème au-delà de l'exactitude hiſtorique. J'ai cru voir, de plus, qu'on pouvoit faire à Newton quelques objections auxquelles M. Freret n'a pas touché. En général, il m'a paru que les ſavans qui ont travaillé ſur la Chronologie ancienne tirée de l'hiſtoire des Grecs, ont pris dans les divers monumens qui nous reſtent, tout ce qui pouvoit favoriſer le ſyſtème qu'ils avoient embraſſé, en rejetant ce qui y eſt contraire. Ce procédé n'eſt pas propre à éclaircir la Chronologie & à diminuer l'incertitude de cette ſcience. Il me ſemble qu'il auroit mieux valu discuter les témoignages, en apprécier la valeur, & chercher ce qui réſultoit des écrits de chaque auteur pris ſéparément, avant d'embraſſer un ſyſtème général, qui perd ſouvent en probabilité ce qu'il acquiert en étendue. Quoi qu'il en ſoit, mon but n'eſt point ici de traiter la Chronologie Grecque d'une manière ſuivie & complète; je n'ai ni le ſavoir ni les talens néceſſaires pour une entrepriſe auſſi vaſte; je me bornerai à préſenter quelques obſervations particulières, qui ſans avoir beaucoup d'importance, peuvent n'être pas abſolument inutiles. Ces obſervations ſont en matière d'érudition ce que ſont les faits en phyſique; elles ont toujours un certain prix, quel que ſoit le ſyſtème que l'on embraſſe; elles n'exigent qu'un peu d'attention & de bon ſens, & par là ſont à la portée des eſprits médiocres qui peuvent ſe livrer à ce travail ſans ſortir de leur ſphère. Je ne crois pas qu'il ſoit beſoin de s'arrêter à réfuter l'aſſertion de M. Bougainville, éditeur de l'Ouvrage de M. Freret, qui prétend que les profondes connoiſſances qu'avoit Newton en mathématique & en phyſique, le rendoient incapable des recherches chronologiques; l'eſprit de combinaiſon & d'analyſe que Newton poſſédoit à un ſi haut degré, étoit utile dans la Chronologie comme ailleurs, & ſi ce grand homme s'eſt trompé, ce n'eſt pas faute d'érudition, ni pour avoir trop analyſé, mais c'eſt pour n'avoir pas comparé avec aſſez de ſoin les paſſages parallèles que lui fourniſſoient les écrits des anciens, & pour avoir tiré des conſéquences trop générales de quelques données particulières.

§ 1. On trouve dans Pauſanias L. 3. une liſte complète des rois qui ont régné en Laconie depuis les premiers temps jusqu'à la deſtruction de la monarchie. Cet auteur y a ajouté des détails importans pour la Chronologie, & quelques dates eſſentielles. On peut au moyen de ce morceau d'hiſtoire, calculer à-peu-près le ſyſtème de Chronologie qui réſulte de l'ouvrage de Pauſanias. Auſſi MM. Freret & Newton y ont-ils puiſé également, admettant certaines parties, & en rejetant d'autres. Je vais donc commencer par donner l'extrait de cette Chronologie des rois de Laconie, dans les propres termes de Pauſanias, en élaguant ſeulement ce qui n'eſt pas eſſentiel. Nous verrons enſuite quel parti on en a tiré, & jusqu'à quel point le témoignage des autres auteurs peut en infirmer les réſultats.

Pauſanias Laconic. Lib. 3. Cap. 1.

§ 2. *Λελεξ αυτοχθων ων εβασιλευσε πρωτος εν τη γη ταυτη . . . . Λελεγος δε γινεται Μυλης . . . . Μυλητος δε τελευτησαντος, παρελαβεν ο παις Ευρωτας την αρχην . . . . ατε δε ουκ οντων αυτω παιδων αρρενων, βασιλευειν καταλειπει Λακεδαιμονα, μητρος μεν Ταϋγετης ονται . . . . ες Δια δε πατερα ανηκοντα κατα την φημην. Συνωκει δε ο Λακεδαιμων Σπαρτη θυγατρι του Ευρωτα. . . . Αμυκλας δε ο Λακεδαιμονιος. . . . πολισμα εκτισεν εν τη Λακωνικη. . . . Αποθανοντος δε Αμυκλα, ες Αργαλον τον πρεσβυτατον των Αμυκλα παιδων, και υστερον ες Κυνορταν Αργαλου τελευτησαντος, αφικετο η αρχη. Κυνορτα δε εγενετο Οιβαλος. Ουτος . . . . παιδα εσχε Τυνδαρεων ω περι της βασιλειας Ιπποκοον ημφισβητει. . . . Εβασιλευσαν δε και οι Τυνδαρεω παιδες, και Μενελαος ο Ατρεως Τυνδαρεω γαμβρος ων, Ορεστης τε Ερμιονη τη Μενελαου συνοικων. Κατελθοντων δε Ηρακλειδων επι Τισαμενου του Ορεστου βασιλευοντος, Μεσσηνη μεν και Αργος, εκατερα μοιρα Τημενον, η δε Κρεσφοντην εσχεν αρχοντας. Εν Λακεδαιμονια δε οντων διδυμων των Αριστοδημου παιδων, οικιαι δυο βασιλειαι γινονται. . . . Ονοματα μεν δη τοις παισιν αυτου, Προκλης και Ευρυσθενης ετεθη.*

Cap. 2.

§ 3. *Ευρυσθενει πρεσβυτερω των Αριστοδημου παιδων ουτι ηλικιαν, γενεσθαι λεγουσιν υιον Αγιν. . . . Επι δε Εχεστρατου του Αγιδος βασιλευοντος εν Σπαρτη, Κυνουρεας τους εν τη ηλικια Λακεδαιμονιοι ποιουσιν αναστατους. . . . Ετεσι δε υστερον ου πολλοις, Λαβωτας ο Εχεστρατου την αρχην εσχεν εν Σπαρτη. Τουτον τον Λαβωτα Ηρα-*

δοτος εν τω λογω το ες Κροισον, υπο Λυκουργου του θεμενου τους νομους φησιν επιτροπευθηναι παιδα οντα, Λεωβοτην δε οι τιθεται το ονομα και ου Λαβωταν.... Τους δε εφεξης βασιλευσαντας της οικιας ταυτης Δορυσσον τον Λαβωτα και Αγησιλαον Δορυσσου δι ολιγου επελαβεν αμφοτερους. Εθηκε δε και Λυκουργος Λακεδαιμονιοις τους νομους επι της Αγησιλαου βασιλειας..... Αγησιλαου δε παις εγενετο Αρχελαος.... Αρχελαου δε ην Τηλεκλος .... ου πολλω δε υστερον τουτων, απεθανεν υπο Μεσσηνιων Τηλεκλος εν Αρτεμιδος ιερω.... Τηλεκλου δε αποθανοντος, Αλκαμενης εσχε ο Τηλεκλου την αρχην.

Cap. 3.

§ 4. Τελευτησαντος δε Αλκαμενους, Πολυδωρος την βασιλειαν παρελαβεν ο Αλκαμηνους .... Εχοντος δε ηδη Πολυδωρου λαμπρον ανα πασαν την Ελλαδα ονομα, Πολεμαρχος οικιας εν Λακεδαιμονι ανηρ ουκ αδοξου, θρασυτερος δε, ως εδηλωσε γνωμη, φονευει τον Πολυδωρον.... Επι μεν δη Ευρυκρατους του Πολυδωρου βασιλευοντος, Μεσσηνιοι τε ηνειχοντο υπηκοοι Λακεδαιμονιοις.... Επι δε Αναξανδρου του Ευρυκρατους (το γαρ χρεων ηδη Μεσσηνιους ηλαυνεν εκτος Πελοποννησου πασης) αφιστανται οι Μεσσηνιοι.... Αναξανδρου δε υιος Ευρυκρατης γινεται. Ευρυκρατους δε του δευτερου, Λεων.... Επι δε Αναξανδριδου του Λεοντος, επικρατεστεροι Τεγεατων γιγνονται τω πολεμω.... Αναξανδριδης δε ο Λεοντος Λακεδαιμονιων μονος γυναικας τε δυο αμα εσχεν.... Και ητε επεισελθουσα Κλεομενην παιδα εσχε.... Επει δε απεθανεν Αναξανδριδης, Λακεδαιμονιοι.... Κλεομενει δε διδοασιν εκ των νομων πρεσβεια την αρχην.

Cap. 4.

§ 5. Κλεομενη δε υστερον τουτων επελαβεν η τελευτη μαινεντα. Ως γαρ δη ελαβετο ξιφους, επιτρωσκει αυτος αυτον και διεξηει το σωμα απαν κοπτων τε και λυμαινομενος.. Κλεομενει δε ουκ οντων αρρενων παιδων, ες Λεωνιδαν τον Αναξανδριδου... κατεβαινεν η αρχη. Και Ξερξης τε τηνικαυτα επι την Ελλαδα ηγαγε τον λαον.... Παυσανιας δε ο Κλεομβροτου .... επιτροπευων Πλειστarχον τον Λεωνιδου καταλειφθεντα ετι παιδα....

Cap. 5.

§ 6. Πλειστarχος μεν ο Λεωνιδου νεωστι την βασιλειαν παρειληφως ετελευτησε.... Πλειστονακτος δε εγενετο Παυσανιας.... Παυσανιου δε φυγοντος, οι μεν παιδες Αγησιπολις και Κλεομβροτος, νεοι παντapασιν ετι ησαν....

Cap. 6.

§ 7. Αγησιπολιδος δε απαιδος τελευτησαντος, ες Κλεομβροτον περιηλθεν η αρχη.... Κλεομβροτος δε αυτος γενομενος ανηρ αγαθος, αρχομενης ετι επεσε της μαχης....

Κλεομβροτου δε ο μεν πρεσβυτερος των παιδων Αγησιπολις παρεσχετο μεγα ουδεν ες μνημην. Κλεομενης δε ο νεωτερος μετα τον αδελφον τελευτησαντα εσχε την αρχην. Γενομενων δε αυτω παιδων Ακροτατου, και επ' αυτω Κλεομενου, κατηγαγε το χρεων Ακροτατον, ετι προτερον η αυτον Κλεομενη. Και ως Κλεομενης απεθανεν, υστερον εις αντιλογιαν αφικοντο υπερ της βασιλειας Κλεονομος τε ο Κλεομενους, και Αρευς ο Ακροτατου. . . . Αρεως δε εγινετο υιος Ακροτατος, του δε Αρευς, ος οκτω μαλιστα ετη γεγονως τελευτα νοσω. Και ελειπετο γαρ της Ευρυσθενους οικιας γενος το προς ανδρων, Λεωνιδας ο Κλεωνυμου, πανταπασιν ηδη γερων. Τουτω δη διδοασιν οι Λακεδαιμονιοι την αρχην. . . . Επαυθη τε δη Λεωνιδας βασιλειας και αντ' αυτου Κλεομβροτος εσχε την τιμην . . . . . Γενους μεν δη του Ευρυσθενους, καλουμενων δε Αγιαδων, Κλεομενης ο Λεωνιδου, βασιλευς υστατος εγενετο εν Σπαρτη.

Cap. 7.

§ 8. Προκλης ο Αριστοδημου το παιδιον ονομα τιθεται Σοον. Ευρυπωντα δε τον Σοου φασιν ες τοσουτον αφικεσθαι δοξης, ως και την οικιαν ταυτην Ευρυπωντιδας ονομα απ' αυτου λαβειν. . . . Ευρυπωντος δε υιος γινεται Πρυτανις . . . . Τας δε εφεξης ταυτη γενεας Ευνομου τε του Πρυτανιδος, και Πολυδεκτου του Ευνομου βασιλευοντων, ευ ειρηνη διετελεσεν ουσα η Σπαρτη. Χαριλλος δε ο Πολυδεκτου την τε γην εδηωσεν Αργειοις. . . . Μετα δε Χαριλλον τελευτησαντα. Νικανδρος ο Χαριλλου διαδεχεται την αρχην. . . . Θεοπομπον δε τον Νικανδρου βασιλευσαντα μετα Νικανδρον, μελλει και αυθις μοι ο λογος προσθησειν προελθοντι ες την Μεσσηνιαν συγγραφην. . . Αρχιδαμον γαρ Θεοπομπου ζωντος ετι επιλαμβανει το χρεων, ου μεν απαις ετελευτησεν ο Αρχιδαμος, Ζευξιδαμον δε απολιπων υιον, Ζευξιδαμου δε Αναξιδαμος ο παις εκδεχεται την αρχην. . . . Αναξιδαμου δε υιος εγενετο Αρχιδαμος, Αρχιδαμου δε Αγασικλης. . . . Αριστωνι δε τω Αγασικλεους αγαγομενω γυναικα . . . . εγενετο υιος Δημαρατος εν μησι μησιν επτα. . . . Δημαρατον δε βασιλευοντα . . . . η τε Αριστωνος αγνωμοσυνη και το εχθος το Κλεομενους εποιησεν ιδιωτην. . . . Λεωτυχιδης δε αντι Δημαρατου γενομενος βασιλευς, μετεσχε μεν Αθηναιοις . . . . του εργου προς Μυκαλη. . . . Λεωτυχιδου δε ο μεν παις Ζευξιδαμος ζωντος ετι Λεωτυχιδου. . . . τελευτα νοσω. Αρχιδαμος δε ο Ζευξιδαμου μετα Λεωτυχιδην απελθοντα ες Τεγεαν εσχε την αρχην.

Cap. 8.

§ 9. Αρχιδαμου δε ως ετελευτα καταλιποντος παιδας, Αγις τε πρεσβυτερος ην ηλικια και παρελαβεν αντι Αγησιλαυ την αρχην. . . . Μετα δε Αγιν αποθανοντα, απηλαυνεν Αγησιλαος της βασιλειας Λεωτυχιδην.

Cap. 10.

§ 10. Αρχιδαμου δε του Αγησιλαου βασιλευοντος κατελαβον το ιερον Φωκεις το εν Δελφοις. . . . Του δε Αρχιδαμου τουτου τον μεν πρεσβυτατον παιδα Αγιν κατελαβεν αποθανειν Μακεδοσιν εναντια και Αντιπατρω μαχεσαμενον. Ευδαμιδας δε ο νεωτερος Λακεδαιμονιοις εβασιλευσεν αγουσιν ειρηνην. Τα δε ες Αγιν τον Ευδαμιδου, και ες Ευρυδαμιδαν τον Αγιδος ως εσχεν, ηδη μοι και ταδε η Σικυωνια γραφη διεξεισιν.

Cor. Lib. 2. Cap. 9.

§ 11. Κλεομενης . . . . βασιλεα τε οικιας της ετερας Ευρυδαμιδαν παιδα ετι ανελων φαρμακω δια των εφορευοντων, ες Επικλειδαν τον αδελφον μετεστησε την αρχην.

§ 12. M. Freret dit (T. 1. p. 90 de la petite édit. in 12) que la ſuite des rois de Sparte depuis le retour des Héraclides jusqu'à l'entrée de Xerxès, n'offre qu'une ſucceſſion tranquille. Il devoit obſerver que ſuivant Pauſanias, Doryſſus & Agéſilas regnèrent fort peu de temps (§ 3.), que Telècle fut tué par les Meſſéniens dans le temple d'Artémiſe (ibid.), que Polydore fut tué par Polémarque, (§ 4.) que Cléomène ſe tua lui-même (§ 5.) & fut remplacé par ſon frère Léonidas. Voilà donc dans la branche aînée des rois de Sparte, cinq rois ſur dix-ſept, dont le règne a été plus court qu'il ne devoit l'être, ce qui va à l'appui du ſentiment de Newton, que les générations des rois doivent être diſtinguées de celles des autres hommes. L'hiſtoire ancienne offre pluſieurs exemples de ce que dit Juvenal:

Ad generum Cereris ſine cœde et vulnere pauci
Deſcendunt reges et ſicca morte tyranni.

§ 13. Au reſte, il eſt important de rechercher en traitant ce ſujet, ſi les rois dont il s'agit, ont régné de père en fils, ou s'il y a eu des petits-fils ou arrière-petits-fils qui ayent ſuccédé à leur aïeul ou bisaïeul. Car cette dernière circonſtance prolonge ſenſiblement la durée des règnes. Or dans les dix-ſept rois de Sparte dont parle M. Freret, il n'y a point eu de ſucceſſion de petits-fils ou d'arrière-petits-fils; il faut donc exclure des ſuites de rois que l'on voudroit comparer avec celle-ci, toutes celles où il ſe trouve des petits-fils ou des arrière-petits-fils. Car le calcul des probabilités exige que les événemens

mens que l'on fait entrer en ligne de compte, ſoient ſemblables. Je ne prétens pas au reſte donner à l'argument de Newton ſur la durée moyenne du règne des Rois, toute la force que lui attribue ce grand homme. On verra plus bas qu'il y a d'autres conſidérations qu'on ne doit pas négliger & qui modifient beaucoup les réſultats.

§ 14. Meurſius & M. Freret admettent ſans héſiter la durée des règnes des Rois de Sparte depuis Eurysthène jusqu'à Alcamène que donne Euſèbe dans ſa chronique. Voici cette ſuite:

Αγις	- - - -	(1)
Εχεστρατος	- - -	(35)
Λαβωτας	- - -	(37)
Δορυσσος	- - -	(29)
Αγησιλαος	- - -	(44)
Αρχελαος	- - -	(60)
Τηλεκλος	- - -	(40)
Αλκαμενης	- - -	(37)

Si cette ſuite eſt juſte, il eſt certain qu'il en réſulte un préjugé très-fort contre la Chronologie de Pauſanias & contre le ſyſtème de Newton. On trouve ici ſept rois qui ſe ſont ſuccédé de père en fils, & qui ont regné 282 ans, & l'un de ces rois eſt mort de mort violente. Cela donneroit 40 ans de règne à chacun. Il n'y a aucun exemple d'une pareille ſucceſſion dans l'hiſtoire déterminée d'une manière certaine. Il n'y a pas d'exemple d'un père & d'un fils qui ayent régné 104 ans, comme cela a lieu ici pour Agéſilas & Archélaüs. Suivant Euſèbe, Doryſſus a régné 29 ans & Agéſilas 44, ce qui eſt contraire à la Chronologie de Pauſanias qui affirme que ces deux princes ne régnèrent que peu de temps. Auſſi Meurſius (Laconic. L. 2. Ch. 5.) n'héſite pas à condamner ce dernier auteur. „Errat Pauſanias in iſtis, quod Doryſſum, filiumque Ageſilaum, tempore exiguo tantum tenuiſſe regnum tradit, cum regnaverit Doryſſus annos 29, Ageſilaus 44, uti conſtat ex Euſebio." Mais lorsqu'on a deux autorités contradictoires, la juſtice exige que l'on diſcute le degré de confiance que mérite cha-

cune d'elles. Or Euſèbe ajoute à la note que nous venons de rapporter, que la première branche des rois finit à Alcamène, ce qui eſt d'une fauſſeté notoire, comme le remarquent Meurſius & M. Freret, puiſqu'il y eut encore vingt rois dans cette branche. Mais ſi Euſèbe a commis une bévue de cette force, quelle foi doit-on ajouter aux durées qu'il aſſigne aux neuf règnes précédens? On n'a rien de ſemblable à reprocher à Pauſanias, qui donne ſans interruption la ſuite des rois, en indiquant les principaux événemens auxquels ils ont eu part. M. Freret dit p. 236, qu'Euſèbe & ceux qui l'ont ſuivi, ont tout brouillé dans la Chronologie d'Athènes. Pourquoi donc le ſuivre dans certains points de celle de Sparte, où il eſt en contradiction avec le cours ordinaire de la nature & avec Pauſanias? Meurſius dit que Pauſanias s'eſt trompé, *uti conſtat ex Euſebio.* N'auroit-il pas été plus fondé à dire qu'Euſèbe s'eſt trompé, *uti conſtat ex Pauſania?* Pourquoi ne pas discuter ſéparément la Chronologie qui réſulte de chaque auteur? pourquoi faire concourir des autorités qui n'ont ni le même degré d'authenticité, ni le même degré d'originalité, ni le même accord?

§ 15. M. Freret prétend p. 78, que Newton a mal compris un paſſage de Pauſanias L. 4. Ch. 7, où il s'agit de la généalogie d'Euryléon qui commandoit à la bataille qui eut lieu entre les Lacédémoniens & les Meſſéniens l'an 3 de la 9^e^ Olympiade. Voici ce que dit Pauſanias; „το μεσον δε εσχεν Ευρυλεων, τα μεν παροντα Λακεδαιμονιος, τα εξ αρχης δε απο Καδμου, και εκ Θηβων, Αιγεως του Θιολυκου, του Θηρα, του Αυτεσιωνος απογονος πεμπτος." M. Freret dit que ces termes απογονος πεμπτος ne peuvent ſe rapporter qu'à Egée éloigné d'Euryléon de cinq générations entières. Je conviens que ces termes ſe rapportent à Egée, mais je nie qu'ils ſignifient qu'Egée fût éloigné d'Euryléon de cinq générations entières. Pour bien entendre un auteur, il faut tâcher de l'expliquer par lui-même; or Pauſanias nous apprend L. 2. Ch. 13, comment il faut entendre ces expreſſions. Voici ce qu'il dit à propos de la généalogie de Pythagore; „Ιππασου δε τουτου τεταρτος ην απογονος Πυθαγορας ο Λεωφρονος γενεσθαι λεγομενος. Μητρωιου γαρ Πυθαγορης ην του Ευφρανορος του Ιππασου."

Voici donc la ſérie, Ιππασος, Ευφρων, Μνησαρχος, Πυθαγορας. Or Pythagore eſt appelé le quatrième deſcendant depuis Ιππασος, donc les termes τεταρτος απογονος ſignifient que Pythagore eſt le quatrième deſcendant d'Hippaſus en comptant celui-ci, ou qu'il eſt le quatrième terme de la ſuite dont Hippaſus eſt le premier, en ſorte qu'il n'y avoit que trois générations entières entre Hippaſus & Pythagore. Par conſéquent, lorſque Pauſanias dit qu'Euryléon étoit le cinquième deſcendant depuis Egée, πεμπτος απογονος, cela ſignifie qu'Euryléon étoit le cinquième terme de la ſuite dont Egée étoit le premier, en ſorte qu'il n'y avoit entre Egée & Euryléon que quatre générations entières, & non pas cinq, comme le prétend M. Freret. Par conſéquent, il n'y avoit entre Euryléon & Theras, grand-père d'Egée, que ſix générations, comme le dit Newton, & non pas ſept, comme le prétend M. Freret. C'eſt donc à tort que M. Freret accuſe Newton de s'être laiſſé tromper par la verſion latine d'Amaſaeus, laquelle ne dit pas même ce que M. Freret lui fait dire. Newton avoit expliqué Pauſanias par lui-même, ce que n'avoit pas fait M. Freret. On trouve un paſſage du même genre dans le Ch. 3. du L. 4. „Θησεως δε ο Αυτεσιωνος τω Κρεσφοντη μαλιστα εναντιουτο; τα μεν ανεκαθεν Θησειος τε και απογονος πεμπτος Πολυνεικους του Οιδιποδος." Or voici la généalogie de Theras: Polynice, Therſandre, Tiſamène, Autefion, Theras; donc ces termes πεμπτος απογονος, ſignifient que Theras étoit le cinquième terme de la ſuite dont Polynice étoit le premier, en ſorte qu'entre Theras & Polynice il n'y avoit que quatre générations. Il ſuit de là qu'entre Euryléon & Oedipe il y avoit onze générations. Il y a donc eu à-peu-près dix générations entre Oedipe & le commencement des Olympiades, ce qui fait environ 333 ans, en comptant trois générations par ſiècle. Oedipe étoit à-peu-près contemporain de Theſée & d'Hercule, il vivoit donc au temps de l'expédition des Argonautes. En ſuppoſant donc que les Olympiades ont commencé 776 ans avant Jéſus Chriſt, on aura 1109 ans écoulés entre l'expédition des Argonautes & J. C., d'après ces paſſages de Pauſanias. Je reviendrai plus bas ſur cette concluſion, que je comparerai avec

d'autres réſultats que fournit Pauſanias & avec ceux de Newton & de M. Freret. M. de la Barre dans le T. 7. de l'Académie des Inſcriptions, a donné un Mémoire ſur l'hiſtoire de Lycurgue, où il traite la queſtion qui vient de nous occuper. Il fait voir que les Anciens, & même Hérodote, emploient ſouvent la même manière de compter que celle que nous trouvons dans Pauſanias. Il en cite un exemple remarquable, Hérodote appelant dans un endroit Gygès le cinquième aïeul de Créſus, & dans l'autre, Créſus, πεμπτον απογονον Γυγεω. Et en effet voici la ſuite des générations, Gygès, Ardys, Sadyatte, Alyattes, Créſus. M. de la Barre ajoute que du temps de Plutarque cet uſage avoit changé, mais nous venons de montrer par des paſſages tirés de Pauſanias, que cet uſage ſubſiſtoit de ſon temps. Et Pauſanias eſt poſtérieur de quelques années à Plutarque. Quoi qu'il en ſoit, il eſt clair que les mots de πεμπτος απογονος n'ont point de ſignification évidente par elle-même, & que ſi Pauſanias n'en avoit déterminé le ſens, on auroit pu disputer longtemps là-deſſus. M. Freret dit dans le même endroit, que Pauſanias n'eſt obſcur que par les matières qu'il eſt obligé de traiter, ou par l'ignorance des copiſtes qui l'ont défiguré, & que ſa phraſe eſt toujours très-nette. Il ſeroit aiſé de prouver, & par le texte de Pauſanias, & par le témoignage des ſavans, que cet auteur emploie ſouvent des tournures qui ne ſont pas claires, qui arrêtent le lecteur & embarraſſent les interprètes. Mais M. Freret s'eſt rarement donné la peine de comparer les paſſages parallèles. Voyez ce que dit le dernier éditeur de Pauſanias (Facius) L. 7. Ch. 7. *Conſtructio horum verborum ex Pauſaniae more paulo eſt impeditior.*

§ 16. Au reſte, M. de la Barre ſe trompe lorsqu'il dit dans le mémoire cité ci-deſſus, p. 262, qu'Hérodote & Pauſanias s'accordent à dire que Lycurgue eut la régence du royaume pendant la minorité de Labotas. Pauſanias rapporte l'opinion d'Hérodote (§. 5), mais ſans l'embraſſer; il la contredit même quelques lignes plus bas (§. 6.), puisqu'il dit que Lycurgue établit ſes lois ſous le règne d'Agéſilas ſon petit-fils. Suivant Hérodote, Labotas étoit un enfant lorsqu'il parvint à

là royauté; Lycurgue auroit donc été beaucoup plus âgé que lui, & d'après cela il n'eſt guères poſſible qu'il ait publié ſes lois ſous le règne d'Agéſilas ſon petit-fils, d'autant plus que Lycurgue vécut encore long-temps après avoir publié ſes lois. Mais il y a plus: Pauſanias dit L. 5. Ch. 4, que Lycurgue étoit contemporain d'Iphitus; *χρονω δε υστερον Ιφιτος γενος μεν ων απο Οξυλου, ηλικιαν δε κατα Λυκουργον τον γραψαντα Λακεδαιμονιοις τους νομους τον αγωνα διεθηκεν εν Ολυμπια.*" Iphitus vivoit donc au commencement des Olympiades, c'eſt-à-dire vers le temps de Télècle, petit-fils d'Agéſilas, puisque la mort de Télècle fut l'origine des diſſenſions entre les Spartiates & les Meſſéniens. Donc, ſuivant Pauſanias, Lycurgue vivoit encore ſous le règne du petit-fils d'Agéſilas, il ne pouvoit donc avoir été tuteur du trisaïeul de Télècle. Ainſi, quoique Pauſanias ne réfute pas directement l'aſſertion d'Hérodote, il eſt clair qu'il n'y ajoute pas foi. Il eſt certain que cette aſſertion de Pauſanias, que Lycurgue donna ſes lois ſous le règne d'Agéſilas, eſt contraire au ſyſtème de Newton, puisque le temps où Lycurgue donna ſes lois, précéderoit ainſi de deux générations le commencement des Olympiades; mais les idées de Newton ſur ce ſujet ne ſont pas bien cohérentes entr'elles, comme on le verra plus bas. On dira que ſi Lycurgue a donné ſes lois du temps d'Agéſilas, il ne peut avoir vécu du temps d'Iphitus. Cependant, ces deux aſſertions de Pauſanias ne ſont pas inconciliables. Car Lycurgue peut avoir publié ſes lois vers la fin du règne d'Agéſilas, & Iphitus peut avoir été avancé en âge lorsqu'il rétablit les Olympiades, & par conſéquent avoir vécu dans ſa jeuneſſe ſous le règne d'Archélaüs fils d'Agéſilas & père de Télècle. Ainſi rien n'empêche que Lycurgue n'ait vécu du temps d'Iphitus, pourvu qu'on rejette la chronique d'Euſèbe qui donne 60 ans de règne à Archélaüs & 40 à Télècle. C'eſt uniquement par cette raiſon que Meurſius réfute Pauſanias dans le paſſage cité plus haut. „Errat Pauſanias dicens Lycurgum tuliſſe leges Ageſilao rege, ut conſtat ex Euſebio." Mais nous avons vu ci-deſſus que le témoignage d'Euſèbe ne méritoit pas de confiance ſur cet objet. L'aſſertion de Pauſanias eſt

conforme à ce que dit Apollodore cité par Clément d'Alexandrie Strom. L. 1. „Απολλοδωρος δε, μετα ετη εκατον της Ιωνικης αποικιας, Αγησιλαου του Δορυσσου, Λακεδαιμονιων βασιλευοντος, ως τε επιβαλειν αυτω Λυκουργον τον νομοθετην ετι νεον οντα."

§ 17. Newton adopte l'opinion que Lycurgue publia ſes lois ſous le règne d'Agéſilas (Opuſc. T. 3. p. 47). „Leges ſuas divulgavit Lycurgus, regnante Ageſilao qui patri Doryſſo ſucceſſerat, & erat e regia familia cujus autor eſt Eurysthenes." Il adopte p. 46 l'opinion de Plutarque que Lycurgue fut tuteur de Charillus fils poſthume de Polydectes. „Polydectes autem Rex Spartae, qui interemptus fuit antequam filius ejus Charillus natus erat, regnum reliquit fratri Lycurgo qui nato Charillo tutelam ſuſcepit, & poſt octo menſes circiter peregrinavit in Creta & Aſia, quoad puer adoleverat, & ſecum attulit Homeri poëmata; et paulo poſt ſuas leges vulgavit, Olympiade ſecunda aut tertia ſupra viceſimam, jam enim ad ſenectutem vergebat." Pauſanias dit que Charillus aida Archélaüs fils d'Agéſilas à renverſer la ville d'Aegis. Lycurgue ayant été tuteur de Charillus ſe trouve par cela même contemporain d'Agéſilas; jusques là les aſſertions peuvent s'accorder pour l'eſſentiel, mais d'après Newton, Agéſilas auroit régné vers la 22^{e} ou la 23^{e} Olympiade, ce qui porteroit le commencement des Olympiades environ 80 ans plus haut que le règne d'Agéſilas, c'eſt-à-dire d'après les ſuppoſitions de Newton, plus de quatre règnes plus haut que le règne d'Agéſilas. Les Olympiades auroient donc commencé vers le règne d'Eurysthènes tout au moins, car Pauſanias affirmant que les règnes de Doryſſus & d'Agéſilas ont été fort courts, on devroit porter encore plus haut le commencement des Olympiades; on parviendroit ainſi à la fin du règne de Tiſamène, c'eſt-à-dire à-peu-près à 20 ans du retour des Héraclides, ou même à une moindre diſtance. Cependant, Newton admet 45 à 50 ans d'intervalle entre le retour des Héraclides & le commencement des Olympiades. Ces aſſertions de Newton ne peuvent donc coïncider, à moins qu'il n'admette l'opinion d'Euſèbe ſur la longueur des règnes de Doryſſus &

d'Agéſilas. Mais ſi l'on admet ces réſultats de la Chronique d'Euſèbe, il n'y a point de raiſon pour rejeter ceux qui ſont relatifs à la durée des règnes des autres rois, & dès lors le ſyſtème de Newton croule, comme nous l'avons vu plus haut. L'on voit donc que pour que le ſyſtème de Newton ſe ſoutienne dans ſon entier, il faut prendre dans chaque auteur ce qui lui convient, & rejeter ce qui lui eſt contraire, ce qui n'eſt pas raiſonnable. Il en eſt de même du ſyſtème de M. Freret. On ne peut donc accorder à aucun de ces deux ſyſtèmes une probabilité un peu conſidérable; aucun d'eux ne lève l'incertitude qui règne dans cette partie de la Chronologie, & ce qu'il y a de pis, c'eſt qu'on ne voit point du tout ce qui réſulte du témoignage de chaque auteur, quels ſont les auteurs dont les aſſertions ſe contrediſent, & quels ſont ceux dans le récit desquels la vraiſemblance eſt le mieux conſervée.

§ 18. L'aſſertion de Newton que le retour des Héraclides n'a précédé que d'environ 50 ans le commencement des Olympiades, eſt directement contraire au texte de Pauſanias qui dit L. 4. Ch. 4, que le meurtre de Télècle fut la première origine de la guerre entre les Meſſéniens & les Lacédémoniens. Car cette guerre éclata peu après le commencement des Olympiades. Le retour des Héraclides ſe fit ſous Tiſamène. Or entre Tiſamène & Télècle on compte Eurysthènes, Agis, Echeſtrate, Labotas, Doryſſus, Agéſilas & Archélaüs, ce qui fait ſept règnes entiers. Il y a donc d'après les ſuppoſitions mêmes de Newton, près de 140 ans de diſtance entre le retour des Héraclides & le commencement des Olympiades. Donc l'aſſertion de Newton eſt contraire au texte de Pauſanias. Je reviendrai plus bas à ce que l'on peut conclure du récit de Pauſanias ſur cet article.

§ 19. M. Freret dit p. 153, que les 25 premières années du règne de Charilaüs ſe paſſèrent ſous la tutèle de ſon oncle Lycurgue. Et Suidas dit art. Lycurgue. *Ην θειος προς πατρος χαριλαου του βασιλευσαντος Σπαρτης Ευνομου αδελφος, εκρατησε δε των Σπαρτιατων ετη τεσσαρακοντα δυο, οτε και τους νομους εθετο, επιτροπευων τον αδελφιδουν.*" Suidas fait donc gouverner

Lycurgue 42 ans comme tuteur de ſon neveu, ce qui paroît aſſez bizarre, mais ce qui montre combien tout ce qui regarde Lycurgue eſt incertain, & par conſéquent combien l'époque de Lycurgue eſt peu propre à fixer la Chronologie. En effet, Plutarque (art. Lyc.) le fait fils cadet d'Eunome. „Ευνομου δε Πολυδεκτην (γενεσθαι) εκ πρωτερας γυναικος, Λυκουργον δε νεωτερον εκ Διανασσης." Elien dit la même choſe L. 13. Ch. 23. Λυκουργος ο Λακεδαιμονιος ο Ευνομου παις." D'un autre côté, Simonide le fait fils de Prytanis père d'Eunome. Plutarque dit au même article Lycurgue. „Και Σιμωνιδης ο ποιητης ουκ Ευνομου λεγει τον Λυκουργον πατρος, αλλα Πρυτανιδος." Phlégon dit la même choſe. „Λυκουργος δε ο Λακεδαιμονιος υιος ων του Πρυτανιος." Tzetzès (Hiſt. Var. Chil. 8. § 238.) le fait frère de Charillus. „Χαρυλλος Λακων αδελφος υπηρχε τω Λυκουργω." Voilà donc une différence de deux générations entre Simonide & Tzetzès. De plus, Plutarque dit que les lois de Lycurgue ont ſubſiſté 500 ans depuis ce légiſlateur jusqu'à Agis fils d'Archidamus. „Τοσουτον γαρ επρωτευσεν η πολις Ελλαδος ευνομια, και δοξη, χρονω ετων πεντακοσιων τοις Λυκουργου χρησαμενη νομοις, ους δεκατεσσαρων βασιλεων μετ' εκεινον εις Αγιν τον Αρχιδαμου γενομενων ουδεις εκινησεν." Au contraire, Platon dans le dialogue intitulé Minos (Édit. des Deux-Ponts T. 6. p. 135) fait dire à Socrate que les lois de Lycurgue ont duré 300 ans ou un peu plus, Μιν. Αρα Λακεδαιμονιους λεγεις και Λυκουργου τον νομοθετην. Σω. Αλλα ταυτα γε ουδεπω ισως ετη τριακοσια, η ολιγω τουτων πλειω." L'on voit par là, combien les auteurs originaux diffèrent entre eux ſur ce ſujet. L'aſſertion de Plutarque, que quatorze rois ont régné 500 ans entr'eux, donne à chaque roi $35\frac{1}{2}$ ans de règne, ce qui s'éloigne beaucoup du calcul de Newton. Nous verrons bientôt ce qui réſulte des données de Pauſanias. J'obſerverai ſeulement ici, que Pauſanias en rapportant le paſſage d'Hérodote qui fait Lycurgue tuteur de Labotas, ne traite point cette opinion d'abſurde, quoiqu'il ne l'adopte pas, ce qu'il fait cependant toutes les fois qu'il peut donner des preuves ſuffiſantes du contraire. Et ce même Pauſanias qui entre dans le détail ſur la vie de pluſieurs perſonnages illuſtres, ne dit rien de cette tutèle de Lycurgue à l'égard de Charillus. Comment pourroit-on donc

avec

avec quelque probabilité prendre l'époque de Lycurgue pour une des baſes de la Chronologie ancienne, & ne devoit-on pas attendre d'un ſavant auſſi profondément verſé dans l'étude de l'antiquité que l'étoit M. Freret, un développement exact & détaillé de toutes ces difficultés; au lieu qu'il prend, comme je l'ai déjà dit, ſans rendre raiſon de ſon choix, ce qui lui convient dans les auteurs anciens, & rejette le reſte. Par exemple, il ne fait pas même mention du paſſage d'Hérodote qui eſt relatif à Lycurgue, & cependant il trouve mauvais que Newton rejette dans certains cas le témoignage d'Hérodote. Mais ſi Lycurgue a été tuteur de Charillus, au lieu de l'avoir été de Labotas, Hérodote s'eſt trompé de pluſieurs générations, & s'il a commis une erreur auſſi grave ſur une époque auſſi célébre que celle de Lycurgue, à plus forte raiſon peut-il s'être trompé ſur d'autres époques moins importantes.

§ 20. M. Freret déclame p. 163 contre Plutarque, parce que cet auteur appuie ſur l'incertitude de la Chronologie; il va jusqu'à dire que Plutarque étoit bien aiſe de trouver les chronologiſtes en contradiction, afin de pouvoir déclamer contre leur ſcience qu'il ignoroit ou négligeoit à deſſein. Il eſt certain que Plutarque eſt un guide peu ſûr, mais cela ne ſuffit pas pour l'accuſer de mauvaiſe foi. Cette héréſie, ſi c'en eſt une, n'eſt point propre à Plutarque. Strabon s'exprime avec bien moins de ménagement. Il dit L. 1. p. 43. „Θεοπομπος δε εξομολογειται φησας, οτι και μυθους εν ταις ιστοριαις ερει κρειττον η ως Ηροδοτος, και Κτησιας, και Ελλανικος, και οι τα Ινδικα συγγραφοντες." Voilà donc Théopompe qui croit comme Strabon qu'il vaut mieux lire des fables que ce qu'ont écrit Hérodote, Ctéſias, Ellanique & ceux qui ont traité de l'hiſtoire de l'Inde. Il dit L. 11. p. 507 & 508. „ραδιον δ'αν τις Ησιοδω και Ομηρω πιστευσειεν ηρωολογουσι, και τοις τραγικοις ποιηταις, η Κτησια τε και Ηροδοτω, και Ελλανικω, και αλλοις τοιουτοις." Strabon préfère, comme l'on voit, l'autorité d'Homère, d'Héſiode & des poëtes tragiques, à celle d'Hérodote, de Ctéſias, d'Ellanicus & d'autres hiſtoriens. Il dit encore (ibid.) ουκ εχοντες ακριβως λεγειν περι αυτων ουδεν καιπερ προς Μασσαγετας τον Κυρου πολεμον ιστορευοντες. Αλλ' ουτε περι τουτων ουδεις ηκριβωκε το προς αληθειαν,

ουτε τα παλαια των περσικων, ουτε των μηδικων η συριακων εις πιστιν αφικνειτο μεγαλην, δια την των συγγραφεων απλοτητα, και την φιλομυθιαν." On voit que Strabon penſe qu'on ne peut rien dire de certain ſur la guerre de Cyrus contre les Maſſagètes (dont Hérodote a fait l'hiſtoire) ni ſur l'ancienne hiſtoire des Perſes, des Mèdes & des Syriens, à cauſe de la ſimplicité des Hiſtoriens, & de leur amour pour les fables. Au reſte, Strabon fait Lycurgue frère de Polydecte & le ſixième descendant de Proclès, & là-deſſus, il rapporte ce que dit Éphore (L. 10. p. 481). „Λυκουργον δε ομολογειϑαι περι παντων, εκτον, απο Προκλεους, γεγονεναι." Cela s'accorde pour la ſuite des rois avec ce que dit Pauſanias; voici la ſuite que donne ce dernier: Proclès, Soüs, Eurypon, Prytanis, Eunomus, Polydectes. Caſaubon objecte mal à propos que Polydectes étoit le cinquième & non le ſixième, mais Ephore comptoit ici à la manière de Pauſanias que nous avons vu être celle d'Hérodote, & Caſaubon a commis ici la même erreur que nous avons relevée plus haut dans l'ouvrage de M. Freret. Caſaubon ajoute: „Eutychidès tamen, inquit, ισορηκεν εκτον μεν απο Πατροκλεους, ενδεκατον δε αφ' Ηρακλεους" ce qui prouve qu'Eutychidès comptoit de la même manière. (Au reſte, Πατροκλης & Προκλης ſont ici un ſeul & même nom). Strabon adopte auſſi l'opinion que Lycurgue fut tuteur de ſon neveu „αδελφος ην πρεσβυτερος του Λυκουργου Πολυδεκτης, αυτος τελευτων κατελιπε την γυναικα, τεως μεν ουν, εβασιλευεν ο Λυκουργος αντι του αδελφου. Γενομενου δε παιδος, επετροπευεν εκεινον." Quelque diverſité que l'on trouve dans les auteurs au ſujet de Lycurgue, ils s'accordent tous, à l'exception d'Hérodote, à le faire naître dans la famille de Proclès, ce qui ne ſeroit pas vraiſemblable, ſi, comme le dit Hérodote, il eût été oncle de Labotas. Si l'on oſoit haſarder une conjecture, j'avoue que cette épithète de neveu qu'Hérodote donne à Labotas, me feroit croire qu'il y a une erreur de nom dans le paſſage d'Hérodote, & qu'on a mis Labotas au lieu de Charillus.

§ 21. Il y a dans le premier livre de Thucydide un paſſage que Newton a cité en ſa faveur, comme prouvant qu'il ne s'étoit écoulé que 300 ans entre les lois de Lycurgue & la fin de la guerre du Pé-

loponnèſe. M. Freret lui objecte avec raiſon que tous les exemplaires grecs portent 400 ans au lieu de 300; c'eſt Henry Étienne qui en corrigeant la traduction latine de Valla, a mis 300 au lieu de 400, ſans en alléguer de raiſon. Mais ſi on lit dans l'original le paſſage de Thucydide que la verſion rend fort mal, on voit qu'il eſt peu propre à répandre du jour ſur cette matière. Thucydide ne fait aucune mention des lois de Lycurgue. Il parle de la deſtruction des tyrans dans la Grèce, opérée par les Lacédémoniens, & il met en parenthèſe, (p. 7 de l'édition de 1564) ce qui ſuit: „η γαρ Λακεδαιμων μετα την κτισιν των νυν ενοικουντων αυτην Δωριεων, ετι πλειστον ων ισμεν χρονον στασιασα, ομως εκ παλαιτατου και ευνομηθη, και αει ατυραννευτος ην, ετη γαρ εσι μαλιστα τετρακοσια και ολιγω πλειω ες την τελευτην του δε του πολεμου, αφ' ου Λακεδαιμονιοι τη αυτη πολιτεια χρωνται." Pour prouver que Lacédémone a toujours été exempte de tyrans, Thucydide dit qu'il y a quatre-cents ans & un peu plus à compter juſqu'à la fin de la guerre du Péloponnèſe que les Lacédémoniens ont le même gouvernement, τη αυτη πολιτεια χρωνται. Il s'agit maintenant de ſavoir ce que l'on doit entendre par πολιτεια; ſi on doit entendre par là le gouvernement monarchique des deux familles des Héraclides, ou les lois de Lycurgue, ou l'établiſſement des Éphores que Plutarque prétend être poſtérieur à Lycurgue, & dater du règne de Théopompe. L'ancien Scholiaſte grec paroît adopter ce dernier ſens, puiſqu'il met en note ſur le mot πολιτεια, τη ολιγαρχια, τη γερουσια. Je n'entrerai dans aucune diſcuſſion à cet égard. Il me ſuffit d'avoir montré que le paſſage étant ſuſceptible de pluſieurs ſens, ne peut ſervir à fixer la Chronologie. Du reſte, M. Freret, tout en maltraitant Plutarque, ne laiſſe pas d'admettre comme vrai ce qu'il dit de Lycurgue, & trouve mauvais que Newton s'en écarte. L'on voit que chacun prend dans Plutarque, comme dans Pauſanias, ce qui lui convient, & rejette le reſte.

§ 22. M. Freret s'attache p. 157 à diſtinguer la première Olympiade d'Iphitus de celle de Coroebus, & reprend Newton de ce qu'il les a confondues. „Iphitus, (dit Newton p. 46) non totos ludos

Olympicos reparavit, equidem curſum reſtituit in prima Olympiade in qua vicit Coroebus." Il cite là-deſſus Pauſanias L. 5. Ch. 8. Pauſanias dans le Ch. 7. attribue à Hercule Idéen l'établiſſement des jeux Olympiques. „Ηρακλει ουν προσεσι τω Ιδαιω δοξα τον τε αγωνα διαθεναι πρωτα, και Ολυμπια ονομα θεσθαι." Enſuite Climène, descendant d'Hercule Idéen, inſtitua auſſi des jeux. Pauſanias dit, Ch. 8. „Τουτων δε υστερον, Κλυμενον τον Καρδιας, πεντηκοστω μαλιστα ετει, μετα την συμβασαν επι Δευκαλιωνος εν Ελλησι κατομβριαν, ελθοντα εκ Κρητης, γενος απο Ηρακλεους οντα του Ιδαιου, τον τε αγωνα εν Ολυμπια θεναι, και Κουρησι, τοις τε αλλοις, και Ηρακλει τω προγονω λεγουσιν ιδρυσασθαι βωμον." Après cela, Endymion établit le combat de la courſe, Ενδυμιων δε ο Αεθλιου Κλυμενον τε επαυσε της αρχης και δρομου τοις υιοις αθλα εν Ολυμπια την βασιλειαν εθηκε." Vint enſuite Pélops, qui donna à ces jeux un plus grand éclat. „Πελοψ δε υστερον γενεα μαλιστα μετα Ενδυμιωνα τον αγωνα τω Ολυμπιω Δι εποιησεν αξιολογωτατα." Amythaon, Pélias, Augias, Hercule Thébain, Oxyle, établirent auſſi des jeux. Après Oxyle, il y eut une interruption juſqu'à Iphitus. „Μετα δε Οξυλον . . . . εξελιπεν αχρι Ιφιτου τα Ολυμπια." Lorſqu'Iphitus rétablit les jeux Olympiques, on avoit perdu la mémoire des anciens jeux, & on les rétabliſſoit à meſure que le ſouvenir s'en renouveloit. Le premier exercice qu'on rétablit, fut celui de la courſe, dans laquelle Corèbe d'Élée fut vainqueur. „Ιφιτου δε τον αγωνα ανανεωσαμενου κατα τα ηδη μοι λελεγμενα, τοις ανθρωποις επι υπηρχε των αρχαιων ληθη, και κατ' ολιγον ες υπομνησιν ηρχοντο αυτων, και οπστε τι αναμνηθειεν εποισυντο τω αγωνι προσθηκεν. Δηλον δε, εξ ου γαρ το συνεχες τας μνημας επι ταις Ολυμπιασιν εσι, δρομου μεν αθλα ετεθη πρωτον, και Ηλειος Κοροιβος ενικα." Pauſanias donne enſuite les dates du rétabliſſement des autres exercices. Celui de la flûte eut lieu à la 14.e Olympiade, & ainſi de ſuite. „Ολυμπιαδι δε υστερον τεταρτη και δεκατη προστεθη σφισι διαυλος, επι δε ογδοης και δεκατης Ολυμπιαδος πενταθλου και παλης αφικοντο ες μνημην, και του μεν Λαμπιδι υπηρξεν, Ευρυβατω δε η νικη της παλης, Λακεδαιμονιοις και τουτοις." M. Freret prétend que cet υστερον ſe rapporte à Corébus, & que ce n'eſt que depuis Corébus, & non depuis Iphitus, que Pauſanias compte les Olympiades dans tout ce Chapitre. Mais 1.° l'on voit que Pauſa-

nias ne diſtingue abſolument point l'époque d'Iphitus de celle de Corébus, & qu'au contraire, il les réunit. Car ſuivant lui, Iphitus rétablit les jeux Olympiques; & quel fut le premier exercice qu'il rétablit? ce fut celui de la courſe dans lequel Corèbe fut vainqueur. Si l'époque d'Iphitus étoit différente de celle de Corébus, l'exercice de la courſe où Corébus fut vainqueur, n'auroit pas été le premier, car Iphitus ne pouvoit rétablir les jeux Olympiques qu'en rétabliſſant quelque exercice, ſans cela il n'y auroit point eu de rétabliſſement. 2° Si Pauſanias avoit eu deux manières de compter les Olympiades, il en auroit averti, ce qu'il n'a fait nulle part. Dans le calcul des guerres de Meſſénie, il ſuit les mêmes Olympiades que M. Freret. Voici ce qu'il dit L. 4. Ch. 5. „Ταυτην Λακεδαιμονιοι πρωτην επι Μεσσηνιους εξοδον εποιησαντο ετει δευτερῳ της εννατης Ολυμπιαδος ης Ξενοδοκος Μεσσηνιος ενικα σταδιον." On voit que Pauſanias citant la neuvième Olympiade, dans la ſeconde année de laquelle les Lacédémoniens entrèrent en Meſſénie, dit que Xénodoque Meſſénien remporta le prix cette année-là. Or il a dit L. 5. Ch. 8, comme nous venons de le voir, que Corèbe eut le prix dans le premier exercice rétabli aux jeux Olympiques; donc cette neuvième Olympiade étoit la neuvième Olympiade depuis Corébus, puiſque M. Freret dit lui-même que Pauſanias date les années des prix depuis Corèbe. Donc l'époque de Corèbe & celle d'Iphitus coïncident.

§ 23. M. Freret dit p. 150. „Le chevalier Marsham, embarraſſé de quelques difficultés qui ne devoient point l'arrêter, a ſemblé croire Corébus & Iphitus contemporains. . . . M. Newton ſuppoſant la choſe prouvée, s'eſt contenté d'en faire une aſſertion. . . . Je ne puis examiner des raiſons qu'il n'a pas publiées." C'eſt M. Freret qui nous donne ici des aſſertions, là où il auroit dû donner des preuves. Il falloit lever les difficultés qui ont arrêté le chevalier Marsham, au lieu de prononcer *ex cathedra* que ces difficultés ne devoient pas l'arrêter. Quant à Newton, il n'a rien ſuppoſé, il a cité au bas de la page le texte de Pauſanias ſur lequel il ſe fonde, & ce paſſage paroît poſitif,

comme je viens de le montrer. Il falloit donc faire voir que le texte de Pauſanias ne dit pas ce que lui fait dire Newton, & c'eſt ce que M. Freret n'a pas entrepris. On trouve plus bas L. 8. Ch. 26. un paſſage encore plus précis où Pauſanias dit: Ηλειοι δε τον Κοροιβου ταφον φασι την χωραν σφισιν οριζειν, ηνικα δε τον αγωνα τον Ολυμπικον εκλειποντα επι χρονω πολυν ανεωσατο Ιφιτος, και αυθις εξ αρχης Ολυμπια ηγαγον, τοτε δρομου σφισιν αθλα ετεθη μονον, και ο Κοροιβος ενικησε. Και εσιν επιγραμμα επι τω μνηματι, ως Ολυμπιασιν ο Κοροιβος ενικησε, και ανθρωπων πρωτος, και οτι της Ηλειας επι τω περατι ο ταφος αυτω πεποιηται." Pauſanias dit clairement ici que lorsqu'Iphitus rétablit les jeux Olympiques, il rétablit le ſeul exercice de la courſe, dans lequel Corébus fut vainqueur, & que la victoire de Corèbe fut conſignée dans une inſcription du monument que l'on éleva. M. Freret ne pouvoit ignorer ce paſſage, il devoit donc le discuter, quoique Newton ne l'ait pas cité. D'ailleurs, ſur quoi M. Freret fonde-t-il ſon opinion? Sur ce que Charillus a régné 64 ans, & Nicandre ſon fils 39, la première Olympiade commençant à la troiſième année du règne de celui-ci, en ſorte qu'Iphitus, contemporain de Lycurgue, tuteur de Charillus, ne peut avoir été contemporain de Corébus, d'où l'on compte les Olympiades. Il ne cite d'autre autorité que Clément d'Alexandrie, qui dit (Strom. Liv. 1). „Βασιλευει μεν ουν Χαριλλος ετη εξηκοντα τεσσαρα μετ' ον υιος Νικανδρος ετη τριακοντα εννεα, τουτου κατα το τριακοστον τεταρτον ετος τερηναι φησι την πρωτην Ολυμπιαδα" & celui d'un anonyme qui dit „Εβδομος Χαριλλος ο Πολυδεκτου εβασιλευσεν ετη εξηκοντα." Clément d'Alexandrie cite Soſibius. On ne ſait pas quel degré de confiance peut mériter Soſibius, & il n'eſt guères probable qu'un père & un fils ayent régné 103 ans entr'eux deux, quoique cela ſoit arrivé en France ſous Louis XIII & Louis XIV. Comment contredire ſur une telle autorité Pauſanias, qui fonde ſon aſſertion ſur des monumens qui exiſtoient encore de ſon temps? Diodore de Sicile lui-même range parmi les temps incertains tout ce qui a précédé les Olympiades. Comment croire que Soſibius pût aſſigner au juſte la durée du règne des rois de ce temps-là, tandis qu'on n'avoit encore aucune époque fixe de laquelle on pût

compter? En abrégeant la durée des règnes de Charillus & de Nicandre, on voit disparoître l'impoſſibilité qu'Iphitus & Corébus ayent été contemporains.

§ 24. Il eſt clair par ce qui précède, que ſi l'époque de Lycurgue eſt peu propre à fixer la Chronologie, vu ſon incertitude, celle d'Iphitus ne l'eſt pas davantage, ſoit qu'on le faſſe contemporain de Lycurgue ou non. En effet, comme le remarque fort bien M. Freret, la ſuite des rois d'Elide eſt interrompue à Laïas fils d'Oxylus, & l'on ignore le nombre d'années qui s'eſt écoulé entre Laïas & Iphitus. Voici ce que dit Pauſanias L. 5. Ch. 8. „Οξυλου δε γενεθαι παιδας φασιν Αιτωλον και Λαιαν . . . προαποθανοντος δε Αιτωλου . . . μετα Οξυλον, Λαιας εχεν ο Οξυλου την αρχην. Ου μεν τους δε απογονους αυτου βασιλευοντας ευρισκον . . . χρονω δε υστερον Ιφιτος, γενος μεν απο Οξυλου τον ἀγωνα διεθηκεν Ολυμπια." Il y a trois opinions différentes ſur le père d'Iphitus; les inſcriptions olympiques le nomment Aimon, pluſieurs Grecs le nomment Praxonide, & d'anciens regiſtres des Eliens Iphitus. C'eſt ce que dit Pauſanias dans le même endroit. „Τον δε Ιφιτον το επιγραμμα το εν Ολυμπια φησιν Αιμονος παιδα εναι. Ελληνων δε οι πολλοι Πραξωνιδου . . . . τα τε Ηλειων γραμματα αρχαια ες πατερα ομωνυμον ανηγε τον Ιφιτον." Newton ſe détermine pour Praxonide ſans dire pourquoi il préfère une ſimple tradition à une inſcription ou à des regiſtres. De plus, il fait Praxonide fils d'Oxylus. Voici ſes termes (p. 48). „Iphitus ab aliquibus putatur filius Hoemonis, ab aliis vero ejusdem nepos ex filio Praxonida; ſed cum Hoemon fuerit Oxyli pater, ego exiſtimo Iphiti patrem fuiſſe Praxonidam, filium Oxyli, filium Hoemonis." On voit que Newton a ajouté au texte de Pauſanias, que quelques-uns faiſoient Iphitus petit-fils d'Hoemon par ſon fils Praxonide, ſans alléguer dans quelle ſource il a puiſé; on voit encore qu'il fait Iphitus petit-fils d'Oxylus par ſon fils Praxonide, par une conjecture tout-à-fait arbitraire. Et cette conjecture eſt contraire au texte de Pauſanias, qui dit dans l'endroit cité que Laïas fils d'Oxylus ſuccéda à ſon père, mais qu'il ne trouve pas que les deſcendans de Laïas ayent occupé le trône, ſinon au bout d'un certain

temps Iphitus descendant d'Oxylus rétablit les jeux Olympiques. Il eſt impoſſible de ſavoir quel nombre d'années répond à cette expreſſion χρονω δε υστερον, mais Pauſanias ne l'auroit certainement pas employée ſi Iphitus eût été neveu de Laïas comme le prétend Newton. Et que ſignifieroit la phraſe de Pauſanias, qu'il ne trouve pas que les descendans de Laïas ayent occupé le trône? Qu'eſt-il beſoin de parler des descendans de Laïas pour paſſer enſuite à ſon neveu? Et l'incertitude qui règne ſur le père d'Iphitus, prouve que celui-ci étoit né beaucoup plus tard. Newton ſuppoſe donc contre toute vraiſemblance, qu'Iphitus étoit petit-fils d'Oxylus; or Oxylus étoit revenu dans le Péloponnèſe avec les Héraclides, il n'eſt donc pas vraiſemblable que la première Olympiade ne ſoit diſtante du retour des Héraclides que de deux générations, ce qui fait tomber la concluſion de Newton. „Hinc conficitur Heraclidas in Peloponneſum rediiſſe ante primam Olympiadem duabus generationibus per filios natu maximos procedentibus, vel circiter annos 52." On obſervera que la ſuppoſition que ces deux générations procédoient par les fils aînés, eſt directement contraire au texte de Pauſanias, car puisque Laïas ſuccéda à Oxylus (Λαιας εσχε ο Οξυλου την αρχην) c'étoit Laïas qui étoit le fils aîné d'Oxylus, & même il ne l'étoit devenu que par la mort d'Aetolus, puisque Pauſanias dit que la mort d'Aetolus fit que Laïas ſuccéda à ſon père. Praxonide ne pouvoit donc être qu'un fils cadet d'Oxylus, Newton n'avoit donc pas donné aſſez d'attention au texte de Pauſanias; cependant ce texte fait la baſe de ſon raiſonnement.

§ 25. Cette aſſertion de Newton ſur les 52 ans de diſtance qui ſéparent la première Olympiade du retour des Héraclides, eſt encore contraire à ce que dit Pauſanias (L. 4. Ch. 4.) que le meurtre de Télècle fut la première origine de la guerre entre les Meſſéniens & les Lacédémoniens. Il dit (Ch. 7.) que c'eſt ſous Polydore fils de Télècle qu'éclata la première guerre de Meſſénie ηγουντο δε οι βασιλεις αμφοτεροι, Θεοπομπος τε ο Νικανδρου και Πολυδωρος ο Αλκαμενους. Αλκαμενης δε ουκ ετι περαν." Il dit Ch. 5. que les Lacédémoniens entrèrent pour la première fois

en

en Meſſénie la ſeconde année de la neuvième Olympiade „ταυτην Λακεδαιμονιοι πρωτην επι Μεσσηνιους εξοδον εποιησαντο ετει δευτερω της ενατης Ολυμπιαδος." Donc Polydore régnoit pendant la neuvième Olympiade. Pauſanias dit L. 8. Ch. 27. que la bataille de Leuctres ſe donna la 2^e^ année de la 102^e^ Olympiade, „Συνωκισθη δε η Μεγαληπολις ενιαυτω δε τω αυτω και μησι τε ολιγοις υστερον η το πταισμα εγενετο Λακεδαιμονιων το εν Λευκτροις, Φρασικλειδου μεν Αθηνησιν αρχοντος, δευτερω τε ετει της εκατοστης Ολυμπιαδος και δευτερος, ην Δαμων Θουριος ενικα σταδιον." Il dit L. 3. Ch. 5. que Cléombrote fut tué dans cette bataille. „Κλεομβροτος δε αυτος γενομενος ανηρ αγαθος αρχομενης ετι επεσε της μαχης." Il s'eſt donc écoulé environ. 93 Olympiades ou 372 ans depuis le règne de Polydore jusqu'à celui de Cléombrote. Or cet eſpace comprend 12 règnes, 1. Polydore, 2. Eurycrates I, 3. Anaxandre, 4. Eurycrates II, 5. Léon, 6. Anaxandride, 7. Cléomène, 8. Léonidas frère de Cléomène, 9. Pleistarque, 10. Pauſanias, 11. Agéſipolis, 12. Cléombrote frère d'Agéſipolis. Ces douze rois règnerent au moins 372 ans, ce qui donne à chacun un règne de 31 ans, contre le ſyſtème de Newton qui ne donne que 20 ans de règne à chaque roi. Ces 12 rois ne font que 10 générations, parce qu'il y eut deux de ces rois, Léonidas & Cléombrote, qui ſuccédèrent à leurs frères, ce qui donne 37 ans pour chaque génération, & eſt encore contraire au ſyſtème de Newton. Si l'on prend maintenant la ſeconde race des rois, on trouvera que Théopompe commandoit à la première irruption des Lacédémoniens en Meſſénie, comme nous l'avons vu plus haut, & que la bataille de Leuctres ſe donna ſous le règne d'Agéſilas, ce qui comprend 11 règnes. 1. Théopompe, 2. Zeuxidame petit-fils, 3. Anaxidame, 4. Archidamus, 5. Agaſicles, 6. Ariſton, 7. Démarate, 8. Léotychides, 9. Archidamus petit-fils, 10. Agis, 11. Agéſilas frère d'Agis. Ces onze rois régnèrent au moins 372 ans, ce qui donne à chacun un règne de 34 ans; ce réſultat s'éloigne encore davantage du ſyſtème de Newton, mais s'accorde bien avec le précédent, parce que dans cette

ſuite il y a eu deux petits-fils & un frère ſeulement, au lieu que dans la première, il y avoit eu deux frères & point de petit-fils. Ces 11 rois de la ſeconde ſuite faiſoient 12 générations, ce qui donne 31 ans pour chaque génération, & ſe rapproche beaucoup du ſyſtème de Newton. Au reſte, je ne donne ici qu'un à-peu-près, car Agéſilas ne mourut pas à la bataille de Leuctres, & Théopompe régnoit avant l'irruption en Meſſénie, auſſi bien que Polydore.

§ 26. Voyons maintenant combien il y a eu de rois depuis le retour des Héraclides jusqu'à l'irruption des Lacédémoniens en Meſſénie. Dans la première branche on a, 1. Tiſamène, 2. Eurysthènes, 3. Agis, 4. Echeſtrate, 5. Labotas, 6. Doryſſus, 7. Agéſilas, 8. Archélaüs, 9. Télècles, 10. Alcamène, ce qui fait 10 rois & 10 générations. Comme deux rois de la première branche régnèrent fort peu de temps, ſuivant Pauſanias, & que Télècle fut tué, prenons 9 rois, & ſuppoſons 31 ans par règne comme nous l'avons trouvé ci-deſſus pour la première branche; cela fera 279 ans, qui ajoutés à 372, donneront 651 ans depuis le retour des Héraclides jusqu'à la bataille de Leuctres, & en ſuppoſant avec Newton que la bataille de Leuctres a eu lieu 368 ans avant Jéſus-Chriſt, on aura 1019 ans pour l'eſpace de temps écoulé entre le retour des Héraclides & Jéſus-Chriſt. Newton n'en ſuppoſe que 825. Si l'on ne donnoit que 20 ans de règne aux rois qui ont régné depuis le retour des Héraclides jusqu'à la bataille de Leuctres, on auroit environ 200 ans à retrancher, ce qui donneroit 819 ans, & s'accorderoit avec le calcul de Newton.

§ 27. En remontant depuis le retour des Héraclides jusqu'au ſiége de Troie, Pauſanias ne compte que deux règnes 1. Ménélas, 2. Oreſte, ce qui fait environ 60 ans, & s'accorde avec ce que dit Strabon. „Εξηκοντα ετεσι των τρωικων υστερον υπ' αυτην την των Ηρακλειδων εις Πελοπεννησον καθοδον." Depuis le ſiége de Troie jusqu'à l'expédition

des Argonautes, Pauſanias ne compte qu'un règne, puisque Ménélas beau-frère de Caſtor & Pollux leur ſuccéda, ce qui fait à peine 30 ans. D'après cela, la chronologie de Pauſanias donneroit 1109 ans pour le temps écoulé entre l'expédition des Argonautes & Jéſus-Chriſt. Newton en compte 937. La Chronologie reçue généralement en compte 1263. Celle que nous venons de déduire de l'ouvrage de Pauſanias tient le milieu, puisque la moyenne entre les deux autres eſt de 1100 ans. Nous avons vu § 15. que le compte que rend Pauſanias de la généalogie d'Euryléon qui vivoit vers le commencement des Olympiades, donne 1109 ans pour la diſtance qui ſépare l'expédition des Argonautes de la naiſſance de Jéſus-Chriſt. Cet accord entre deux calculs dont les données ſont abſolument différentes, eſt aſſez remarquable.

§ 28. Le calcul que nous avons fait du nombre d'années écoulées entre le retour des Héraclides & la bataille de Leuctres, a deux parties. La première eſt fondée ſur deux dates aſſignées par Pauſanias, l'une de la première irruption des Lacédémoniens en Meſſénie, l'autre de la bataille de Leuctres. La ſeconde eſt fondée ſur l'analogie qu'on peut ſuppoſer dans la durée du règne des rois avant & après la première guerre de Meſſénie. Newton n'a aucun droit de rejeter la première partie, puisqu'il s'appuie ſouvent ſur le témoignage de Pauſanias. Pour la rejeter, il faudroit ſuppoſer que les ſuites des rois ſont fauſſes (on a vu qu'elles donnent toutes deux à-peu-près le même réſultat, & la généalogie de la première branche s'accorde pour l'eſſentiel avec celle d'Hérodote) ou que la date de l'entrée des Lacédémoniens en Meſſénie eſt fauſſe. Mais Newton n'a rien allégué qui puiſſe engager à abandonner cette date, & l'époque d'un événement auſſi mémorable ſe conſerve plus aiſément que la durée exacte des règnes d'une longue ſuite de rois.

§ 29. Pour ce qui regarde la ſeconde partie, je conviens que les raiſonnemens de Newton ſur la durée moyenne du règne des rois

ont un fondement ſolide, & que M. Freret le chicane mal-à-propos en diſant que lorſqu'il s'agit d'une ſuite de rois qui ſe ſont ſuccédé de père en fils, la ſuite des rois ſe confond avec celle des générations, & qu'ainſi, puisque Newton admet 30 ans pour une génération, il doit en admettre autant pour un règne. Car la théorie de Newton ſuppoſe que les générations des rois ſont de moindre durée que celles des hommes ordinaires, ce qui fait tomber l'argument de M. Freret. Mais d'un autre côté, je crois que cette théorie générale doit être appliquée avec précaution, qu'on doit avoir égard aux circonſtances particulières, & qu'elle ne peut tenir contre des dates déterminées avec préciſion, telles que celles dont nous venons de parler. Ainſi je ne crois pas qu'on doive balancer à admettre la durée de 31 ans pour la durée moyenne du règne des rois qui ont rempli l'intervalle écoulé depuis la guerre de Meſſénie jusqu'à la bataille de Leuctres. Je crois encore que l'analogie eſt bien plus naturelle, en partant, comme je l'ai fait pour les temps qui ont précédé la guerre de Meſſénie, du même auteur, du même royaume, & d'eſpaces de temps peu éloignés, qu'en partant de données abſolument étrangères à la queſtion, comme l'a fait Newton, en calculant la durée du règne des rois dans les monarchies modernes. Indépendamment des dangers auxquels les rois ſont expoſés, on ne peut douter que leur manière de vivre n'influe ſenſiblement ſur la durée de leur vie. Or l'on ſait que les Lacédémoniens étoient les plus ſobres de tous les hommes, & que la ſimplicité des mœurs ſe conſerva à Sparte plus long-temps que nulle part ailleurs. Il ne ſeroit donc point étonnant que la durée moyenne des règnes des rois de Lacédémone fût plus longue que celle des rois de Perſe ou de telle autre monarchie moderne, & il ne paroîtroit pas naturel de les ſoumettre à une loi uniforme. On peut trouver d'ailleurs dans l'hiſtoire moderne, des exemples qui s'écartent ſenſiblement du ſyſtème de Newton. Si l'on prend la ſuite des Électeurs de Brandebourg depuis Albert l'Achille

qui commença de régner en 1471 jusqu'à Fréderic II roi de Pruſſe mort en 1786, on trouve une ſuite de douze princes qui ont régné pendant 315 ans, ce qui donne pour la durée moyenne de chaque règne $26\frac{1}{4}$ ans, & s'écarte beaucoup du ſyſtème de Newton. Car ces princes s'étant conſtamment ſuccédé de père en fils, & la ſucceſſion ayant conſtamment procédé par les fils aînés, on ne devroit, ſuivant les principes de Newton, leur donner à chacun que 18 ans de règne, ce qui feroit une différence de $8\frac{1}{4}$ ans par règne, & par conſéquent un ſiècle de différence ſur le temps entier. Et ſi au lieu de commencer à Albert, on commençoit à Joachim I qui a pris les rênes du gouvernement en 1499, on auroit une ſuite de dix princes qui ont régné pendant 287 ans, ce qui donne pour chaque règne une durée moyenne de 28,7 ans; l'écart eſt encore plus conſidérable. La théorie de Newton ne doit donc pas être priſe à la rigueur, & doit être appliquée avec circonſpection.

§ 30. Nous avons vu que Pauſanias dit expreſſément L. 5. Ch. 4. qu'Iphitus reſtaurateur des jeux olympiques étoit contemporain de Lycurgue, ce que Newton a nié, ſans discuter le paſſage de Pauſanias. Newton dit p. 46, qu'Ariſtote conclut de ce que le nom de Lycurgue ſe trouvoit ſur un disque joint à celui d'Iphitus, que le premier avoit aidé le ſecond à rétablir les jeux olympiques. A cela Newton répond qu'Iphitus ne rétablit que le jeu de la courſe; que le jeu appelé πενταθλον ne fut rétabli qu'à la 18^me^ Olympiade, que le disque appartenoit à ce jeu, que Pauſanias dit L. 6. p. 19, qu'on conſervoit trois de ces disques dans le tréſor olympique, & que puisque le nom de Lycurgue ſe trouvoit ſur un de ces disques, c'étoit une preuve que Lycurgue l'avoit donné dans la 18^me^ Olympiade, & par conſéquent vivoit dans ce temps-là. M. Freret réfute avec beaucoup de juſteſſe ce raiſonnement de Newton. Car 1°. puisque les noms d'Iphitus & de Lycurgue ſe trouvoient réunis ſur le même disque, on devroit plutôt en conclure que ces deux perſon-

nages étoient contemporains, ce qui fait pour Pauſanias contre Newton. 2°. Il n'y a aucune preuve que ce diſque ſoit le palet dont parle Pauſanias L. 6. Ch. 19, puiſque Pauſanias dit ſeulement, εν τουτω τω θησαυρω δισκοι τον αριθμον ανακεινται τρεις, οσους ες του πενταθλου το αγωνισμα εσκομιζουσι." Le ſilence de Pauſanias ſur les noms inſcrits prouveroit plutôt que ce n'eſt pas le même. 3°. Ce diſque ſeroit plutôt celui où étoit gravé le nom du père d'Iphitus, dont Pauſanias parle L. 5. Ch. 4. Nous avons cité le paſſage plus haut.

§ 31. M. Freret fait à Newton (T. 2. p. 131) un argument ad hominem qui tombe de lui-même. C'eſt à propos de l'anachronisme de Virgile relatif à Didon. „Ce poëte, dit-il, ne rapprochoit pas le temps de la priſe de Troie de la fondation de Rome, mais il changeoit le temps de la fondation de Carthage pour le rapprocher de la priſe de Troie. Il nous l'apprend lui-même en diſant que la poſtérité d'Ascanius régna pendant trois ſiècles entiers ſur la ville d'Albe avant la fondation de Rome, & c'eſt apparemment là-deſſus que Servius a réglé ſa Chronologie. Car toutes les autres comptent plus de 430 ans entre la priſe de Troie & la fondation de Rome. La Chronologie de M. Newton ne peut donc excuſer l'anachronisme de Virgile, puiſque ce poëte, par ſon propre calcul, fait vivre Didon deux ſiècles entiers avant le temps auquel l'hiſtoire nous apprend qu'elle a vécu, & place de même la priſe de Troie 200 ans avant le temps auquel M. Newton met cet événement, c'eſt-à-dire vers l'an 1112 avant Jéſus-Chriſt." M. Freret oublie que Newton, en vertu de ſes principes ſur la durée du règne des rois, place la fondation de Rome beaucoup plus tard que les autres Chronologiſtes; il met la priſe de Troie en l'an 904 avant Jéſus-Chriſt, & la fondation de Rome en 627, ce qui donne 277 ans entre la priſe de Troie & la fondation de Rome. Otez-en 7 ans pour les voyages d'Énée, il reſteroit 270 ans pour le règne des Troyens en Italie. Virgile en met 300; la différence n'eſt que de 30 ans, & par conſéquent ne mé-

rite aucune conſidération, puiſque Newton & M. Freret conviennent tous deux que les dates de la priſe de Troie & de la fondation de Rome ne peuvent être aſſignées avec préciſion.

§ 32. M. Freret dit p. 56, que ſuivant Thucydide la ville de Mélos, colonie des Héraclides dans le Péloponnèſe, fut ruinée l'an 15 de la guerre du Péloponnèſe qui étoit la 700^e^ depuis ſa fondation. Thucydide dit bien qu'elle exiſtoit depuis 700 ans (L. 5. p. 196) „ουτ' εν ολιγω χρονω πολεως επτακοσια ετη ηδη οικουμενης, την ελευθεριαν αφαιρησομεθα" Il dit auſſi p. 192 „οι δε Μηλιοι Λακεδαιμονιων μεν εισιν αποικοι," mais il ne dit pas que ce ſoit par les Héraclides que la ville a été fondée, elle pouvoit l'avoir été par les prédéceſſeurs des Héraclides. D'ailleurs, les Lacédémoniens pouvoient y avoir envoyé une colonie, quoique la ville fût déjà habitée par des Phéniciens, comme le prétendent Stephanus & Feſtus. Ainſi ce paſſage n'eſt pas déciſif.

§ 33. La généalogie de Pythagore dont j'ai parlé plus haut, & qui ſe trouve dans Pauſanias L. 2. Ch. 13. & 19, auroit pu fournir à Newton un argument en faveur de ſon ſyſtème. Car on a 1. Hercule, 2. Cteſippe, 3. Thraſuanor, 4. Antimaque, 5. Déiphonte, 6. Témène, 7. Phalcus, 8. Regnidas. Or Regnidas étoit contemporain d'Hippaſus, puiſqu'il le chaſſa de Phlie. On a enſuite, 1. Hippaſus, 2. Euphron, 3. Mnéſarque, 4. Pythagore. Pythagore n'étoit donc diſtant d'Hercule que de 11 à 12 générations, ce qui donneroit un intervalle d'environ 400 ans. En admettant avec la plupart des auteurs, que Pythagore vivoit 540 ou 550 ans avant Jéſus-Chriſt, on auroit 940 ou 950 ans entre les Argonautes & Jéſus-Chriſt. Newton en met 927. Mais 1°. je ne crois pas qu'on puiſſe regarder le temps où a vécu Pythagore, comme aſſez déterminé pour en faire une époque fixe. On ſait que quelques auteurs le font vivre du temps de Numa, c'eſt-à-dire près de 180 ans plutôt, ce qui donneroit 1160 ans pour le temps écoulé entre les Argonautes & Jéſus-Chriſt, ce qui ſe rappro-

cheroit beaucoup des réſultats que nous avons tirés de Pauſanias. 2°. On ne peut pas compter ſur la généalogie d'un particulier comme ſur celle des rois, qui eſt conſtatée par des événemens publics.

§ 34. Je pourrois multiplier ces remarques, mais il eſt temps de terminer un Mémoire qui n'eſt déjà que trop long. Il me ſemble qu'il réſulte de ce que j'ai expoſé, que l'étude de la Chronologie doit ſe faire, non par grandes maſſes, mais par parties, qu'il faut plutôt travailler à recueillir des matériaux qu'à conſtruire un édifice régulier, & qu'ici, comme en toute autre choſe, on ne parvient à une grande généralité qu'aux dépens de l'exactitude.

MÉMOIRE HISTORIQUE
ſur la ville & le château de Coepenick.

PAR M. ERMAN *).

Les mêmes cauſes qui dans la vie des grands hommes, réfléchissent en quelque ſorte ſur leur enfance & ſur leurs premières années une lumière où l'on aime à chercher jusqu'aux plus petits détails, produiſent le même effet dans l'hiſtoire des états & des nations. Du moment où on les voit paroître avec quelqu'éclat ſur la grande ſcène du monde, on aime à remonter jusqu'aux plus foibles ruiſſeaux dont la réunion a formé ces fleuves qui étonnent & frappent par la majeſté de leur cours.

C'eſt ſans doute au période brillant de grandeur où notre ſiècle a vu s'élever la Monarchie Pruſſienne, que doivent leur naiſſance & leur intérêt les travaux nombreux & depuis quelque tems multipliés, qui ont pour objet de recueillir & de tirer de l'obſcurité qui les couvroit jusqu'ici, les détails de tout genre que peuvent offrir pour l'hiſtoire du pays & de ſes Souverains les ſiècles qui ont précédé celui de notre gloire.

L'Académie, que tant de titres ſacrés doivent animer du ſentiment du plus vif patriotisme, n'a pu dans ſes travaux perdre de vue un objet, qui dans ſon inſtitution même, & par ses premiers règlemens, fut mis au nombre de ceux dont elle devoit s'occuper. Le génie

*) Lu dans la ſéance publique du 8 août 1804.

de Leibnitz, qui des hautes régions de la philosophie & des ſciences exactes, descendoit, pour y porter la lumière, dans les régions les moins connues de l'hiſtoire des ſiècles plus reculés, pour en débrouiller le chaos, appela dans cette honorable carrière les ſavans qu'il réunit dans la Société Royale de Berlin fondée ſous ſes auspices. Les *Miſcellanea Berolinenſia* en fourniſſent la preuve dans les réſultats qu'ils offrent des travaux de pluſieurs de nos premiers & anciens confrères ſur l'hiſtoire du pays.

Renouvelée en 1744, à l'époque où l'immortel Fréderic portoit la Pruſſe à ce haut degré d'élévation où nous la voyons parvenue, l'Académie dut ſurtout répondre ici à ſa première deſtination. Pendant que Fréderic lui-même enrichiſſoit nos Mémoires de ces tableaux brillans où il a tracé avec le pinceau du génie l'hiſtoire de ſes prédéceſſeurs & de ſa nation, les *Küſter*, les *Becmann*, les *Pelloutier*, les *Suſſmilch* conſacroient leurs veilles à éclaircir divers points obſcurs de notre hiſtoire.

L'Académie ne négligea pas d'aſſocier pour cet objet aux travaux de ses membres, ceux des ſavans les plus diſtingués. Pluſieurs des queſtions que la Claſſe de Belles-Lettres a propoſées pour les prix qu'elle diſtribue tous les quatre ans, ſont relatives à l'hiſtoire du pays. Ce fut à l'occaſion d'une des queſtions de ce genre, qu'elle couronna en 1763, celui *) à qui cette palme valut l'entrée d'une compagnie qui le vit quelques années après en qualité de Curateur conſacrer parmi nous ſa mémoire à un ſouvenir ineffaçable par les ſervices ſignalés que notre Académie doit à ſon zèle ardent & infatigable. Le patriotisme brûlant de ce grand Miniſtre ne put en particulier que diriger ſur l'hiſtoire de la patrie, les travaux académiques qu'il partageoit avec nous, & auxquels ſon exemple invitoit & excitoit ceux des membres de l'Académie dont les études étoient particulièrement dirigées ſur cet objet. C'eſt à lui que nous avons dû l'avantage de poſſéder le ſavant *Moehſen*, qu'on peut regarder comme un auteur claſſique pour l'hiſtoire de Brandebourg.

*) Mr. de Herzberg.

Le travail que j'avois entrèpris ſur l'établiſſement & l'hiſtoire des Réfugiés de France dans les États du Roi, & dont j'ai publié le réſultat en neuf volumes, me valut de la part de Monſieur de Hertzberg l'honneur d'être propoſé au Roi, entièrement à mon inſçu, comme membre de la Claſſe de Belles-Lettres, (où une partie de mes lectures académiques a roulé ſur l'hiſtoire du pays) diſtinction à laquelle fut ajoutée quelques années après la qualité d'hiſtoriographe de Brandebourg, qui depuis a reçu un nouveau relief par le nom & les mérites de ceux à qui elle a été donnée *).

C'eſt à cette double qualité que j'ai dû ſans doute la demande que vient de me faire ſon Excellence Monſieur le Comte de Schmettau, à qui on ne pourroit guères refuſer que l'impoſſible, de lui fournir de mes recueils, ce qui pouvoit s'y trouver d'intéreſſant ſur la ville de Coepenick, & en particulier ſur l'ancien château électoral dont il vient de faire l'acquiſition.

Il m'eſt arrivé dans les recherches, où le déſir de ſatisfaire à ce voeu m'a conduit, ce qui arrive aſſez ſouvent dans les travaux de ce genre, je veux dire d'y prendre & d'y trouver un intérêt qu'on ne ſuppoſoit pas d'abord, & qui lie l'objet dont on s'occupe particulièrement, à d'autres objets intéreſſans.

Sans pouvoir ſe promettre qu'un tableau de toutes les provinces & les villes de la Monarchie Pruſſienne pût offrir des réſultats auſſi variés & auſſi nombreux qu'on aime à les trouver dans le tableau des départemens & des villes de France, dont les nombreux cahiers ont été lus avec tant d'avidité, malgré la teinte un peu forte d'eſprit révolutionaire qui en a ſouvent altéré & défiguré les traits, on pourroit cependant déſirer qu'une main habile pût dans un ouvrage formé d'après le même plan, raſſembler tout ce que le patriotiſme aime à connoître ſur un objet dont les divers points de vue, & même les plus petits détails, ne ſauroient lui être indifférens.

*) Meſſieurs de *Müller* & *Ancillon* fils.

Les ſecours & les matériaux ne manquent pas ici. Avec les grands & ſavans ouvrages topographiques de *Merian*, de *Becmann*, de *Kuſter*, de Meſſieurs de *Borgſtede* & *Bruggemann* ſur les grandes provinces de notre Monarchie, il a paru ſucceſſivement, ſur les provinces & les villes mêmes les moins conſidérables de nos États, un grand nombre d'ouvrages particuliers dont il faudroit avec choix & avec goût extraire ce qu'ils renferment de plus remarquable & de plus digne d'être conſervé. Sans pouvoir nous vanter encore de la ſurabondance des richeſſes de ce genre que fournit la littérature françoiſe, nous ne ſommes pas dans le cas d'une diſette abſolue, & presque chaque année produit de quoi compléter ſur ce point notre bibliothèque géographique, topographique & ſtatiſtique.

Je ne ſortirai pas, Meſſieurs, du cercle des travaux auxquels je ſuis appelé par ma double qualité d'Académicien & d'Hiſtoriographe, en ſatisfaiſant au déſir du reſpectable poſſeſſeur du Château de Coepenick, & en offrant à l'Académie le réſultat de mes recherches ſur une ville avec laquelle cette compagnie a même eu & conſerve encore des rapports particuliers.

La ville de Coepenick (ou Koepenick) eſt ſituée à deux milles de Berlin, dans la Moyenne-Marche, cercle de Teltow & Barnim, entre Berlin & Fürſtenwalde, dans une petite île que forment deux bras de la Sprée joints par un canal. C'eſt du nom de *Copam*, qui ſignifie en langue Vénède ou Vandale *foſſé*, que Monſieur Nicolaï croit ce nom dérivé. On le retrouve dans le nom de *Graben* (foſſé), que porte encore aujourd'hui le canal qui réunit les deux bras de la Sprée, & dans le voiſinage de Coepenick ſe rencontrent d'autres noms dérivés de la même langue, comme celui de *Glienecke*, champ ou foſſe de terre graſſe. Cette dérivation me paroît plus vraiſemblable que celle qui fait venir le nom de Coepenick d'*Ik*, pour *Eiche*, chêne, & de *Coben* étable à cochon, fondé ſur ce que chez les Vénèdes les étables étoient devant les maiſons, ce qui avoit même lieu autrefois dans la plupart des rues de Berlin, & ſubſiſtoit encore jusqu'au tems où le grand

Electeur, non ſans rencontrer de grandes difficultés, abolit entièrement cet uſage.

Il eſt probable que les Vénèdes, qui dans les premiers tems de leur ſéjour dans la Marche, y vivoient comme les anciens peuples Nomades, formèrent ici un établiſſement. Ils choiſiſſoient ordinairement, pour y faire leur demeure, le voiſinage de quelque rivière. Le nom de Kietz, que porte encore, comme dans d'autres villes, un quartier de celle de Coepnick, & qui dérive de l'ancien mot Vandale *Ketſch*, poiſſon, confirme cette conjecture.

Il eſt difficile de décider ſi cet établiſſement précéda celui qu'ils formèrent dans le quartier de cette capitale voiſin de la Sprée, qu'on prétend avoir été habité le premier, & où leur ſuccédèrent les colons étrangers qui prirent la place des Vénèdes, & lui donnèrent le nom de *Cologne* ou *Coelln* qu'il porte encore. Je tiens de la reine Eliſabeth Chriſtine un fait qu'elle diſoit ſe rappeler diſtinctement, c'eſt que Fréderic-Guillaume I ne voulut pas conſentir à la démolition du petit Temple appelé de Sainte Gertrude & ſitué au Spittelmarkt, par la raiſon que cette égliſe avoit originairement été la première égliſe chrétienne dans cette capitale.

Il paroît que quelques-uns des colons étrangers, la plupart Saxons, qui depuis Albert l'Ours expulſèrent ſucceſſivement les habitans de la Marche, ſe fixèrent de préférence à Mittenwalde & à Coepenick, où ils purent être attirés par la beauté de la ſituation & par le voiſinage de la Sprée. C'eſt ſans doute ce qui donna lieu aux Margraves de Miſnie de revendiquer contre les Margraves de Brandebourg la poſſeſſion de ces deux villes, comme appartenant à la Baſſe-Luſace, dont les anciennes bornes étoient l'Elbe & la Sprée. Ce fut le célébre Margrave Woldemar qui réunit à la Marche cette province diſputée à ſes prédéceſſeurs. L'an 1239 Wilbrand ou Hildebrand Archevêque de Magdebourg s'empara de la ville de Coepenick, & la livra au Margrave de Miſnie, ſur qui les Margraves Jean & Otton III la reprirent en 1240. La conduite que l'Archevêque avoit tenue dans

cette occaſion lui attira de la part du Margrave Jean de Brandebourg une guerre où le Margrave fut vainqueur, & l'on prétend que cette circonſtance libéra la Marche d'un hommage auquel elle s'étoit volontairement engagée envers l'Archevêque.

Il paroît du grand Terrier de la Marche, ou Landbuch, dreſſé ſous l'Empereur Charles IV au quatrième ſiècle, entre les années 1378 & 1377, qui ſe trouve aux archives; & dont on doit la publication à Monſieur le Comte de Hertzberg, que Coepenick étoit à cette époque un bailliage ou domaine Electoral. Dans le cadaſtre des redevances, la pêche, *magna piſcatura*, fait une partie conſidérable du revenu total.

Le Margrave Joſſe engagea Coepenick à la famille de Biberſtein, qui à ſon tour l'engagea pour cinq-cents (Schock) ou ſoixante *Böhmiſche Groſchen* au Magiſtrat de Berlin.

En 1394, le Magiſtrat vendit la ville & le château à Henri Reichenbach pour 650 Schock de *Böhmiſche Groſchen Prager Müntze*, évalués à 5 ou 6000 écus, le Schock ou la ſoixantaine de gros faiſant environ ſept écus & demi.

En 1406, peu d'années avant l'heureuſe époque où le Bourgrave Fréderic réduiſit la Nobleſſe turbulente de la Marche à ſe ſoumettre à ſes Souverains & aux lois, Jean de Quitzow, dont la famille ſe diſtinguoit ſurtout parmi les feudataires remuans & rebelles, s'empara de Coepenick, qui ne retomba au Souverain qu'après que le Bourgrave Fréderic II eut ſoumis & humilié cette famille.

La beauté de la ſituation de Coepenick & ſa poſition favorable à la chaſſe, qui, dans ce tems, étoit la paſſion dominante des Souverains, jointe au voiſinage de Berlin, devenu la réſidence des Electeurs, ne put qu'attirer ſouvent dans cette ville les ſucceſſeurs du Bourgrave de Nuremberg. L'ancienne & grande allée de deux milles qui conduit de Berlin à Coepenick, porta le nom de *Churfürſtenweg* ou de *Reichsapfelweg*, parce que de place en place le globe Impérial, *Reichsapfel*, étoit taillé ſur de vieux arbres. Vers le milieu du ſeizième ſiècle, l'Electeur Joachim II faiſoit ſouvent ſon ſéjour à Coepenick

dont il avoit rebâti & agrandi le château. Ce fut même le lieu de ſa mort. Il s'étoit rendu dans cette ville le 27 Décembre 1570 pour y prendre le plaiſir de la chaſſe, où il aſſiſta encore le matin du 2 de Janvier; s'étant trouvé mal dans la journée, il expira la nuit ſuivante à deux heures après minuit. On ſait à quels ſoupçons une mort ſi ſubite donna lieu, & la ſuite qu'elle eut pour le fameux Juif Lippold, qu'on accuſoit, non ſans fondement, d'avoir favoriſé les diſſipations de ce Prince, & abuſé de ſon crédit auprès de lui. L'arrêt qui le condamna à mort, & qui fut ſuivi de l'expulſion des Juifs, rappelés depuis par le grand Electeur, eſt différemment repréſenté dans l'hiſtoire de ces tems, & ce qu'on doit en penſer eſt encore problématique & incertain.

Ce fut dans le voiſinage & preſqu'à l'entrée de Coepenick, que mourut quelque tems après un des ſucceſſeurs de Joachim II, l'Electeur Joachim Fréderic. Ce Prince étant tombé ſubitement malade à Storckow, on lui conſeilla de partir pour Berlin, afin d'y trouver les ſecours de l'art: il ſe mit en voiture avec le comte Schlick: le mal empira, & une attaque d'apoplexie termina ſa vie dans la forêt de Bohnsdorf le 18 juillet 1608, à l'âge de ſoixante-trois ans & quelques mois. Il a long-tems exiſté dans cette allée voiſine de Coepnick, & près de la place où l'Electeur expira, une inſcription attachée à l'un des arbres, où la date & les circonſtances de cet événement étoient marquées.

Déja à la fin du quatrième ſiècle, dans l'acte de vente à Reichenbach en 1394, il eſt fait mention d'un château à Coepenick, qui eſt probablement le même que celui où réſidoit ſouvent l'Electeur Joachim II, & que Leuthinger appelle *arx Joachimi Secundi*, *regium opus*. L'année même qui ſuivit la mort de ce Prince (en 1571) ſon ſucceſſeur l'Electeur Jean George fit réparer cet édifice par l'architecte Räſpel, & en fit peindre les ſalles & l'appartement d'été par George Schmidt.

La ſituation de ce château ne put qu'intéreſſer à l'entretenir. Placé à l'entrée de la ville à la droite du pont qui y conduit, il domine ſur la Sprée & ſur les belles contrées dont la ville eſt environnée. La

chaîne de montagnes ou collines dites Müggelsberge, & le lac du même nom *), qu'on découvre de la plate-forme, y préſentent les plus beaux points de vue. C'eſt ſur la plus haute des collines de Müggelsberg qu'on éleva un arc de triomphe, lorsqu'en 1675 l'Electeur Fréderic-Guillaume vint à Coepenick après la victoire de Fehrbellin. Ce Prince avoit fait réparer ce château en 1659; il en fit préſent au Prince Electoral ſon fils en 1677 à l'occaſion de ſon premier mariage. D'après une inſcription qui ſe trouve à l'entrée du château **), le Prince le fit rebâtir preſqu'à neuf en 1681, par le célébre architecte Rutger de Langerfeld ***).

Etant encore Prince Electoral, Fréderic fit bâtir la chapelle ſituée vis-à-vis du château, & dont l'élégante ſtructure eſt un des monumens de l'habileté & du goût du célébre *Nehring*. Fréderic y fit placer au-deſſus de la chaire le buſte de ſa première épouſe *Eliſabeth Henriette de Heſſe-Caſſel*. Il joignit au château une galerie, où ſe plaçoit, comme à Berlin ſur la vieille cour du château Royal, le corps de muſiciens qui chaque jour annonçoit le moment où la Cour ſe mettoit à table. La façade du château du côté de la ville a été gravée par *Schleuen*, mais peu fidèlement: auſſi bien que la façade du côté de l'eau & la chapelle dans les vues de Broebes, N. 30 & 31.

Fréderic I, juſqu'à l'arrivée de Sophie Charlotte ſa ſeconde Epouſe, avoit ſéjourné preſque toujours à Coepenick, dont il avoit étendu & embelli le Château & les jardins. Le célébre Canitz y paſſoit avec ſa

*) Notre ancien confrère, Monſieur Silberſchlag, en a donné une intéreſſante deſcription dans le I Volume des Mémoires de la Société des curieux de la nature.

**) A l'entrée du portail, ſur le pont du château, ſe trouvent du côté de la ville les mots *Fridericus Elector Brandenburg.* & du côté du château MDCLXXXII.

***) Né à Nimègue en 1635. Il avoit été appelé à Berlin en 1678 comme peintre de la cour avec 600 R. de penſion. Ayant été chargé en 1679 d'inſtruire les Princes dans les mathématiques, il reçut 200 R. d'augmentation. Il mourut en 1695, & ſon épitaphe ſe trouve dans le temple de la Dorothéenſtadt dont il dirigea la conſtruction. Son fils Guillaume Langerfeld a été connu comme peintre & membre de l'Académie des arts.

ſa Doris une partie de la belle ſaiſon. Lorſque Fréderic ſuccéda au grand Electeur, ſon fils Fréderic Guillaume I réſida ſouvent à Coepenick comme Prince Electoral, & il eſt parlé dans les oeuvres de Canitz, d'un petit arſenal que ce prince, dont la première jeuneſſe annonçoit les goûts militaires, y avoit arrangé.

On voit dans la cour du Château une ſtatue de pierre de ſix pieds & dix pouces ſur une baſe de onze pieds & ſix pouces. Au côté gauche de la ſtatue repoſe, ſur le pied de celui qu'elle repréſente, une hure de ſanglier, qu'il tient de la main gauche. Il exiſte ſur cette ſtatue diverſes opinions. Celle qui paroît la mieux fondée, eſt qu'elle repréſente un gentilhomme de la cour, du nom de Schönfeld. Une tradition de famille porte, que la nuit qui précédoit une grande chaſſe, il avoit rêvé qu'un ſanglier le déchiroit. L'Electeur ne voulut point qu'il aſſiſtât à la chaſſe. Le ſonge ne s'en accomplit pas moins. Schönfeld, au retour des chaſſeurs, ayant ſoulevé la hure d'un des ſangliers qui avoit été tué, & l'ayant laiſſé échapper de ſa main, la défenſe tomba ſur ſa jambe, la fendit, & la plaie s'étant gangrenée, cauſa ſa mort. Ceux qui ignorent ou n'admettent pas cette tradition, prétendent que la ſtatue repréſente Méléagre à qui une hure de ſanglier ne fut pas moins funeſte que celle que l'on fait tenir ici à Monſieur de Schönfeld.

Dans ces derniers tems, le Château de Coepenick a ſervi de réſidence à deux Princeſſes de la Maiſon Royale, toutes deux petites-filles du grand Electeur.

Anne Sophie Charlotte, fille du Margrave Albert & de Marie Dorothée de Courlande, douairière de Guillaume Henri Duc de Saxe Eiſenach, y vécut depuis 1741 jusqu'à 1745, où elle ſe retira à Sangershauſen. Elle y mourut en 1751, & fut inhumée à Halle dans l'Egliſe du Château.

Henriette Marie, fille du Margrave Philippe & de Jeanne Charlotte d'Anhalt Deſſau, mariée à Louis Prince héréditaire de Würtemberg, qui mourut peu de tems après ſon mariage, réſida à Coepenick après la douairière d'Eiſenach, & juſqu'en 1782, où elle mourut & fut

déposée dans la chapelle du Château *). La réſidence de ces deux Princeſſes & de leur cour ne pouvoit que contribuer à l'agrément & à la proſpérité de cette ville. Depuis la mort de la Ducheſſe de Würtemberg, le Château a été occupé par Monſieur le Capitaine de Franckenberg, enſuite par Monſieur le Major de Boelzig, jusqu'à l'année paſſée où Monſieur le Comte de Schmettau en a fait l'acquiſition. Il s'occupe dans ce moment à y ménager tous les embelliſſemens que ſon goût & l'avantage de la ſituation du Château & des jardins permettent d'attendre.

En 1774 on comptoit à Coepenick 140 maiſons & 1449 habitans, non compté le Kietz ou quartier des poiſſonniers partagé entre 31 propriétaires, & une petite garniſon de chaſſeurs à cheval.

Leuthinger parle d'un incendie arrivé le 24 Février 1579, où la plus grande partie de la ville fut conſumée par les flammes, & où on put à peine ſauver le Château Electoral. Buſching fait mention d'un auſſi grand incendie que cette ville éprouva en 1711. De notre tems, le feu a conſumé les écuries du Château.

Le pont de bois ſur la Sprée conſtruit près du Château en 1669 par Smids aux dépens de l'Electeur, étoit de 624 pieds de long & avoit ſeptante arches. Dieterich en 1751 le réduiſit à la longueur de 624 pieds, & le fit repoſer ſur treize appuis, (Hängwerke) larges de 48 pieds. Ce pont fut réparé en 1763.

*) Cette Princeſſe a fait bâtir près de Coepenick la jolie maiſon de campagne qui porte le nom de Bellevue, deſtinée à ſervir de demeure à Monſieur de Saint Aubin, qui l'avoit ſuivie dans le Würtemberg comme ſon Chapelain, & qui en cette qualité lui eſt demeuré attaché jusqu'à ſa mort.
Le tombeau de la Princeſſe offre l'inſcription ſuivante;

Dieſe Gruft umſchlieſst die verweslichen Ueberreſte der Durchlauchtigſten Fürſtinn Frau Henriette Marie, einer gebohrnen Prinzeſſin von Preuſſen Brandenburg, vermählten Erbprinzeſſin und Herzogin von Würtemberg und Teck. Sie war gebohren den 11ten Märtz 1702, vermählt den 8ten December 1716 mit dem Erbprinzen Friedrich Willhelm von Würtemberg, war Wittwe den 23. November 1731, entſchlief dem Herrn den 7. May 1782. Dieſes Denkmahl ſetzte ihr ihre einzige Tochter, Louiſe Friderike Herzogin zu Mecklenburg Schwerin, geb. Herzogin von Würtemberg und Teck.

Le temple Luthérien eſt un ancien bâtiment gothique, ſitué à-peu-près au centre de la ville, dans une belle & large rue qui conduit au Château, & où ſe trouvent auſſi la poſte & l'hotel de ville. On y trouve d'anciens documens qui prouvent qu'il exiſtoit déjà en 1390; & qu'en 1487 le Pape Innocent VIII accorda des indulgences à ceux qui contribueroient à le réparer & à l'entretenir.

L'Egliſe réformée Allemande ſe forma en 1684 dans le tems où Frédéric I, comme Prince Electoral, réſidoit dans cette ville avec ſa première Epouſe, Eliſabeth Henriette de Heſſe-Caſſel. Elle ne fut originairement compoſée que de vingt perſonnes, qui s'aſſemblèrent d'abord dans la maiſon du miniſtre de la Cour, jusqu'au tems où la chapelle que le Prince faiſoit bâtir, fut achevée en 1685.

Cette Egliſe reçut un accroiſſement conſidérable par l'arrivée des Réfugiés de France à la révocation de l'édit de Nantes en Novembre de cette même année. Quelques-unes des familles qui arrivèrent en foule dans le Brandebourg, s'établirent à Coepenick. A leur arrivée elles firent corps avec l'Egliſe Allemande qui eut alors juſqu'à 120 communians.

En 1690, les colons François obtinrent un paſteur avec tous les priviléges que le grand Electeur avoit promis aux Réfugiés, en vertu desquels les François de Coepenick ont été & ſont encore du reſſort de la Juſtice Françoiſe de Berlin.

Fréderic I favoriſa encore leur établiſſement en faiſant don à l'Egliſe des maiſons connues ſous le nom de *Franchiſe*, & qu'il deſtina à ſervir de demeure aux Paſteurs & aux officiers de l'Egliſe. Elles ont été depuis vendues en partie au profit de l'Egliſe à des entrepreneurs de fabriques.

La commune réformée Allemande s'augmenta conſidérablement ſous le règne de Fréderic II par l'arrivée de pluſieurs familles réformées du Palatinat, qui s'établirent dans quelques-uns des villages voiſins de Coepenick, & en particulier à Muggelsheim, qu'ils occupèrent entièrement.

Parmi les paſteurs François qui ſe ſont ſuccédé à Coepenick, on trouve des noms diſtingués. L'un des premiers eſt Monſieur Pierre Drouet, d'une famille honorable de Sedan & auteur d'un petit Traité ſur les principes de la morale, que Monſieur Formey a fait imprimer aſſez long-tems après la mort de l'auteur. On y trouve dans un tems où ces idées pouvoient paroître nouvelles, tout le fond de l'excellent ouvrage de Monſieur Spalding ſur la deſtination de l'homme. Berlin revendique ſur Coepenick, les talens oratoires du célébre paſteur Forneret. Un de nos plus anciens confrères dans la Société Royale de Berlin & que la Claſſe de Belles-Lettres vit au nombre de ſes Directeurs, Monſieur Alphonſe des Vignoles, connu par ſes ſavans ouvrages, & qui mourut presque centénaire, avoit deſſervi pluſieurs années l'Egliſe de Coepenick, & y avoit conſacré ſon loiſir à ſes profondes recherches Chronologiques. En dernier lieu, Meſſieurs Mila & Cournon, ſucceſſivement paſteurs de cette même Egliſe, y ont travaillé avec ſuccès à des ouvrages eſtimables & utiles, dans le genre pédagogiques. Monſieur Lorentz, paſteur de l'Egliſe Luthérienne & recteur de l'Ecole qui y eſt attachée, a travaillé avec ſuccès dans cette même partie.

C'eſt dans le voiſinage de Coepenick & dans le village de Kikebuſch dépendant de l'Egliſe Françoiſe, qu'eſt né un de nos ſavans & eſtimables confrères, Monſieur le profeſſeur Burja, & l'Académie doit à un militaire philoſophe, Monſieur le Capitaine Miloſczewsky, qui retiré du ſervice s'établit à Coepenick, où il eſt mort en 1796, une ſomme de mille Risdalers placés à la Banque, & dont le revenu eſt deſtiné à des prix que l'Académie doit propoſer à meſure que la rente du capital le permet, ſur des matières philoſophiques & en particulier ſur l'origine des idées. M. de Miloſczewsky devoit ſon goût pour la philoſophie aux liaiſons intimes & journalières qu'il avoit eues avec le célébre Kant, dont il avoit été le commenſal dans le tems où il ſervoit dans la garniſon de Koenigsberg.

Notre digne confrère, Monſieur Bernoulli, a fait depuis quelque tems ſon ſéjour à Coepenick, où le premier dans ces contrées, il s'eſt

appliqué un peu en grand & ſyſtématiquement à la culture du maïs ou blé de Turquie, ſur laquelle il a entretenu cette Académie. Il s'occupe à préſent d'un grand travail ſur les plantes de nos environs, dont les cendres donnent beaucoup de potaſſe, & il ne tardera pas à en préſenter les réſultats.

Une circonſtance particulière a donné à l'Académie avec Coepenick d'anciennes relations qui ſubſiſtent encore en partie. Les Réfugiés, & ſurtout ceux du Languedoc, furent les premiers qui introduiſirent dans nos contrées la culture des mûriers. Le détail de ce qu'ils firent pour cet objet, n'appartient pas ici, & ſe trouve dans les Mémoires des Réfugiés(*). Le célébre Leonhard Friſch, qui ſe montra fort actif dans cette partie, profita de leur induſtrie dans ce genre de choſes. Il loua pluſieurs des plantations qu'ils avoient formées, & ce fut ſous ſes auſpices que Pierre Bourget en forma à Coepenick ſous le règne de Fréderic-Guillaume I. Un particulier auſſi actif que bon patriote, Monſieur Pfeiffer, qui demeuroit dans le voiſinage de Coepenick, attira ſur cet objet l'attention du gouvernement. Il avoit ſéjourné long-tems dans la Lombardie, & publia un traité où il prouve que le produit des mûriers & des vers à ſoie l'emporte ſur celui des meilleures bergeries. Il avoit été témoin des progrès rapides & étonnans que cette culture avoit faite dans le Piémont, & des richeſſes qu'elle y avoit attirées.

En 1607 Fréderic I avoit accordé à la Société Royale le produit excluſif de la culture des mûriers & de la ſoie dans tout le pays. La Société ne s'occupa que foiblement de cet objet. On lui remit le plantage de Coepenick. Elle en avoit d'autres à Potsdam, à Spandau & à Berlin qu'elle affermoit. Elle vendoit des mûriers aux entrepreneurs de cette culture. Inſenſiblement cet objet fut entièrement abandonné par la Société Royale, & aſſez généralement négligé, juſqu'au tems où ſous le règne de Fréderic II & par le zèle patriotique de Monſieur le Comte de Hertzberg, il prit une forme & une étendue nouvelles. Il n'en eſt reſté pour l'Académie que la propriété d'une plantation de mûriers à Coepenick, qu'on afferme pour une modique

ſomme. Un grand bâtiment, qui originairement avoit été deſtiné à vingt-deux familles qui devoient s'occuper de cette culture, paſſa par donation du Roi à l'Egliſe de la Cour. Au commencement du ſiècle paſſé on comptoit jusqu'à trois fabriques établies à Coepenick par les Réfugiés, *Delpuech*, *Lagé* & *Bernonville*.

Dans ces derniers tems, Monſieur *Eſaïe Villiers* qui avoit à Berlin une grande fabrique d'étoffes de ſoie, la tranſporta à Coepenick, & acheta une partie de ces maiſons qui ont été rebâties, & où après Monſieur *Villiers* ce genre de fabrication a été continué par *Meſſieurs André Simon*, *Guillermin* & *Maſſon*.

Lors de l'invaſion des Ruſſes dans la Marche en 1760 & de l'entrepriſe des Ruſſes & des Autrichiens ſur cette Capitale, le corps commandé par le Général Tottleben trouva à Coepenick une foible réſiſtance, mais qui fait honneur au patriotisme qui la lui oppoſa. Un vieux foreſtier, concierge du Château Royal, engagea le bourguemeſtre de Cardinal à faire lever le pont du côté de Francfort. Les Ruſſes après avoir jeté quelques bombes ſur le Château, envoyèrent un trompette pour ſommer la ville de ſe rendre. Au moment où Tottleben entra dans la ville à cheval, & à la tête de ſes troupes, le bourguemeſtre ſe préſenta devant lui. Tottleben irrité lui alongeant un coup de pied dans le ventre, lui dit qu'il auroit mérité d'être haché en pièces pour avoir auſſi follement expoſé une ville qui ne pouvoit faire aucune réſiſtance.

Lorsqu'en 1631, dans la guerre de trente ans, Guſtave Adolphe vint à Berlin avec un petit corps de troupes, pour engager l'Electeur George Guillaume à lui céder dans la Marche des places de ſûreté dont il avoit beſoin, ce fut de Coepenick, où il prit poſte d'abord, qu'il envoya à l'Electeur le Comte d'Ortenbourg pour lui demander une entrevue qui eut lieu le 3 de May dans la forêt de Coepenick, où l'Electeur avec toute ſa famille étoit venu au devant de Guſtave, qui après la conférence, céda à l'invitation de ſe rendre à Berlin.

Peu s'en étoit fallu qu'à peu-près un ſiècle avant cette époque, la même forêt ne fût devenue le théâtre d'un attentat que le patriotiſme d'un payſan de cette contrée détourna. Un des gentilshommes de la Cour de Joachim I, entraîné par cet eſprit de révolte qui n'étoit pas entièrement détruit dans cette nobleſſe factieuſe que le Bourgrave de Nuremberg avoit en partie ramenée aux règles du devoir, après avoir oſé écrire ſur la porte de l'Electeur des paroles d'inſolence & de menace, forma le projet d'attaquer ce prince avec quelques hommes à cheval dans le bois de Coepenick. Sur l'avis qui en fut donné par le payſan, l'Electeur retourna à Berlin, d'où il envoya des gens armés qui ſaiſirent le principal conſpirateur & ſes complices. Il fut écartelé, & ſa tête long-tems expoſée à Berlin ſur une pique au-deſſus de la porte de Coepenick où elle ne demeura pas long-tems, la reſpectable famille Otterſtedt à laquelle apartenoit le coupable, ayant bientôt, comme juſqu'à nos jours, effacé par ſes ſervices & ſa fidélité une tache que l'hiſtoire de ces anciens tems nous montre dans les familles les plus reſpectables du pays.

Monſieur le paſteur Mila qui a bien voulu me faire part de ce qu'il a obſervé d'intéreſſant pendant ſon ſéjour à Coepenick, m'a communiqué les détails qui vont ſuivre, ſur une fête nationale ou publique, qu'on célèbre tous les ans à Coepenick, & qui rappelle les *Terminalia* ou fête du Dieu *Terme* dont Ovide fait la deſcription dans ſes Faſtes. Une des cérémonies qu'on y obſerve, a du rapport avec ce que j'ai lu ou entendu d'un des anciens & nombreux uſages ſuivi pour le placement ou la fixation des bornes ou limites des champs, où l'on fait aſſiſter les enfans des intéreſſés, & où ſans doute pour imprimer plus fortement dans leur mémoire l'endroit où les bornes ont été placées, on les y fouette ou frappe aſſez rudement pour qu'ils en conſervent mieux le ſouvenir. Du reſte, le détail de ce qui ſe pratique à Coepenick, a plus d'un rapport avec ce que les lois preſcrivent ſur les précautions deſtinées à conſerver les marques des limites ſans altération, & le caractère de ſimplicité & de bonhommie que cette fête reſpire,

m'a fait croire qu'on en verroit avec plaiſir une courte deſcription faite par un témoin oculaire & digne de foi, que je vais faire parler en finiſſant.

„ Les habitans de Coepenick ont beaucoup de prairies qui ordi-„nairement ſont inondées au printems, malgré qu'elles ſoient coupées „par des canaux pour faire écouler l'eau. Le fermier général du Kietz „a auſſi le droit de pêche dans ces canaux & ſur les prairies lorsqu'elles „ſont inondées: en vertu d'un contrat fait avec le magiſtrat de la ville „au ſeizième ſiècle pour ſoixante gros (2 R. 12 gl.) & malgré „qu'on ait déjà offert au Magiſtrat 60 écus de bail pour cette pêcherie, „c'eſt un ancien privilége donné au poiſſonniers du Kietz à perpétuité. „Outre les ſoixante gros, ils ſont cependant obligés de donner tous „les deux ans, au moins, une fête au Magiſtrat & aux bourgeois pour „examiner ſi les groſſes pierres qu'on a jetées au fond de l'eau afin „de déterminer les limites, ſont encore à leur place. On nomme cette „fête *Grentzenzug*, (proceſſion pour les limites). Elle a lieu au milieu „de Juillet. Toute la bourgeoiſie, grand nombre de perſonnes de „la ville & du voiſinage & les poiſſonniers du Kietz ſe rendent en „bateau à un endroit nommé *Philippshütte*, à un mille & demi de la ville, „& où il n'y a que quelques cabanes où les pêcheurs paſſent la nuit „lorsqu'ils vont à la pêche: on va d'abord ſonder l'endroit où ſont „les pierres qui déterminent les limites; enſuite, les piliers qui ſé-„parent les prairies d'un bourgeois de celles de l'autre, ſe dérangeant „ſouvent dans les inondations, on décide par des arbitres les diſputes „qui s'élèvent fréquemment à ce ſujet: puis on ſe rend à la place pour „dîner ſous des tentes faites de branches d'arbres; le dîner conſiſte „en écreviſſes, en anguilles & en brochets rôtis à des branches de „bois, le tout très-bien aſſaiſonné, non point par les femmes des „poiſſonniers, mais par les hommes. Vous y venez ſans être ni ma-„giſtrat, ni habitant de la ville. Dès qu'on vous aperçoit, on s'em-„preſſe à vous offrir de ce dîner champêtre, ſans exiger aucune rétri-„bution, ce qui eſt cauſe qu'outre la ſociété qui dîne dans les tentes

„ &

„& aſſiſe ſur des bancs dreſſés à la hâte de quelques planches, vous „voyez de tous côtés des groupes de promeneurs aſſis par terre & „mangeant les poiſſons qu'on leur a offerts. Au lever de table, autre „cérémonie. Il y a au bord de l'eau un tertre de terre couvert de „gazon qui fixe également les limites: tous ceux qui ſont devenus „bourgeois depuis le dernier *Grentzenzug*, ſont obligés de ſe mettre à „genoux. Le fermier du Kietz avec une batte leur donne cinq ou ſix „coups; l'un pour le Roi, l'autre pour la maiſon Royale, pour le „Magiſtrat, pour la ville, pour les Kietzer & le dernier pour lui-même. „De mon tems, ce fermier nommé Kaumann avoit appris du latin dans „ſa jeuneſſe, & ne manquoit jamais de dire au dernier coup: *et illud „pro me*, ce qui faiſoit un effet aſſez comique. Les femmes & les „filles des bourgeois & des poiſſonniers étant de la fête, on ſe met à „danſer ſur la pelouſe. Les jeunes bourgeois partagent ce plaiſir; les „bourgeois plus âgés ſont armés de leur fuſils, & vont en attendant „à la chaſſe des oiſeaux; enfin, vers le ſoir, on retourne en bateau à „Coepenick, & la jeuneſſe va enſuite danſer dans les auberges de la „ville jusques vers le matin du jour ſuivant".

D'après une ancienne coutume, la ſeconde fête, à l'iſſue du ſermon du matin, tous les poiſſonniers du Kietz, même les pères de famille, ſe raſſemblent devant les portes de leurs maiſons, & jouent à la paume avec leurs enfans & leurs amis, jusqu'à l'heure du dîner, & après le dîner, jusqu'au moment où il eſt tems de retourner à l'égliſe.

EXAMEN

de cette queſtion:

Y a-t-il des triphthongues dans la langue françoiſe?

PAR M. BASTIDE *).

L'Auteur de la *Grammaire générale & univerſelle*, le docte & pieux *Lancelot*, eſt pour la *négative*: moi chétif, je ſuis pour *l'affirmative*.

Les *diphthongues eau & ieu*, ſelon le *Solitaire de Port-Royal*, „ne ſont pas des *triphthongues*, comme quelques-uns ont voulu „dire, parce qu'*au* & *eu* ne valent dans le ſon qu'*une* ſimple *voyelle*, „non pas *deux*". De là il paroît s'enſuivre que *Lancelot* n'admettoit pas de *triphthongues* en général, puiſque, dans les *diphthongues* qu'on tient pour des triphthongues, on n'entend que *deux* ſons.

L'Auteur des *Remarques ſur la Grammaire générale & raiſonnée*, le judicieux *Duclos*, explique ſon opinion ſur les triphthongues plus nettement. *Il n'exiſte point de triphthongues*, dit-il. Mais il rend ſon *Jugement* ſans *raiſons de décider*, de façon que je ſaurois auſſi peu le *réfuter*, qu'y *acquiescer*.

Beauzée dit qu'*il peut y avoir des triphthongues dans certaines langues*, mais qu'*il n'y en a point dans la Langue françoiſe, quoiqu'il y ait des syllabes écrites avec trois voyelles;* que *Dieu, lieu, niais ne ſont que des diphthongues, parce qu'on n'y entend que deux voix, i-eu, i-ui* *).

*) Lu le 18 octobre 1804.

Pour revenir à *Lancelot*, il eſt très-vrai qu'*eau* & *ieu* ne ſont pas des *triphthongues* dans *beau* & dans *Dieu*; & cela eſt ſi vrai, qu'*eau* n'eſt pas même une *diphthongue* dans *beau*, comme *ieu* l'eſt dans *Dieu*[b]), parce que la *qualité* de *diphthongue* ne *dépend* pas de la *pluralité* des *voyelles* qui ſe trouvent ſur le *papier* dans *une* ſyllabe, mais de la *pluralité* des *ſons* qui ſe font *entendre* dans *une* ſyllabe, dût-on ne *voir* dans les *caractères* qui *peignent* cette ſyllabe, qu'une *ſeule* voyelle, dût-on n'y en pas voir *du tout* [c]).

Mais ſi *eau* n'eſt *pas même* une *diphthongue* dans *beau*, & ſi *ieu* n'eſt *qu*'une *diphthongue* dans *Dieu*, parce qu'*eau* repréſente le *ſon* de l'*o grave* ou *long*, & qu'*ieu* ne repréſente *que* le *ſon* de l'*i* & de l'*eu*, donc qu'un ſon *double*; il s'enſuit qu'il y a des *triphthongues* dans la langue françoiſe, s'il s'y trouve des syllabes où l'on entende un ſon *triple*. Or de ſemblables ſyllabes exiſtent dans cette langue. Donc il y a des triphthongues dans le François [d]).

Entre les *conſonnes compoſées* ſe trouvent le *gn* & le *l mouillé*, & parmi les *diphthongues* figure *oa*, qu'on écrit *oe* & *oi*, & c'eſt de la réunion du *gn* & du *l mouillé* avec *oa*, écrit *oi*, que réſulte ma *triphthongue*.

Le *gn* rend le ſon de *nie monoſſyllabe*, & le *l mouillé* celui de *lie*, auſſi monoſſyllabe, & *oa* celui de l'*o* & de l'*a* renfermés en *une ſyllabe*: par conſéquent, celles des ſyllabes où la diphthongue *oa* (écrite *oi*) ſe rencontre à la ſuite du *gn* ou du *l mouillé*, renferment la *triphthongue ioa*, écrite *ioi*.

Exemples. *a*) pour le *gn*.

„Baig*noi*re " prononcé „Bè-*nioa*-re"
„Cog*noi*r " prononcé „Ko-*nioa*-re"
„Etreig*noi*rs " prononcé É-te-rè-*nioa*-re"

b pour le *l mouillé*.

„Bou*illoi*re " prononcé „Bou-*lioa*-re"
„Agenou*illoi*r " prononcé „A-je-nou-*lioa*-re"

Comme le *gn* & le *l mouillé* donnent une *triphthongue* au moyen de l'*i* qu'ils renferment & de la diphthongue *oa* qui les ſuit dans la même ſyllabe, ils donnent auſſi des *diphthongues* par le ſecours de cet *i* & d'une voyelle *ſimple* ou *compoſée*.

Voici des exemples que mon *Recueil* des *ſyllabes françoiſes* *) m'offre;

A) pour le *gn*.

„Gag*na*ble" prononcé „Gha*nia*-be-le"
„Coti*gnac*" prononcé „Ko-ti-*nia*-ke" †)
„Bri*gnais*" prononcé „Be-ri-*nié*"
„Si*gnal*" prononcé „Si-*nia*-le"
„Si*gnam*ment" prononcé „Si-*nia*-man"
„Cari*gnan*" prononcé „Ka-ri-*nian*"
„Cei*gnant*" prononcé „Cè-*nian*"
„Cag*nar*de" prononcé „Ka-*nia*-re-de"
„Cag*nard*" prononcé „Ka-*niard*"
„Cog*naſſe*" prononcé „Ko-*nia*-ce"
„Aſſi*gnat*„ prononcé "A-ci-*nia*"
„Fa*gnaux*" prononcé „Fa-*nio*"
„Ag*neler*" prononcé „A-*nie*-lé"
„Ali*gné*" prononcé „A-li-*nie*"
„Ag*neau*" prononcé „A-*niô*"
„Ag*nel*" prononcé „A-*nié*-le"
„Ali*gner*" prononcé „A-li-*nié*"
„Borg*neſe*" prononcé „Bo-re-*nié*-ce"
„Bei*gnet*" prononcé „Be-*nié*"
„Bai*gneuſe*" prononcé „Bè-*nieû*-ze"
„Epa*gneul*" prononcé „E-pa-*nieû*-le"
„Bai*gneur*" prononcé „Bè-*nieù*-re"
„Ca*gneux*" prononcé „Ka-*nieû*"
„Beni*gnité*" prononcé „Bé-ni-*nii*-té"
„Bouli*gnis*" prononcé „Boù-li-*nii*"
„Bag*nolet*" prononcé „Ba-*nio*-lè"

„Eſpa*gnol*“ prononcé „É-ſe-pa-*nio*-le“
„Ba*gnols*“ prononcé „Ba-*nio*-le“
„Avi*gnon*“ prononcé „A-vi-*nion*“
„M*ignot*“ prononcé „Mi-*niô*“
„Egrati*gnure*“ prononcé „É-gh-ra-ti-*niu*-re“

B) pour le *l mouillé*

„Deta*illa*“ prononcé „Dé-ta-*lia*“
„Détai*llai*“ prononcé „Dé-ta-*lié*“
„Cas*tillan*“ prononcé „Ka-ce-ti-*lian*“
„Feu*illant*“ prononcé „Feu-*lian*“
„Bienveil*lant*“ prononcé „Bien-vè-*lian*“
„Bri*llant*“ prononcé „Be-ri-*lian*“
„Au*rillas*“ prononcé „O-ri-*lia*“
„Eſcarbi*llat*“ prononcé „É-ſe-ka-re-bi-*lia*“
„Accaſti*llé*“ prononcé „A-ka-ce-ti-*lié*“
„Barbou*illé*“ prononcé „Ba-re-bou-*lié*“
„Accaſti*llée*“ prononcé „A-ka-ce-ti-*liée*“
„Barbou*illée*“ prononcé „Ba-re-bou-*liée*“
„Angu*illées*“ prononcé „An-ghi-*lié*-e“
„A*iller*“ prononcé „A-*lié*“
„Apoſti*ller*“ prononcé „A-po-ſe-ti-*lié*“
„Angui*llers*“ prononcé „An-ghi-*lié*“
„Aſſa*illez*“ prononcé „A-ça-*lié*“
„Apoſti*llez*“ prononcé „A-po-ce-ti-*lié*“
„Bai*lli*“ prononcé „Ba-*lii*“
„Bou*illie*“ prononcé-Bou-*lii*-e
„Chama*illis*“ prononcé „Cha-ma-*lie*“
„Enorgue*illit*“ prononcé „A-no-re-ghè-*lii*“
„Brou*illon*“ prononcé “Be-rou-*lion*“
„A*villons*“ prononcé „A-vi-*lion*“
„Feu*illu*“ prononcé „Feu-*liu*“

Voilà donc *deux* diphthongues (*ii* & *iu*) en ſus de celles que l'on compte ordinairement; & l'on voudra bien permettre que je m'en attribue la découverte, ainſi que celle de la diphthongue *ie*, qui eſt cachée dans le *gn* & dans le *l mouillé*, prononcés ſeuls [6]), & celle de la triphthongue *ioa*.

Il ſe pourroit qu'un homme plus ſavant que moi me les montrât ailleurs: mais je jure, foi d'homme de lettres, que je ne les ai priſes nulle part.

Voici, pour clôture, quelques obſervations ſur l'une des deux conſonnes qui fourniſſent ma triphthongue. Sa compagne ſeroit bien auſſi ſusceptible de remarques: mais celles-ci ſe trouvent en partie dans mes *Recherches ſur le l mouillé*, & le reſte ſuivra ailleurs.

Je connois quatre ſources au *gn*. Il réſulte

1° de la jonction du *g* & du *n*, dont, dans de certains mots latins, le premier termine une ſyllabe, & le dernier commence la ſyllabe ſuivante;

2° de pareille jonction du *c* & du *n* latins;

3° du renverſement des lettres latines *ng*, la premiere finale, la dernière initiale;

4° des lettres latines initiales *ne* & *ni*, ſuivies d'une voyelle.

1° Dans le mot latin *agnus*, le *g* termine la première ſyllabe & le *n* commence la ſeconde: & nous avons conſervé cet ordre en prononçant *Agnus-caſtus* „A-*gh*e-*n*u-ce-ka-ce-tu-ce." Mais nous l'avons changé en prononçant *Agnus* ou *Agnus-Dei* „A-*ni*u-ce" ou „A-*ni*u-ce-Dé-i."

2° Nous l'avons encore changé en prononçant *Peigne* („pè-*nie*") fait de *peCten* par ſuppreſſion des lettres *te*, transpoſition du *c* de la première à la ſeconde ſyllabe, & adouciſſement de cette même lettre en *g*.

4° Dans *ligne*, fait de *linea*, & dans *vergogne*, fait de *verecundia* (comme *Bourgogne* de *Burgundia*) le *gn* repréſente les lettres latines *ne* & *ni*, dont les dernières ſont devenues voiſines dans *vergogne* & *Bourgogne* par la ſuppreſſion du *d* latin intermédiaire).

Lorsque le *gn* provient des lettres latines *ne* ou *ni*, c'eſt une lettre du genre du *l mouillé*, en ce qu'il *eſcamotte*, comme lui, une ſyllabe aux mots qu'il ſert à former. *Al-li-um* devoit donner *al-li-e*; & il a donné *ail*, qui eſt diſſyllabe dans la prononciation (*Al-lie*), & *A-le-ma-ni-a* a donné *Al-le-ma-gne*, qui ſe prononce en *quatre* ſyllabes, au lieu d'*Al-le-ma-ni-e*, qui en eût eu cinq. C'eſt l'un des caractères de la langue françoiſe que la *brièveté*[1]) des mots: car je crois pouvoir maintenir que le François n'a *jamais allongé* les mots empruntés d'autres langues, mais qu'il les a toujours réduits; & ſi vous joignez à ce caractère celui de la *lucidité*, vous aurez, je penſe, une *aimable* langue, & digne, à cet égard, du peuple qui la parle.

Le *gn* provenant *autant*, & peut-être *plus*, des lettres latines *gn* (celle-là terminant une ſyllabe, celle-ci commençant la ſyllabe ſuivante, ou celle-là miſe à la place de celle-ci, & réciproquement) que des lettres latines *ne* & *ni* ſuivies d'une voyelle, il eſt concevable qu'on ait mis le *gn* à la place de *ne* & de *ni*. Mais on dira qu'il eût été mieux de faire le contraire, & de conformer l'*orthographe* à la *prononciation* (ce qui eût eu, de plus, l'avantage de conſerver à une *partie* des mots l'*air de famille*) & que s'il ſe fût alors élevé un doute ſur la prononciation des mots où *ni* ſe ſeroit trouvé, quant au *nombre* des ſyllabes, ce doute n'eût point été particulier aux mots en queſtion, puiſqu'on peut également être en doute ſur le nombre des ſyllabes qu'ont, par ex., *diacre* & *diaconat*; & l'on aura raiſon, à mon avis.

Féraud & le C. *Gattel*, pour marquer la prononciation du *gn*, y ajoutent un *i* & encore l'avertiſſement de *mouiller gn*; ce qui eſt, à mon avis encore, un *double emploi* en fait d'indication. Il faut, ou avertir ſimplement de *mouiller le gn*, c'eſt-à-dire de le prononcer comme s'il y avoit *ni* à ſa place, en joignant *ni* dans la prononciation à la voyelle ou à la diphthongue ſubſéquente, ou bien mettre *ni* à la place du *gn*, en indiquant une fois pour toutes que *ni* ſe prononce en une ſyllabe avec la voyelle ou la diphthongue qui le ſuit. Ce der-

nier parti me ſembleroit le plus naturel, & je le prendrois auſſi, *mutatis mutandis*, pour le *l mouillé*.

Ce petit morceau étoit achevé vers la mi-Juillet 1802, mais les idées qu'il renferme ont continué de fermenter dans ma tête pendant le voyage annuel que j'ai fait alors pour ma ſanté; & tandis que je cheminois vers la Bohème, ou que j'en revenois, il m'eſt venu trois nouvelles triphthongues, ſavoir *iié*, *iiè* & *iio*.

iié, qui ſe trouve:

a. dans le *préſent* ou le *futur* du *ſubjonctif* des verbes auxiliaires *avoir* & *être*:
   1. „que vous a*yiez*“
   2. „que vous a*yiez* été“
   3. „que vous a*yiez* eu“
   4. „que vous ſo*yiez*“

b. dans l'*imparfait* de l'*indicatif* & dans le préſent ou le *futur* du *ſubjonctif* des verbes *voir*, *entrevoir*, *pourvoir*, *prévoir*, *revoir*:
   1. „vous voy*iez*“ etc.
   2. „que vous voy*iez*“ etc.

c. dans l'*imparfait* de l'*indicatif* & dans le *préſent* ou le *futur* du *ſubjonctif* des verbes en *ayer*, *eyer*, *oyer*, *uyer*:
   1. „vous eſſay*iez*“
   2. „vous graſſey*iez*“
   3. „vous employ*iez*“
   4. „vous ennuy*iez*“
   5. „que vous eſſay*iez*“
   6. „que vous graſſey*iez*“
   7. „que vous employ*iez*“
   8. „que vous ennuy*iez*“

d.

d. dans les mots en *ier* (dont le *r* final ne ſonne pas, & où l'*e* pénultième a le ſon de l'*é*) lorsque cette finale eſt précédée de *gn* ou du *l mouillé*:

1. „Châtaign*ier*“ fait de *Châtaigne* par le retranchement de l'*e* final & l'addition de la terminaiſon *ier*, qui répond aux terminaiſons latines *arius* & *arium*;
2. „Volaill*ier*“ fait de *Volaille*; comme *Châtaignier* de *Châtaigne*.
3. „Conſeill*ier*“ que l'on devroit écrire ainſi, & non pas *Conſeiller*, en réſervant cette dernière orthographe pour le *verbe*, parce que celui-ci vient de *conſiliari*, & qu'*ari*, comme *are*, a été changé en *er*, tandis que le ſubſtantif vient de *Conſiliarius*, & qu'*arius* a été changé en *ier*; *li*, qui eſt dans *Conſiliari* & dans *Conſiliarius*, motivant le *l mouillé* qui eſt dans *Conſeiller* & dans *Conſeillier*.

iiè, qui ſe trouve dans les ſyllabes où le *gn* précède *iè*: Exemple „Bagn*ières*“ [k]).

iio, qui ſe trouve, comme *iié*, dans le *préſent*, ou le *futur* du *ſubjonctif* des verbes auxiliaires *avoir* & *être*, dans l'*imparfait* de l'*indicatif* & dans le *préſent* ou le *futur* du *ſubjonctif* du verbe *voir* & de ſes *compoſés*; & dans *l'imparfait* de l'*indicatif* & dans le *préſent* ou le *futur* du *ſubjonctif* des verbes en *ayer*, *eyer*, *oyer* & *uyer*:

1. „que nous a*yions*“
2. „que nous a*yions* été“
3. „que nous a*yions* eu“
4. „que nous ſo*yions*“
5. „nous voy*ions*“ etc.
6. „que nous voy*ions*“ etc.
7. „nous eſſay*ions*“

8. „nous graſſeyions“
9. „nous employions“
10. „nous ennuyions“
11. „que nous eſſayions“
12. „que nous graſſeyions“
13. „que nous employions„
14. „que nous ennuyions“.

Wailly écrit:

a. „que nous ayons“
„que nous ſoyons“
„que nous ayons été“
„que nous ayons eu“,
b. „que vous ayez“
„que vous ſoyez“
„que vous ayez été“
„que vous ayez eu“;

mais je crois que la *première* & la *ſeconde* perſonne du *pluriel* du *préſent* ou du *futur* du *ſubjonctif* des verbes auxiliaires *avoir* & *être* doivent renfermer chacune une *triphthongue*, & non une *diphthongue*.

On dit à la *première* & à la *ſeconde* perſonne du *pluriel* du *préſent* ou du *futur* de l'*impératif* de ces verbes, *ayons* & *ſoyons*, & *ayez* & *ſoyez*, comme on dit *aimons* & *aimez*; & par conſéquent on doit dire à la *première* & à la *ſeconde* perſonne du *pluriel* du *préſent* ou du *futur* du *ſubjonctif* de ces mêmes verbes, *ayions* & *ſoyions*, & *ayiez* & *ſoyiez*, comme on dit *aimions* & *aimiez*; ou, en d'autres termes, il doit y avoir une *triphthongue* à la *première* & à la *ſeconde* perſonne du *pluriel* du *préſent* ou du *futur* du *ſubjonctif* des verbes *avoir* & *être*, parce qu'il y a une *diphthongue* à la *première* & à la *ſeconde* perſonne du *pluriel* du *préſent* ou du *futur* de l'*impératif* de ces mêmes verbes, lorsqu'il n'y a *qu'une voyelle* à la *première* & à la *ſeconde* perſonne du *pluriel* du *préſent* ou du *futur* de

l'*impératif* du verbe *aimer*, & *qu'*une *diphthongue* à la *première* & à la *ſeconde* perſonne du *pluriel* du *préſent* ou du *futur* du *ſubjonctif* de ce même verbe.

Féraud écrit *ayions* & *ayiez*, & *ſoyions* & *ſoyiez*: mais il écrit avec *Wailly*, à l'*impératif* & au *préſent* ou au *futur* du *ſubjonctif*, *aie* & *aient*, & dans le *dernier* temps, *aies* & *ſoient*.

Ce que je viens de dire quant à l'orthographe de *Wailly*, ſuivie par *Féraud*, doit s'entendre de celle qu'on trouve dans ſa *Grammaire*, car dans la *Table* des *Conjugaiſons*, qui eſt à la tête de ſon *Richelet portatif*, & que le C. *Gattel* a tranſcrite, on lit *aye*, *ayent* & *ayes* avec *ſoient*.

Il me ſemble que cela eſt, à tous égards, contraire à l'*analogie*, & que l'illuſtre mort, après s'être écarté, dans ſa *Grammaire*, de l'orthographe de l'*Académie*, n'auroit pas dû y revenir dans ſon *Richelet portatif*, & que s'il eût voulu changer quelque choſe à ſa première façon d'orthographier, bien loin de convertir *aie*, *aient*, & *aies* en *aye*, *ayent*, & *ayes*, il eût dû faire d'*ayons* & d'*ayez*, & de *ſoyons* & de *ſoyez*, *ayions* & *ayiez*, & *ſoyions* & *ſoyiez*, & ſentir, & faire ſentir à la Compagnie législatrice en fait de langage, que *ſoient* contrediſoit à *ayent* [1]).

J'aurois, ce me ſemble, bien des choſes à dire ſur la *formation* des différens *temps* des verbes: *ſed nunc non eſt his locus*, & il y a des gens (*desquels je ſuis*, comme dit *Montaigne*) qui ne doivent pas avoir hâte de *ſimulare cupreſſum*.

L'*Inſtitut national de France*, à l'examen duquel j'avois ſoumis mon *Examen*, m'a fait dire par l'organe du Secrétaire de la *Claſſe de la langue & de la littérature françoiſes*, lecture faite de mon Mémoire, que cette Claſſe *n'étoit point dans l'uſage de délibérer & d'émettre ſon opinion ſur les queſtions de grammaire que lui propoſent des perſonnes étrangères à l'Inſtitut*; que cependant elle me déclaroit qu'*elle adoptoit*

l'opinion conſignée dans le Dictionnaire de l'Académie françoiſe, ſelon laquelle *il n'y a point de triphthongues dans notre langue;* & le Citoyen *Suard* a bien voulu ajouter de ſon propre chef, qu'à ſon avis mes *triphthongues* provenoient d'une *prononciation vicieuſe* des mots que je cite, & particulièrement des *conſonnes mouillées.*

L'Inſtitut national ayant adopté l'opinion de la Société ſavante à laquelle il a ſuccédé pour la partie de la langue, il eſt à croire que ç'a été par les motifs qui avoient déterminé cette Société. Voyons donc ces motifs.

„*Triphthongue.* Nom que des Grammairiens ont donné à „des ſyllabes compoſées de trois voyelles, en *confondant* les *caractères* „avec les *ſons. Nous n'avons point de triphthongues, puiſque* „*nous n'avons point de ſyllabes formées de trois ſons*".

Quant aux Grammairiens qui, maintenant l'exiſtence des triphthongues, ont *confondu* les *caractères* avec les *ſons*, ils avoient certainement tort, & je puis pour eux me référer ſimplement à ce que j'ai dit au commencement de ce Mémoire en discutant l'opinion de *Lancelot.*

Quant à ce que l'*Académie* allègue pour fonder cette opinion, je crois pouvoir me borner à dire, au rebours des *Quarante*: „Nous „*avons* des *triphthongues*, puiſque nous *avons* des *ſyllabes* formées de „*trois* ſons".

Quant à l'opinion particulière du Citoyen *Suard*, je dis que, loin de lui accorder que mes triphthongues proviennent d'une façon *vicieuſe* de prononcer les mots que je cite, & particulièrement les conſonnes mouillées, je maintiens au contraire, que ces triphthongues ne peuvent diſparoître de la langue que parce qu'on prononce *vicieuſement* les mots que j'allègue, en particulier les conſonnes mouillées.

Si l'on prononce *Baignoire* „Bè-n*oa*-re" & non Bè-n*ioa*-re, „& „*Bouilloire* "Bou-l*oa*-re" & non „Bou-l*ioa*-re", „& *que vous ayiez* „que vou-zè-*ié*" & non „que-vou-zé-*iié*", & *Bagnières* „Ba-n*iè*-re" & non „Ba-n*iiè*-re", & *que nous ayions* „que-nou-zè-*ion*" & non „que-nou-zè-*iion*", il n'y aura ſans doute pas plus de triphthongues dans ces mots, qu'il n'y aura des diphthongues dans *gagnable* & dans

détailla, ſi l'on prononce ces mots „ga-n*a*-be-le“ & „dé-ta-l*a*“ & non „ga-n*ia*-be-le„ & „dé-ta-l*ia*“.

Je conviens que les triphthongues ſont pénibles à prononcer; & ſi, parce qu'on a de la peine à les émettre, on juge à propos de les réduire à des diphthongues, on pourra ſe croire autoriſé à la réduction: mais on ne ſera pas avec cela, & par cela même, autoriſé à ſoutenir qu'il n'y a point *eu*, & qu'il ne *peut* pas y avoir de *triphthongues* dans la langue, tout comme, parce qu'on ne prononce *plus ſi-niè*, mais *ſinè*, le mot qui indique un ruban avec lequel on marque quelque choſe dans un lieu, on n'auroit pas le droit de maintenir, qu'il n'y a *jamais eu*, & qu'il n'a *jamais dû* y avoir de *gn* dans *ſignet* prononcé, comme il y en a eu, & comme il y en a encore dans *ſignal*, *ſignalement*, *ſignaler*, *ſignature*, *ſigne*, *ſigner* etc.

Voici, entre beaucoup d'autres, un mot qui prouve qu'on s'eſt débarraſſé d'ancienne date, des *triphthongues* & même des *diphthongues* françoiſes.

Pæonia, nom latin d'une plante, a donné *pivoine*, tandis qu'il devoit donner *pioigne*.

„Pæonia“
„Pæ-o-ni-e“
„Pæ-o-nie“
„Pæ-o-gne“
„Pei-o-gne“
„Pi-o-gne“
„Pi-oi-gne“

Dans ce dernier mot, venu de *pæonia* par ſix métamorphoſes, ſe rencontroient:

1° la voyelle *i* devant la diphthongue *oi*;

2° ma diphthongue *ie*, & cela dans *trois* ſyllabes. Qu'a fait le jardinier, l'homme ſans lettres, qui s'embarraſſe fort peu de l'étymologie & de l'analogie? Il a

1° ſéparé l'*i* de la première ſyllabe d'avec l'*oi* de la ſeconde par l'inſertion d'un *o*?

2° changé le *gn* de la troiſième ſyllabe en *n*;

de là *pivoine*.

Comment le *v* ſeroit-il dans les mots *italiens* *Giovanna* & *Giovanni*, ſi ce n'étoit pas pour ſéparer l'*io* du *Gio* d'avec l'*a* d'*an*?

De neuf gens de lettres de Berlin, que j'avois conſultés en 1802 ſur mon Mémoire tel qu'il exiſtoit alors, un ſeul m'a donné ſon avis par écrit. Cet avis allant à la confirmation de ce que je penſe au ſujet des triphthongues, je crois en pouvoir faire part à mes Auditeurs.

„Mille remercîmens, très-cher ami, de vos triphthongues. Nul „doute que *Lancelot*, *Duclos* & *Beauzée* ne les euſſent admiſes, „s'ils euſſent penſé à nos conſonnes mouillées. Car prétendre que ces „dernières ne forment pas de diphthongues avec la voyelle qui les ſuit, „ce ſeroit mettre dans le cas de réformer la plus grande partie de nos „diphthongues; & l'on pourroit dire que dans *diable*, *mieux*, etc,, „la première conſonne eſt un *di*, un *mi*, etc., ou bien un *d mouillé*, „un *m mouillé*".

„Je crois avoir deviné vos nouvelles triphthongues. . . "

„Votre remarque ſur la poſſibilité des diphthongues, là où l'on „ne voit qu'une voyelle, & même point, eſt très-juſte. Les Anglois „ont leur *i long*, qui eſt toujours diphthongue, ſe prononçant *aï*; & „je crois qu'il ne ſeroit pas rare de trouver chés eux des *quadriphthongues*. „Leur mot *Squire*, par exemple, ſe prononce *Skouaier* en une ſyllabe.

„Je crois à une triphthongue, (m'écrivoit un eccléſiaſtique françois „qui a vécu autrefois à Paris avec les gens de lettres les plus diſ„tingués), & je défie tous ceux qui *voudront bien* s'occuper de votre „opinion, quoiqu'elle ne ſoit pas du nombre de celles qui ont été „*émiſes* en France, de ne pas y croire avec moi".

NOTES.

a) *Encyclopédie méthodique* „Littérature“ *Triphthongue.*

b) C'eſt ce que déjà *Beauzée* avoit ſenti, puiſqu'il ne parle que de la *diphthongue ieu.*

c) Voici des mots où l'on *entend* une *diphthongue*, & où l'on ne *voit* pas même une *voyelle*:

„Gril“ „Pie de Bréſil“
„Mil“ „Til“
„Péril“

Je pourrois plus que doubler cette liſte, ſi j'y vouloïs joindre les mots où l' *l* eſt *mouillé* induement, à mon avis.

d) Dans mon premier jet venoit ici un examen de la doctrine de *Wailly* relativement aux lettres: mais je l'ai ſupprimé, crainte qu'on ne m'accuſât de vouloir allonger la matière & critiquer l'un des maîtres de l'art, & le mien, moi qui reſterois peut-être au-deſſous, & de la matière entrepriſe, & de la critique. Si ce petit rien trouve grâce devant les Connoiſſeurs, peut-être pourrai-je revenir ſur des idées, auxquelles alors j'attacherai plus d'importance que je ne fais pour l'heure.

e) Voyez ſur ce Recueil les *Mémoires de l'Académie des ſciences & belles-lettres de Pruſſe*, 1799 & 1800, IV. Claſſe, page 200 & ſuiv.

f) Le C. *Gattel* écrit *Cotigniac*, bien que le *Richelet portatif*, dont il a copié juſques aux fautes, mette *Cotignac.* C'eſt *Cotignac* qu'il faut écrire avec l'*Académie*; & ſi l'on n'écrivoit pas ainſi, il faudroit écrire *Cotiniac.*

Mais faut-il écrire *Lanieu*, ou *Lagneu*, & non *Lagnieu*, le nom de la petite ville ſituée ſur le Rhône, dans l'ancien Bugey? C'eſt une diſcuſſion que je me réſerve pour le temps où je traiterai du ſort de la terminaiſon latine *i-a-cum*, qui eſt dans *La-ti-ni-a-cum*, lequel a fait *Lagny*, & *Lagneu* ou *Lagnieu*, ou *Lanieu.* Je trouve les deux derniers, & je ne doute pas qu'on ne trouve le ſecond.

g) Peut-être pourrois-je ajouter à ces trois diphthongues la diphthongue *uè*, que je trouve dans *juenc*, fait de *juvenis*, & changé en notre *jeune.* Dans *jeûne* le ſecond *j* de *jejunium* a été ſupprimé, comme le *v* de *juvenis* l'a été dans *jeune.* Mais dans *jeune*, fait de *juvenis*, l'*eu* doit être *bref*, & dans *jeûne*, fait de *jejunium*, cette voyelle compoſée doit être longue.

La diphthongue que je trouve dans *juene* eſt encore dans *huevre*, fait *d'opera*: mais dans ce mot *ue* provient d'*eu* ſubſtitué à l'*o* latin.

h) Tandis que cette lettre a été ſupprimée dans *Bourgogne* & dans *vergogne*, elle s'eſt fourrée dans *Normandie.* *Burgundia* devoit donner *Bourgondie* & *Normannia*, Normannie, ou Normagne, ſi *Alemannia* devoit donner *Allemagne.* Et l'on devroit écrire *Alleman* & *Norman*, au lieu d'*Allemand* & de *Normand.* Le *premier* s'eſt dit.

i) Si la *vivacité* françoiſe n'étoit par connue d'ailleurs, on ſeroit tenté de croire que le François a voulu *racheter* par le *raccourciſſement* des *mots*, l'*allongement* de la *phraſe* que la *nature* de ſa *ſyntaxe* amenoit.

*) L'on trouve auſſi *Bagneres*, mais il faut écrire *Bagnieres*; parce que l'*i* appartient à l'*e* qui le ſuit, & repréſente avec lui l'*a* qui eſt dans *Balnearia* (ſcilicet *aedificia*) dont il faut dériver *Bagnieres* par le changement de *ne* ou *gn*; & je crois que ſi l'on a écrit *Bagneres* au lieu de *Bagnieres*, ç'a été parce qu'on avoit commencé par s'épargner la prononciation pénible de la triphthongue *iiè*, & qu'on avoit changé cette triphthongue en la diphthongue *iè*.

1) Le partage d'opinions qu'il y a ſur *l'orthographe*, & par conſéquent ſur la *prononciation* des verbes auxiliaires *avoir* & *être* au *préſent* ou au *futur* de l'*impératif*, & au *préſent* ou au *futur* du *ſubjonctif*, provient, à mon opinion, de la manière dont le *préſent* & l'*imparfait* de l'*indicatif* ſont formés.

Régulièrement, la *première* & la *ſeconde* perſonne du *pluriel* du *préſent* de l'*indicatif reſſemblent* à la *première* & à la *ſeconde* perſonne du *pluriel* du *préſent* ou du *futur* de l'*impératif*, comme la *première* & la *ſeconde* de l'*indicatif reſſemblent* à la *première* & à la *ſeconde* perſonne du *pluriel* du *préſent* ou du *futur* du *ſubjonctif*.

On dit *nous aintons* & *vous aimez*, & *nous aimions* & *vous aimiez*, & *que nous aimions* & *que vous ainiez*: mais on dit *nous avons* & *vous avez*, & non pas *nous ayons* & *vous ayez*; & *nous avions* & *vous aviez*, & non pas *nous ayions* & *vous ayiez*. Cependant ſi la *première* & la *ſeconde* perſonne du *pluriel* du *préſent* & de l'*imparfait* de l'*indicatif* d'*avoir* ne ſont pas *nous ayons* & *vous ayez*, & *nous ayions* & *vous ayiez*, la *première* & la *ſeconde* perſonne du *pluriel* du *préſent* ou du *futur* de l'*impératif* du même verbe ſont *ayons* & *ayez*, & par conſéquent la *première* & la *ſeconde* perſonne du *pluriel* du *préſent* ou du *futur* du *ſubjonctif* doivent être *que nous ayions* & *que vous ayiez*, & moyennant cela l'on met au moins de la *régularité* dans la formation de *deux* temps du verbe *avoir*, ſi cette régularité ne ſe trouve pas dans la formation de *quatre* temps du même verbe. C'eſt toujours *cinquante pour cent* de pris ſur l'*irrégularité*, & cela eſt très-honnête dans le ſiècle où nous vivons.

Le verbe *être* eſt encore plus irrégulier que le verbe *avoir* quant au *préſent* & à l'*imparfait* de l'*indicatif*. Mais on peut dire que comme la *première* & la *ſeconde* perſonne du *pluriel* du *préſent* ou du *futur* de l'*impératif* ſont *ſoyons* & *ſoyez*, la *première* & la *ſeconde* perſonne du *pluriel* du *préſent* ou du *futur* du *ſubjonctif* doivent être *que nous ſoyions* & *que vous ſoyiez*.

Encore *cinquante pour cent* de ſauvés.

Cela n'empêche pas que la *troiſième* perſonne du *pluriel* du *préſent* ou du *futur* de l'*impératif* & du *ſubjonctif* des deux *verbes auxiliaires* ne puiſſe & ne doive même être *qu'ils aient* & *qu'ils ſoient*, parce que *aient* eſt formé ſur *aie*, qui *eſt* la *ſeconde* perſonne du *ſingulier* du *préſent* ou du *futur* de l'*impératif*, & la *première* perſonne du *ſingulier* du *préſent* ou du *futur* du *ſubjonctif*, & qui *devroit être* la *troiſième* perſonne du *ſingulier* de ces *deux* temps, au lieu d'*ait*; & que *ſoient* eſt formé ſur *ſoie*, qui *devroit être* la *troiſième* perſonne du *ſingulier* du *préſent* ou du *futur* de l'*impératif* & du *ſubjonctif*, au lieu de *ſoit*.

Je trouve plus d'une fois *aye*, pour *ait* dans les premières éditions de *Montaigne*, & l'on ſait que l'*y* étoit dans l'ancienne orthographe ce qu'eſt l'*i* dans la moderne; & je penſe qu'*aye*, *ayent* & *ayes*, employés par *Wailly* au lieu d'*ait*, *aient* & *aies*, ſont un reſte de l'ancienne orthographe.

L'ART DE SE VÊTIR
et les Vêtemens conſidérés ſous les rapports ſociaux.

PAR M. DE GOYON *).

Quatrième Mémoire.

Garantir les hommes de l'intempérie des ſaiſons & de l'atteinte des corps extérieurs **); leur indiquer les perſonnes auxquelles, réunis en corps de ſociété, ils ont déféré l'autorité politique, religieuſe & militaire **); diſtinguer dans l'état civil, les claſſes & conditions différentes qui le compoſent ***); c'eſt à quoi nous avons vu jusqu'à préſent qu'étoient propres l'Art de ſe vêtir & les vêtemens. Mais ce ne ſont pas les ſeuls points de vue ſous lesquels on peut les conſidérer.

Outre les conventions ſociales que nous ne ſaurions violer ſans rompre abſolument le pacte mutuel qui nous lie à nos ſemblables, il eſt des *convenances* établies, ſoit par la nature, ſoit par la ſociété, qu'il faut garder ſoigneuſement, à moins de manquer à ce que l'on doit à ſoi-même & aux autres, & de s'expoſer à devenir la riſée du public.

Fondées ſur l'organiſation de l'homme, les premières de ces convenances ſont, en quelque ſorte, des lois dictées généralement à toute l'eſpèce humaine, & rentrent dans le cercle des rapports phyſiques

*) Lu à l'Académie, le 21 Juin 1804.
**) I Mémoire, Rapports phyſiques de l'Art de ſe vêtir.
***) II Mémoire, Rapports politiques.
****) III Mémoire, Rapports civils.

ſous lesquels nous avons conſidéré l'Art de ſe vêtir. Telle eſt la néceſſité de ſe couvrir plus ou moins, ſuivant la température du climat & de la ſaiſon. Les fourrures du Moscovite feroient mourir de chaud cet Espagnol dont le taffetas géleroit l'autre. Un François, l'été, ſueroit ſous le premier de ces vêtemens; en hiver, le ſecond le tranſiroit de froid.

Dérivées de l'ordre ſocial, les convenances du ſecond genre, presqu'auſſi importantes que les premières, ſont, les unes à-peu-près les mêmes chez tous les peuples civiliſés; les autres, différentes & variables, ſelon le caractère, les moeurs, les uſages des diverſes nations & les circonſtances particulières où ſe trouvent les individus.

Indépendamment de ces convenances que la raiſon oblige de reſpecter, il y en a que l'opinion ſeule, quelquefois peu raiſonnable, eſt venue à bout d'introduire dans tel ou tel pays, & auxquelles il faut que le ſage ſe ſoumette, quoiqu'en ſecret il les condamne. Il ſacrifiera non ſeulement ſon goût perſonnel, mais même ſes répugnances, à ces convenances locales qu'il eſt peut-être plus dangereux de heurter, que d'enfreindre les lois générales de la ſociété.

L'intelligence qui devine & indique ces convenances diverſes, la bienſéance qui les règle & les modifie, le goût qui ſait s'y plier en leur donnant plus de prix, préſentent le vrai thermomètre de la ſociabilité. Les peuples ſauvages ou barbares ne connoiſſent, ne ſoupçonnent même pas la plupart de ces convenances; les nations vieillies & corrompues les méconnoiſſent, en violent toutes les règles, ou bien y ſubſtituent ce que le caprice & le luxe imaginent de plus extravagant; elles ne ſont en vigueur, ne règnent véritablement que parmi les peuples parvenus à ce degré de civiliſation qui eſt le plus haut point de la perfection politique & le dernier terme du bonheur ſocial. Elles aident même à maintenir, à défendre les ſociétés contre l'impétuoſité ou l'artifice des paſſions, contre les efforts d'un égoïsme ou groſſier ou raffiné, mais toujours l'ennemi de l'ordre & de l'esprit public.

Heureuse situation des peuples, état digne d'envie, où les lois & les moeurs, d'accord entr'elles & avec la raiſon, ſervent à répandre le goût des bienſéances! Alors ce n'eſt pas ſeulement ce qu'on appelle parmi une grande nation, *le monde poli, le beau monde,* ou *la bonne compagnie*, qui connoît les juſtes rapports des perſonnes & des choſes, & ſait apprécier ce qui convient dans les circonſtances diverſes*). Malgré les défauts de l'éducation, la fauſſeté de certains préjugés, la rudeſſe du ton & la ruſticité des manières, ces claſſes inférieures du peuple qui conſtituent la partie la plus nombreuſe des ſociétés politiques, ont, en général, le ſentiment plus ou moins confus de la vérité dans les convenances. Guidées par le ſens intime & la rectitude des idées régnantes, elles s'aperçoivent bientôt ſi cette vérité ſe trouve ou manque dans les actions des hommes. Sans pouvoir toujours motiver ſes jugemens, le public juge ſainement ceux qui la bleſſent ou la reſpectent **).

Parmi les objets ſans nombre ſur lesquels s'étend l'empire des convenances ſociales, nous n'avons à conſidérer ici que la manière de ſe vêtir & le choix de l'habillement, au moyen duquel chacun ſe tient à la place que les circonſtances perſonnelles lui aſſignent dans la ſociété. Ces circonſtances ſont de pluſieurs ſortes; circonſtances *phyſiques*: *le ſexe, l'âge, la taille, la tournure, le tempérament* & *la phyſionomie;* circonſtances *morales: le caractère, les goûts, l'humeur* & *la ſituation actuelle de l'âme;* circonſtances *politiques* & *civiles: le tems* & *les lieux, l'état* & *la fortune;* enfin, certaines *conjonctures particulières* où chacun peut ſe trouver, & dont le détail ſeroit auſſi ennuyeux qu'inutile.

La vie humaine, on le ſait, eſt un drame plus ou moins fertile en incidens, où les rôles ſont diſtribués par la nature ou la fortune,

*) C'eſt le *quod decet* d'Horace. Il conſiſte dans l'accord de toutes les parties entre elles & avec les règles immuables du beau; en ſorte qu'il en réſulte un tout harmonieux.

**) *Il ſuffit d'un ſens droit pour reconnoître ſi la raiſon & l'honnêteté ſont reſpectées ou offenſées.* (*Pluche, Hiſtoire du Ciel*). Auſſi *le ſens commun*, plus rare qu'on ne le croit, eſt-il un meilleur juge que *le bel-eſprit* et *l'opinion* ſi ſouvent erronée.

diſons mieux, par une providence également juſte & ſage. Ce monde partagé en diverſes ſociétés eſt le grand théâtre ſur lequel, acteurs tout à la fois & ſpectateurs, les humains paroiſſent & disparoiſſent ſucceſſivement. La différence des figures, des conditions, des caractères & des événemens forme la variété des ſcènes d'autant plus intéreſſantes que la vérité ou du moins la vraisemblance y eſt mieux obſervée. Pour cet effet, ce n'eſt pas aſſez que les acteurs paroiſſent ſentir & penſer, agir & s'exprimer conformement au caractère du perſonnage qu'ils ont à faire: il faut encore qu'ils ſe préſentent habillés d'une manière analogue au rôle qu'ils doivent jouer, car le *coſtume* fait partie de ce rôle; ſans quoi, plus d'illuſion, plus d'intérêt; alors, comme au parterre, le public mécontent ne manque guères de faire juſtice.

En effet, la diſconvenance entre le perſonnage & ſon habit vient-elle à choquer la vérité, à bleſſer la bienſéance théâtrale? cette grande règle de *l'unité*, que la nature obſerve & preſcrit en tout, eſt-elle méconnue ou violée*)? les ſifflets pourſuivent les mal-adroits jusque dans les couliſſes; les épigrammes, les ſarcasmes pleuvent ſur eux, même après que leur rôle eſt fini.

A deſſein d'éviter cette disgrâce, & pour ne point rompre l'enſemble de la pièce en choquant la vraiſemblance, il eſt donc à propos qu'aux yeux de la ſociété dont il eſt membre, chacun ſe montre habillé comme l'exigent les diverſes circonſtances indiquées ci-deſſus; c'eſt-à-dire comme un certain individu de tel ſexe, de tel âge, de telle tournure, de tel caractère, habitant de tel pays, à telle époque, & placé dans telle ſituation.

Entrons, mais rapidement, dans quelques détails à cet égard.

I° Diſtingués l'un de l'autre par la différence de leur conformation, comment les deux ſexes ne le ſeroient-il pas par la différence de leur habillement? N'eſt-il pas convenable que le plus foible, le plus timide & le plus délicat des deux, celui qui a tout à défendre, à faire déſirer,

*) *Sit quod vis ſimplex duntaxat et unum. Hor. Art. poët.* Tel eſt l'arrêt que prononce un poëte univerſellement goûté parce qu'il eſt l'oracle du bon goût.

ſoit plus mollement, mais plus exactement vêtu que celui qui plus fort, plus robuſte & plus hardi, eſt fait pour attaquer en manifeſtant ſes déſirs? Auſſi, malgré l'étonnante variété que préſentent le génie, les moeurs, la religion, le gouvernement des divers peuples de la terre, eſt-il un point ſur lequel il règne entr'eux une conformité frappante qui prouve leur antique fraternité; c'eſt l'uſage où ils ſont preſque tous de diſtinguer, par la forme des habits, la différence des ſexes. Soit motifs de ſanté, ſoit inſtinct de pudeur, cet uſage exiſte de tout temps; il ſe trouve même parmi ces nations ſauvages qui n'ont en cela d'autre guide que la ſimple nature. Dès que les individus de l'un & de l'autre ſexe ont atteint l'âge de puberté, quelques pièces d'habillement, quelque ajuſtement particulier indiquent aiſément celui qui ſent le beſoin de ſe couvrir plus ſoigneuſement que l'autre*).

A plus forte raiſon ce même uſage doit-il être obſervé chez les peuples auxquels une civiliſation perfectionnée fait mieux ſentir les ménagemens, les égards que ſe doit & que mérite la plus belle moitié du monde.

Quelque puiſſantes que ſoient en général ces indications, ces règles données par la nature, elle ſemble néanmoins en dispenſer dans certaines circonſtances. Par exemple, ſi nous portons nos pas dans les pays ſitués entre les Tropiques, nous verrons que l'ardeur du ſoleil qui accable également les deux ſexes, ne permet guères aux femmes d'être plus vêtues que les hommes. Jetons-nous au contraire les yeux ſur les régions qui avoiſinent les pôles, ou que l'élévation du ſol, le voiſinage des lacs, des forêts, & des neiges éternelles expoſent à un degré de froid très-rigoureux? nous verrons les peliſſes, les fourrures être communes aux deux ſexes qui s'en couvrent à-peu-près de même, parce qu'elles leur ſont d'une égale néceſſité.

En d'autres contrées, la religion, ainſi que le gouvernement & les moeurs, d'accord avec le climat, ſe réuniſſent pour contredire l'uſage qui aſſigne aux deux ſexes un habillement différent. Auſſi impurs

*) V. *l'Hiſtoire générale des voyages.*

dans leur morale qu'ils ſont abſurdes dans leurs dogmes, l'idolâtrie & le Mahométisme, au voile près, que la jalouſie bien plus que la pudeur oblige les femmes de garder, admettent pour les hommes, comme pour elles, une manière d'être coiffés & vêtus à-peu-près la même. Ces fauſſes religions s'accommodent à la température des pays où un ciel brillant, une atmosphère voluptueuſe & un gouvernement despotique, en accablant les corps, en abattant les âmes, efféminent aſſez les hommes pour les confondre avec celles dont ils égalent & tyranniſent la foibleſſe. Là on voit l'habillement des uns & des autres, à l'air de gravité réunir l'abandon de la molleſſe. Tels ont été, dès les tems les plus reculés, tels sont encore les habitans de l'Aſie et d'une partie de l'Afrique, ſurtout ceux qui profeſſent le licencieux islamisme *).

Plus aveugle encore dans ſon culte, le paganisme conſacra jadis chez des peuples d'ailleurs célébres, cet étrange renverſement des idées naturelles. Pour honorer dans leurs temples certaines divinités her-

*) Les anciens peuples de l'Orient, Aſſyriens, Mèdes, Chaldéens, Perſes, Arméniens, Daces, Parthes, Phrygiens etc., avoient des bonnets ou mitres, eſpèce de coiffure qui ſe nouoit ſous le menton; ils portoient de longues tuniques à manches, des robes trainantes, teintes en ſafran ou en pourpre. C'eſt le reproche que *Numanus* fait aux Troyens: *Vobis pictae croco, et fulgenti murice veſtis, Et tunicae manicas, et habent redimicula mitrae.* *Turnus* donne même à *Enée* le nom de *Phrygien demi-homme, ſemiviri Phrygis*, parce que, ſuivant la mode de ſon pays, il avoit les cheveux friſés et parfumés. *Crines vibratos calido ferro, myrrhâque madentes. Virg. Eneid. lib. IX. et XII.* Les anciens peuples du nord de l'Aſie qui, ſous le nom de Tartares, de Scythes, de Sarmates, de Huns, de Mongols, de Turcs et de Perſans, ont pris la place des premiers, gardent encore à-peu-près le même coſtume. L'uſage des turbans, des ſimarres, des babouches et brodequins &c., leur eſt commun avec les femmes, et celles-ci n'en ſont diſtinguées que par des voiles épais qu'inventa bien plus la jalouſie des premiers que la modeſtie des dernières. A la Chine, à Siam, au Japon &c., les longues robes, les grandes manches, les coiffures et les chauſſures ſont presque les mêmes pour les deux ſexes. L'habillement des Polonois venus des Sarmates, (*Sarmatae Madai*) race de Mèdes; celui des Hongrois iſſus des Huns (*Hun gar*), tiennent encore du coſtume de leurs prédéceſſeurs. Les Arabes, les Egyptiens et les Barbaresques, en adoptant le Mahométisme, ont adopté l'habit turc et perſan. V. *Virgile, Quinte-Curce, Juſtin, Zozime, Procope, Lens* & *l'Hiſtoire générale des voyages.*

maphrodites, les deux ſexes ne s'y rendoient qu'après avoir pris les habits l'un de l'autre *). Traveſtiſſement coupable, que le vrai Dieu défendit ſévèrement aux Iſraëlites, et qu'il n'interdit pas moins expreſſément aux Chrétiens.

Si quelquefois parmi ceux-ci, certains individus d'un ſexe, s'aviſent de s'habiller comme l'autre, c'eſt tout au plus dans ces momens aſſez courts où les grelots de la folie, en étourdiſſant la raison, tournent paſſagèrement les têtes, et rendent peut-être excuſable une telle licence. Hors de là, le ſarcasme, le mépris, ou même l'inſulte, armes redoutables à la diſpoſition des deux ſexes outragés, les vengeroient avec éclat d'une coupable déſertion. Il n'appartient qu'au vice en délire, ou au crime en fureur, de cacher ſous un pareil déguiſement leurs projets inſenſés, leurs complots ſanguinaires **).

On ne confondra pas dans le nombre de ces indignes maſcarades, ces héroïnes qu'un courage mâle éleva au-deſſus de leur ſexe dont elles dédaignèrent les frivoles parures pour revêtir l'habit guerrier;***) ni même ces modernes Amazones qu'une paſſion ſecrète, un caprice bizarre, un eſprit romaneſque ou une forte ambition portèrent à prendre des habits d'homme ****). Leurs motifs ou leurs prétextes font approuver ou blâmer une conduite qui s'éloigne des règles ordinaires, et reſſemble à ces écarts de la nature qui cauſent en général plus de ſurpriſe que d'admiration.

II° La différence des ſexes eſt invariable, mais avec l'âge qui croît ſans ceſſe, la taille, la tournure, les traits du viſage, tout, chez l'homme, et ſurtout chez la femme, éprouve des changemens plus ou moins

*) C'eſt ce qu'exigeoit le culte d'*Iſis* en Egypte, d'*Aſtarté* en Syrie, et d'*Atergatis* à Sidon. *Hérodote, Pauſanias.*

**) Oubliera-t-on ce que fut à Verſailles cette fameuſe nuit du 6 octobre? L'hiſtoire la burinera.

***) Telle fut la célèbre *Jeanne d'Arc*; telles ont été quelques autres perſonnes de ſon ſexe, qui ont figuré dans les armées.

****) On ſe rappelle ſans doute cette fille ſingulière, mais honnête, qui ſous l'habit et le nom de *chevalier D . . .*, a joué avec ſuccès tant de rôles différens.

lents, mais continuels, qui demandent que la manière dont on s'habille, dont on s'ajuſte, change et varie également. Dans l'enfance, les habits doivent être amples et légers. C'eſt ce qu'exigent la circulation du ſang plus rapide et le développement progreſſif du corps, de ſes organes, de ſes facultés, auxquels tiennent, plus qu'on ne croit, le développement et le libre exercice des facultés de l'âme. A mesure au contraire, qu'en ralentiſſant la circulation de ces fluides ſubtils, principe du mouvement vital, les glaces de l'âge dessèchent le corps et refroidiſſent les ſens, des habits plus mollets, plus ſerrés et plus chauds ſuppléeront, en quelque ſorte, à la chaleur naturelle ſucceſſivement affoiblie. Entre ces deux points de la vie on proportionnera la qualité des vêtemens au degré de température dont chacun éprouvera le beſoin. La nature montre aſſez que la fougueuſe vivacité de l'adolescent, la chaleur modérée de l'homme fait, la froide lenteur du vieillard ne peuvent admettre les mêmes vêtemens *).

Dailleurs, à meſure que l'homme croît et ſe fortifie, que ſes traits deviennent plus prononcés, plus mâles, il convient que ſes habits ſoient d'une forme plus impoſante, d'une couleur plus ſérieuſe. L'âge viril dédaigne juſtement les petites recherches, les agrémens frivoles dont la jeuneſſe aime à ſe parer. A plus forte raiſon, la judicieuſe vieilleſſe s'éloignera-t-elle de tout ce qui contraſteroit d'une façon humiliante avec les infirmités qui la menacent ou l'aſſiègent ordinairement. Autrement, des habits, une parure qui annonceroient encore des prétentions quand on n'a plus de droits, ne ſerviroient qu'à rendre riſibles ceux et celles qui ne ſauroient pas ſe rendre juſtice, ou qui malheureuſement ignorent que ce dont s'embellit le printems de la vie, ne fait qu'enlaidir ſon hiver; car les contraſtes, ſource ordinaire d'agrémens, lorsqu'ils ſont bien entendus, deviennent un ſujet de ridicule quand ils bleſſent la convenance et le goût.

Chez les Romains, ce peuple si ſage dans toutes ſes inſtitutions, chaque âge, jusqu'à celui de la virilité, avoit pour ainſi dire, un costume

*) Voyez notre premier Mémoire ſur les Rapports phyſiques de l'Art de ſe vêtir.

tume particulier. Le jeune et diſcret Papirius, conduit au ſénat par ſon père, n'y étoit pas vêtu comme lui *).

Parmi nous qui n'obſervons pas ces diſtinctions ſévères, les hommes s'aſſujettiſſent pourtant aſſez à ne choiſir pour leur habillement que les étoffes et les couleurs aſſorties à leur âge. Mais combien de femmes qui, habituées dès l'enfance à ſe parer de ſes atours, et comptant pour rien la néceſſité de vieillir, ne ſauroient ſe réſoudre, même lorsqu'elles l'éprouvent, à mettre dans leur toilette la réforme convenable **)! Qu'en réſulte-t-il? Avec la fraîcheur de leurs parures, ces figures fanées n'en paroiſſent que plus décrépites, plus hideuſes. C'eſt l'antique Cybèle qui, ſous le coſtume d'Hébé, effrayeroit l'Olympe ou le feroit pâmer de rire. La raiſon, la réflexion et même l'amour-propre bien entendu garantiront les femmes des cruelles diſgrâces auxquelles les expoſeroit une ſotte vanité. Elles leur diſent par l'organe de quelqu'un qui connoît leurs vrais intérêts:

„Votre printems ſi brillant, mais ſi court, admettra dans vos vê„temens, ſelon les circonſtances, toute l'élégance, tout l'éclat de la „nature. Votre été, plus paſſager encore, permettra quelque tems „les couleurs vives de la belle ſaiſon; mais ſi vous êtes prudentes, „vous en affoiblirez les teintes à meſure que l'âge efface quelques-uns „de vos agrémens; ſurtout, au lieu de chercher vainement à retarder „ſa marche, vous préviendrez le moment inévitable où le contraſte „trop frappant de vos ajuſtemens avec votre figure, vous rendroit un „objet d'ironie pour votre ſexe et de dériſion pour le nôtre."

*) C'eſt de ſon habillement que ce jeune Romain reçut le ſurnom de *Prétextatus*, qui le diſtingue encore des illuſtres perſonnages de ſa famille. La *prétexte* étoit la robe que la jeuneſſe portoit à Rome jusqu'à l'âge de puberté. V. notre II Mémoire.

**) Auſſi, pour un vieillard dameret dont l'habillement trop recherché annonce le deſſein de plaire, que de vieilles coquettes parées des couleurs et des pompons de la jeuneſſe, reſſemblent à cette marquiſe dont madame de Puiſieux fait mention, et qui, à 80 ans, mourut ſubitement, habillée de ſatin couleur de roſe avec des rubans vert-gai! Parce qu'il ſemble que la Parque les ait oubliées ſur la terre, ces douairières du genre humain oublient que, depuis long-tems, le fatal ciſeau eſt prêt à couper le fil de leurs jours.

Et réellement, une modeſte et noble ſimplicité doit alors préſider à l'habillement des femmes, et remplacer par degrés les inutiles ou ridicules recherches de la toilette. Chaque ſaiſon de la vie doit avoir ſon coſtume, on peut même dire ſes couleurs. Pour avoir droit aux reſpects des mortels, Veſta ſe gardoit bien de dérober à Vénus ſa ceinture.

III°. Mais il ne ſuffit pas d'aſſortir à ſon âge les couleurs et le goût de ſon habillement. A quelque âge que l'on ſoit, on voit bien que les habits doivent être proportionnés, ſoit à la ſtature, ſoit à la corpulence, ſurtout chez les peuples de l'Europe où la coupe de l'habit ſuit ordinairement les dimenſions et la forme du corps. Sans recourir à la Fable pour mettre en regard les Géans et les Pygmées, les Titans et les Myrmidons, qui échangeroient réciproquement leurs habits, figurons-nous un Lapon affublé de ceux d'un Patagon, et celui-ci eſſayant les vêtemens du premier: *riſum teneatis amici.* Mais ce ridicule eſt trop ſaillant, les réflexions qu'il fait naître ſont trop frappantes, pour inſiſter plus long-tems ſur cet article.

La tournure & ſurtout la figure ſont encore à conſulter. Elles ſont ſi diverſes, que ce qui va bien à telle perſonne, iroit mal à telle autre. Il n'y a ſur ceci d'autre règle à ſuivre, que le goût et l'uſage; eux ſeuls apprennent à ſe bien mettre. Pour les hommes, c'eſt choſe moins importante que pour un ſexe dont la deſtinée, comme la paſſion, eſt de plaire à l'autre; et ſûrement les femmes n'ont pas beſoin qu'on leur donne des leçons dans l'art de ſe mettre et de s'ajuſter. Elles ſavent ſi bien embellir la nature ou réparer ſes disgrâces, cacher les défauts de leur figure et en faire valoir les agrémens!

IV°. Une analogie plus difficile à ſaiſir, mais non moins eſſentielle à conſerver, c'eſt celle de l'habit avec le tempérament et le caractère. Si l'organiſation particulière des hommes, leurs humeurs, leur complexion contribuent en partie à leurs habitudes morales, les mêmes règles de convenance doivent, ſous ce double rapport, les guider dans le choix de leur habillement. Or les conſtitutions phyſiques, & par

conſéquent les caractères moraux, étant auſſi divers que les eſprits & les figures, il s'ensuit que la manière de ſe mettre doit également varier pour chaque individu.

Un tempérament bilieux ou flegmatique que l'on reconnoît à un teint jaune ou pâle, ſont les ſignes ou plutôt les cauſes ordinaires, l'un d'un caractère emporté, violent, l'autre d'un naturel indolent et froid. On juge aiſément qu'ils ne comportent pas l'élégance des formes ni la douceur ou l'éclat des couleurs faites pour s'accorder avec l'aimable facilité, avec l'aménité charmante qui réſultent communément d'une complexion ſanguine. L'humeur ſombre et atrabilaire qu'indique un teint olivâtre et plombé, contraſteroit d'une manière étrange avec un habit lilas ou bleu-céleſte, qui ſied ſi bien au teint frais et brillant qui accompagnent un naturel enjoué ou la gaieté folâtre. La gravité du caractère, le goût de la ſolitude, l'amour des ſciences exactes, des études profondes et des choſes ſolides, qu'annoncent un air ſérieux et penſif, un front ſillonné par l'habitude de la réflexion, ne cadreroient pas avec les livrées du plaiſir, les atours des Grâces, ni les pompons de la frivolité.

Mais l'âme ſurtout donnant l'expreſſion à la phyſionomie, et l'air, le ton à toute la perſonne, il faut que le genre, la forme et la couleur de l'habit ſe trouvent à l'uniſſon ou d'accord avec elle. Un peu de tact et de bonne-foi ſuffit pour faire ſentir la juſteſſe de ces obſervations; c'eſt à chacun à s'examiner, à ſe connoître, à ſe juger ſans prévention, ſans partialité. Dès lors, aſſorti au tempérament de la perſonne, l'habit en portera la couleur et le caractère, et l'on aſſortira ſon coſtume à ſa figure *).

V°. Saiſir les convenances locales et ſuivre les uſages établis, eſt encore une obligation pour les perſonnes ſenſées. Les tems, les lieux

*) Ce n'eſt pas aux belles perſonnes que l'on donne ce conſeil; tout leur va bien; c'eſt à ceux et à celles qui ſe croyant tels, mal à propos, ne ſe doutent pas que, faute de ſe rendre juſtice, ils forcent le public à la leur faire d'une manière rigoureuſe.

commandent, pour ainſi dire, une façon particulière d'être vêtu chez ſoi, où peut-être en famille et avec des amis intimes, on ne cherchera que ſes aiſes & ſa commodité. En public, ou même en compagnie, on eſt aſtreint à plus de régularité, plus de décence, mais qui ceſſent d'être une gêne pour l'homme honnête et de bon ſens. Au temple, en préſenee de l'Éternel, la modeſtie, diſons même l'humilité, doivent régner dans l'habillement, ainſi que dans tout l'extérieur. Souvent il ne ſera que trop recherché, trop leſte par-tout ailleurs; mais du moins n'y ſera-t-il pas auſſi déplacé.

Le genre des vêtemens, nous ne ceſſerons de le dire *), eſt naturellement ſubordonné à la température des climats et des ſaiſons. Ces tuniques légères, ces étoffes trop fines qui colent ſur la peau, ne conviennent point aux climats de la plupart des peuples de l'Europe. La température de la Grèce, et même celle d'une partie de l'Italie méridionale pouvoient permettre aux deux ſexes un pareil coſtume; mais dans nos régions âpres, humides et froides, peut-on l'adopter ſans riſque pour la ſanté, ſans danger pour la vie?

Autre obſervation: ſi le vrai beau eſt immuable, ſi le bon goût eſt univerſel, ce qui eſt agréable et décent étant preſque toujours relatif à la manière de voir et de ſentir, celle de s'habiller doit néceſſairement varier ſelon les conventions et la fantaiſie des peuples auxquels le beſoin fait la loi, ou chez qui le caprice et l'habitude ont remplacé la nature.

Excepté les pays que l'induſtrie et les modes françoiſes ſe ſont rendus tributaires, chaque peuple a un habit national, un coſtume particulier, qui fait partie des moeurs publiques. On ne s'habille pas à Stockholm comme à Naples, ni à Palerme comme à Pétersbourg. A moins d'une manie étrange, il faut que l'individu ſe conforme aux uſages de la ſociété dont il eſt membre. Un Turc en juſtaucorps ſeroit auſſi ridicule à Conſtantinople qu'un François en doliman le ſeroit à Paris; et même, ſi l'on eſt prudent, on adoptera chez les étrangers

*) Voyez notre I Mémoire.

le coſtume du pays où l'on ſe trouve. Le conſeil: *cum Romanus eris, romano vivito more*, eſt ſurtout applicable à la manière de s'habiller. Alors il ſeroit bon d'avoir, comme le François, cette ſoupleſſe d'imagination qui ſaiſit aiſément et s'approprie avec grâce les inventions, les uſages et les modes de diverſes nations: de même qu'il a cette facilité de caractère & de moeurs qui ſe plie ſans peine à des moeurs, à un caractère qui, d'étrangers, lui deviennent preſque naturels. Tel Alcibiade, élégant dans ſes manières et ſes habits parmi les Athèniens, ſe montroit auſtère et vêtu ſimplement à Sparte, homme de plaiſir et magnifiquement paré chez les Perſes, par-tout monté au ton des moeurs du pays où il ſe trouvoit *).

Mais que dans le ſien, on ſe garde bien de préférer, plus encore d'exagérer par une imitation chargée, le coſtume étranger, ſurtout s'il bleſſe les idées reçues de bienſéance et d'honnêteté **)! Affecter des parures inuſitées dans ſon pays, eſt ridicule; il ne l'eſt pas moins d'en conſerver qui depuis long-tems ſont paſſées de mode. Les premières ne ſeroient qu'étrangères, les ſecondes paroîtroient étranges.

Dans tout ce que l'imagination fertile et l'induſtrieuſe vanité peuvent inventer en fait d'habillement et de parure, il y a des bornes qu'il eſt permis d'atteindre ſans jamais les dépaſſer ***). Il n'appartient pas indiſtinctement à tout le monde de prendre et de donner pour règle ſes idées, ſes fantaiſies, même en fait d'habillement ****).

*) *Plutarque, Cornelius Nepos, vie d'Alcibiade.*

**) Un des législateurs de la France, (et ce n'étoit pas le moins ſenſé) étonné de voir ſes compatriotes s'habiller comme ils s'imaginoient qu'on l'étoit il y a 2000 ans à Rome et dans la Grèce, s'écrioit plaiſamment: „Que de caricatures „des coſtumes prétendus grecs et romains, gâtés par les variations ſans goût „de notre inconſtance et les caprices de nos amateurs et de nos élégantes *de „nouvelle date*“! Et réellement, les femmes, à cette époque, s'imaginèrent être vêtues comme les *Aſpaſies* et les *Poppées*; et les hommes, être coiffés comme les *Brutus* et les *Caracalla*; parce que les unes en indécence, les autres en férocité, égaloient, ſurpaſſoient même leurs modèles.

***) *Eſt modus in rebus, ſunt certi denique fines,*
Quos ultra citraque nequit conſiſtere rectum. *Hor. de Arte poëtica.*

****) La vanité nationale, fière de donner le ton à ſes voiſins, s'écriera peut-être: *Pauci quos aequus amavit Jupiter.*

Cette activité de caractère, cette mobilité d'eſprit, cette variété de goût qui, au jugement des Européens et ſurtout des Orientaux, rendent les François ſi inconſtans, ſi frivoles, ſont cauſe des changemens continuels qu'ils apportent à leur manière de s'habiller. De là ces modes ſans ceſſe nouvelles qu'ils inventent avec tant de fécondité: modes que les étrangers blâment et critiquent ſi librement, mais que les peuples les plus polis finiſſent presque toujours par adopter. De là auſſi les riſées auxquelles s'expoſeroient ceux qui, ſans égard pour les tems et les âges, garderoient invariablement le genre d'habillement que leurs aïeux, leurs pères ou qu'eux-mêmes auroient porté *).

Sans ſe rendre eſclaves de la mode, l'idole et le tourment des eſprits vains et futiles, l'homme et la femme ſenſés s'accommoderont à l'uſage régnant. Loin d'outrer ce qu'il auroit de peu décent ou de ridicule, ils ſe contenteront d'en approcher, en prenant ce qu'il peut avoir d'agréable ou de commode. Le bon ſens et le goût ſavent aiſément tenir ce juſte milieu qui exiſte entre un attachement opiniâtre à d'anciens uſages et la paſſion effrénée des nouveautés quelconques. On doit ſe dire: *inter utrumque tene, medio tutiſſimus ibis.* Enfin, un genre d'habillement eſt-il généralement en vogue? en l'adoptant,

*) Qui entreprendroit l'hiſtoire des modes, ſurtout en France, feroit des centaines de volumes, à ne remonter qu'au quinzième ſiècle. „Les François portèrent „jusqu'alors des tuniques et des robes ou jaquettes, du mot *Jack*; enſuite des pour„points, de *perpunctum*, puis des *juſtaucorps*, de *juxta corpus*; ils quittèrent, ſous Louis „le Jeune, l'uſage de laiſſer croître la barbe, le reprirent ſous François I; ils ne „commencèrent à ſe raſer entièrement que ſous Louis XIV". La chevelure éprouva autant de révolutions; il en fut de même de l'habillement qui ne ceſſa de changer; ſi bien, qu'au bout de deux ou trois générations, les François pouvoient prendre les portraits de leur famille pour des figures étrangères ou des tableaux de fantaiſie. Les modes, comme les comètes, parcourent une orbite plus ou moins étendue, et reparoiſſent à des époques plus ou moins éloignées.

Multa renascentur quae jam cecidere, cadentque
Quae nunc ſunt in honore. *Hor. de art. poët.*

On pourroit dire que les modes décrivent autant de *cercles vicieux* dont les petits-maîtres et les folles de l'Europe ne ſauroient ſortir. (Extrait, en partie, de l'Encyclopédie, article *François.*)

on observera ce qui convient à l'âge, au caractère, aux termes, aux lieux; ajoutons à l'état & à la fortune de chacun.

VI°. Sans doute, la raison nous défend d'excéder en rien la mesure de nos facultés. Il faut particulièrement suivre ses conseils pour ce qui concerne l'habillement et la toilette. Comme de toutes les dépenses, c'est celle qui flatte le plus la vanité, parce qu'inhérente à la personne, elle est de toutes la plus ostensible, c'est aussi le genre de dépense au sujet duquel on doit le plus soigneusement consulter ses moyens. Mais l'influence de la richesse ou de la pauvreté sur la manière de se vêtir tenant moins aux convenances sociales qu'aux rapports économiques, nous nous en occuperons en considérant les vêtemens sous ce point de vue.

D'ailleurs, quels que soient les motifs d'économie, il en est d'autres également pressans qui engagent à s'habiller d'une manière convenable à son état et à sa profession. Le respect de soi-même et la bienséance ne permettent pas qu'une personne de condition relevée se présente sous des habits mesquins et grossiers; la prudence même s'y oppose. Sous peine de blâme, on doit remplir les devoirs de son état; sous peine de ridicule, il faut en avoir l'extérieur et en porter l'habit.

Nous avons, ce semble, fait assez sentir la nécessité des costumes particuliers pour ceux qui exercent différentes fonctions dans l'ordre politique *). Mais si le maintien de la chose publique exige que les personnages revêtus de quelque autorité en gardent les signes extérieurs et l'habillement caractéristique, peut-être, dans le cours de la vie sociale, n'est-il pas moins important que chacun paroisse mis d'une manière analogue à la place et au rang que lui assignent son mérite, sa fortune ou le hasard de la naissance; et les différences que présentent les diverses classes de citoyens, ne doivent pas moins se retrouver dans la manière dont elles s'habillent.

Quelque chose que puissent dire les partisans d'une égalité chimérique et qui ne peut pas plus exister dans la *société* qu'elle n'existe dans

*) II Mémoire, §. 1.

la *nature*, l'homme qui appartient à une famille diſtinguée ou réputée telle par la naiſſance, la fortune, l'éducation, les habitudes ou les talens, et celui que le ſort a fait naître dans une condition pauvre, obſcure, ignorante et groſſière, ne ſauroient ſe montrer vêtus de même, le premier, ſans ſe manquer à ſoi-même et à ſes pareils; le ſecond, ſans exciter la jalouſie et la haine de ſes égaux; tous deux, ſans s'attirer le mépris et les railleries du public.

On ſent bien aiſément ce qu'exigent le rang et l'état de chacun. Il eſt dans l'habillement, comme dans les manières, le langage et le ton, une certaine dignité relative aux perſonnes, que la raiſon et une ſaine politique preſcrivent également de garder, ſans rien outrer. Telle profeſſion demande du ſérieux, de la gravité; telle autre en diſpenſe, et permet un extérieur plus jovial et plus léger. Telle condition oblige à ne ſe montrer que ſous des dehors impoſans; telle autre défend tout ce qui annonceroit la magnificence et le faſte. Si, dans la ſociété, le prince ou le chef de l'état prenoit l'habit de ſon valet de pied, le miniſtre celui d'un commis, le magiſtrat de l'huiſſier, le militaire d'un goujat, ils donneroient tous une aſſez mince idée de leur jugement, et inſpireroient peu de reſpect pour leur perſonne. Les préjugés nationaux que le tems a presque identifiés avec les moeurs des peuples, fixent ainſi qu'elles, les rapports des citoyens entr'eux; ils règlent les rangs, déterminent la manière de ſe mettre, et deviennent des lois qu'une nation ne ſauroit violer impunément. Méconnoître les bornes de la liberté, ſoit dans le choix, ſoit dans la forme de l'habillement, eſt un des effets les plus fâcheux de l'indépendance, diſons mieux, de cette licence privée et publique qui bientôt amène les excès de l'anarchie. *)

On

*) Parmi la plupart des nations anciennes, les différentes claſſes de citoyens étoient diſtinguées non ſeulement par des profeſſions héréditaires, mais encore par un habillement particulier, affecté à chacune d'elles. Tel eſt même aujourd'hui, l'uſage rigoureuſement établi chez les Indiens où les caſtes ſont irré-

On le ſait: la vue eſt de tous les ſens celui qui tranſmettant le plus vivement à l'âme l'impreſſion des objets extérieurs, eſt en même tems celui qui ſe prévient, et lui communique le plus facilement ſes préventions *). C'eſt par ce ſens décevant, ſéducteur, que le peuple qui par-tout eſt plus ou moins enfant, ſe laiſſe prendre avec ſi peu de raiſon. Uniquement affecté des choſes ſenſibles, il ne juge que d'après les dehors, et n'eſtime les gens que par l'habit. Les plus grands perſonnages en déshabillé ou mal-vêtus, perdroient, à ſes yeux, toute leur grandeur. Comme il prendroit Epheſtion pour Alexandre, il obligeroit Socrate à payer pour ſa mauvaiſe mine. La plupart même des grands, qui ſont peuple à bien des égards, feroient un aſſez mauvais accueil à celui qui ſe préſenteroit à eux ſans un extérieur et une miſe convenables, quel que fût d'ailleurs ſon mérite ou ſon caractère.

Que les perſonnes d'un état honnête, d'une claſſe ſupérieure négligeaſſent d'en conſerver les dehors, à quoi ne s'expoſeroient-elles pas? Faute d'être reconnues, ou vinſſent-elles même à l'être, le contraſte imprudent ou mal-adroit que préſenteroit leur coſtume avec celui qu'elles devroient avoir, ne ſerviroit-il pas ſouvent de prétexte ou d'excuſe aux mépriſes les plus cruelles, aux aventures les plus humiliantes **)?

irrévocablement ſéparées les unes des autres par la condition et l'habit. Tel eſt auſſi celui adopté, ſuivi de tout tems par les Chinois, ce peuple dont la ſageſſe a ſu depuis 3000 ans, garantir ſon gouvernement des innovations et troubles politiques, malgré deux invaſions et de nombreux changemens de dynaſtie. Sans doute, la défenſe de quitter la profeſſion de ſes pères, contraire à la liberté naturelle et civile, étouffe le génie et nuit au progrès des ſciences et des arts; mais l'obligation de garder l'habit de ſa condition, eſt une des cauſes qui contribuent à maintenir la paix dans l'Etat et la ſtabilité du gouvernement.

*) *Segnius irritant animos demiſſa per aurem*
Quam quae ſunt oculis ſubjecta fidelibus. *Hor. de Art. poët.*

**) Des gens de bon ſens, des écrivains célébres ont critiqué avec raiſon l'indécence des *gilets* et des *pantalons*, la mesquinerie des *chapeaux ronds* et des *frets*, modes angloiſes, imaginées pour faire tomber, avec le coſtume françois, nos étoffes, nos parures nobles et décentes; ils ont ſurtout blâmé

Tout en appréciant les choſes à leur juſte valeur, le ſage ſait ſe prêter aux foibles du vulgaire ſur qui les formes et l'apparence ont tant de pouvoir. Si la ſimplicité des habits ajoute à la conſidération d'un homme généralement connu, d'un perſonnage illuſtre, leur élégance, ſurtout s'ils ſont d'un goût nouveau, ne laiſſera pas de recommander avantageuſement celui qui a beſoin de ſe faire connoître.

On ne dira rien de l'intérêt qui porte chacun à faire valoir ce que ſa figure a d'agréable, et à cacher ce qu'elle auroit de disgracieux. Le goût qui pare la beauté, l'art de la toilette qui ſait diſſimuler ou même embellir la laideur, ont fait tant de progrès parmi nous, ce ſont des guides ſi ſûrs, que les femmes et, le dirons-nous? bien des hommes même trouveroient fort ſingulier qu'on voulût, à cet égard, leur donner des conſeils.

Il eſt ſans doute ſuperflu d'ajouter que tout ce qui conſtitue l'habillement et même l'ajuſtement, doit être judicieuſement aſſorti *). Sans parler d'une foule d'acceſſoires dont le détail ſeroit trop frivole, la coiffure ſurtout doit être aſſujettie aux règles de la convenance. La chevelure, cet ornement naturel de la tête, et qui chez nos ancêtres étoit une marque de diſtinction, la chevelure devroit-elle être ſacrifiée à une mode bizarre et cruelle, ſans égards pour les circonſtances qui demandent un extérieur moins négligé, une miſe plus décente? **)

VII. En effet, les circonſtances particulières, les diverſes conjonctures de la vie influent, au moins pour un tems, ſur les diſpo-

l'abſence de toute marque diſtinctive qui, par une affectation de philoſophie, traveſtit les gens honnêtes, les perſonnages éminens, en *matelots*, en *jockeis*.

*) *Singula quaeque locum teneant ſortita decenter. Sint convenientia quaeque.* *Hor. de Art. poët.*

**) Chez les Germains, les Gaulois, et long-tems chez les François et les peuples voiſins, iſſus, comme eux, des nations celtiques, la marque diſtinctive des hommes libres, des nobles, des grands et des princes étoit une belle et longue chevelure. V. notre IIIme Mémoire, § II.

ſitions phyſiques et morales; et c'eſt aux unes, comme aux autres, qu'il eſt à propos d'aſſortir ſon habillement.

Par-tout et de tout tems, pour les jours de naiſſance, de fête et de réjouiſſance, ſoit particulière, ſoit publique, on a eu des habits qui annonçoient le contentement et la joie; on a choiſi des ajuſtemens d'une élégance plus recherchée; et même encore dans les tems, dans les lieux conſacrés au plaiſir, on étale à l'envi la fraîcheur des étoffes, la vivacité des couleurs et l'éclat de la parure. Par-tout auſſi, outre les acceſſoires qui déſignent le deuil, des étoffes communes uo groſſières, des couleurs ſérieuſes ou rembrunies, un extérieur ſimple & négligé ont toujours préſenté l'image ou l'apparence de la triſteſſe et de l'affliction. Lorsqu'on éprouve les disgrâces de la fortune, les infirmités de la nature, tant de peines et de chagrins dont la vie eſt traverſée et la ſérénité de l'âme altérée, on n'eſt pas plus diſpoſé à ſe montrer ſous un dehors brillant qu'à prendre un air enjoué; bien moins encore ſi l'on avoit à pleurer la mort d'une perſonne chérie ou à laquelle on tenoit de près. Alors il ne ſera pas difficile et il ſera convenable de ſe conformer, dans la manière d'être vêtu, à la ſituation préſente de ſon âme. Quand le coeur gémit oppreſſé par la douleur, le goût le plus vif de l'élégance ou du faſte cède aux émotions profondes de la ſenſibilité. Le flambeau de l'*Hymen* et celui de *Libitina* éclairent tous les deux; mais l'un en répandant une clarté brillante, et l'autre en ne jetant qu'une ſombre lueur. Auſſi dans un convoi funèbre trouveroit-on des guirlandes de roſes tout auſſi déplacées que des crêpes lugubres le paroîtroient en un jour de noces.

C'eſt ce qu'on a ſenti dans presque tous les pays de la terre. Quoique l'on y diffère pour le choix de la matière, la forme ou la couleur de l'habit de deuil et ſes acceſſoires, on s'eſt généralement accordé à manifeſter la douleur par une manière d'être vêtu particulièrement affectée à cette ſituation. Un habillement ſimple, modeſte et même triſte ſert par-tout à indiquer l'affliction et les regrets. Si

ce n'eſt pas par ſentiment, du moins par raiſon, par bienſéance, on ne ſauroit ſe dispenſer, en ce cas, de ſuivre l'uſage de ſon pays *).

Il n'en eſt pas de même lorsqu'il s'agit de dérober aux yeux du public des ſentimens qui doivent être ſecrets. Un héritage enlevé, une place manquée, la perte d'un procès, une banqueroute eſſuyée, l'infidélité d'une perſonne trop aimée ſont des événemens dont on a intérêt de ne pas ſe montrer affligé trop ſenſiblement. Se trouve-t-on en pareille conjoncture? la manière de ſe mettre s'accordera ſans doute avec l'air et le ton de l'indifférence. L'affectation d'une miſe brillante comme d'un viſage gai, ne manqueroit pas de trahir un chagrin que l'on s'efforceroit de cacher. Odieuſe en tout, la fauſſeté ſe couvriroit encore de ridicule.

Enfin, *s'il y a du talent à meubler une maiſon avec goût, évitant également l'oſtentation et l'incurie, l'élégance trop recherchée et la négligence indécente*, comme l'a dit un homme d'eſprit **), il n'y a pas moins de mérite à s'habiller de manière que l'on évite ces deux extrêmes, et ſurtout que l'on obſerve les convenances indispenſables dans les différentes circonſtances où l'on peut ſe trouver. La ſociété fait de ces bienſéances autant de lois que chacun de ſes membres eſt tenu de reſpecter, ſous peine de l'improbation ou de la riſée publique.

Sans doute il eſt inutile de s'étendre ici ſur la façon dont l'honnêteté, comme la prudence, demande que les enfans ſoient vêtus quand ils ſont encore au berceau ou en bas-âge, ni ſur celle dont la décence exige que ſoient enveloppées les perſonnes des deux ſexes après leur mort. Encore moins nous occuperons-nous de l'habillement dont, pour l'intérêt de la ſociété, il convient que ſoient habillés et déſignés ceux qui en ont violé les lois fondamentales et ſe ſont montrés

*) Le *blanc*, le *violet*, le *gris*, mais ſurtout le *noir* ſont encore, dans les divers pays de la terre, les couleurs ſpécialement deſtinées à marquer le deuil feint ou ſincère.

**) Le *Duc de Nivernois*.

les ennemis de leurs ſemblables. Le premier de ces ſujets a été ſupérieurement traité dans les divers ouvrages ſur l'éducation, ſoit privée, ſoit publique; et nous ne pourrions, d'après eux, que répéter ce que nous avons dit dans le *Mémoire ſur le meilleur plan d'éducation pour les peuples* *). Quant au ſecond article, comme l'uſage de brûler les cadavres, presque par-tout a fait place à celui de les enterrer, on a auſſi adopté la coutume de les enſevelir plus ou moins vêtus. En certains pays on a même porté l'attention jusqu'à leur conſerver les marques diſtinctives de l'état qu'ils avoient; en d'autres, on les enterroit avec leurs plus beaux habits, leurs armes & ce qu'ils avoient eu de plus précieux. Cela ſe pratique encore chez nombre de peuples ſauvages **). L'idée conſolante d'une autre vie plus heureuſe, cette idée répandue preſque généralement ſur la terre, ſemble avoir été le principe de cet uſage, auquel on a ſubſtitué, parmi nous, ou une pompe exceſſive, ou une mesquinerie indécente. En blâmant la première comme prouvant bien plus la vanité des vivans que leur tendreſſe pour les morts, on ne peut s'empêcher de s'indigner de la ſeconde, également honteuſe pour les uns & pour les autres. Dans des circonſtances auſſi propres à rappeler aux grands & aux riches le néant des richeſſes et des grandeurs, ſi la raiſon réprouve un faſte déplacé, elle ne réclame pas moins en faveur des petits et des pauvres, ce reſpect que la pudeur & la pitié commandent pour les triſtes reſtes de l'humanité. Enfin, dans un *Tableau gradué des délits & des peines*, nous avons propoſé, au nombre de celles-ci, différentes ſortes d'habillemens comme un moyen de rappeler ſans ceſſe aux méchans le ſouvenir de la honte de leurs mauvaiſes actions, & de les vouer au mépris ou à la pitié des bons citoyens **).

*) *Eſſai de Laopédie*, Mémoire qui en 1781, a remporté le prix double à l'Académie de Châlons-ſur-Marne.

**) *Tacit. de moribus Germanorum. Hiſtoire générale des voyages* par *La Harpe.*

***) *Plan de réforme des lois pénales*, Mémoire qui en 1780, a eu *l'accéſſit*, au jugement de l'Académie de Châlons, et a été imprimé par ſon ordre.

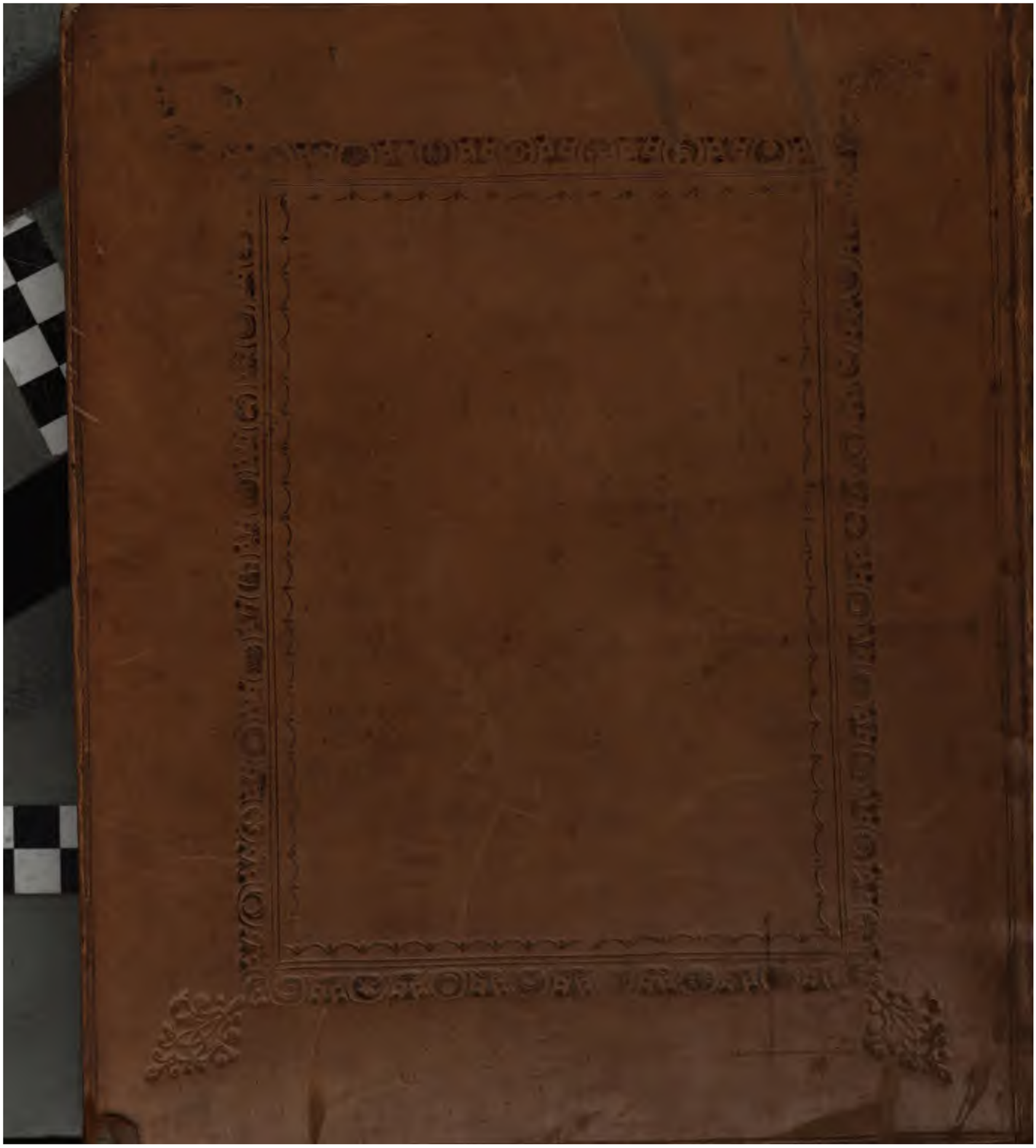
D'après l'esquiſſe que nous venons de tracer, toute foible qu'elle eſt, mais qui, ſous une main plus habile, deviendroit un tableau vraiment intéreſſant, on jugera ſans peine, qu'enviſagé ſous *les rapports ſociaux*, l'Art de ſe vêtir, ample ſujet de réflexions pour l'obſervateur philoſophe, préſente encore à quiconque eſt honnête et ſenſé, des règles de conduite dont on ne ſauroit s'écarter ſans bleſſer toutes les *convenances*.

ERRATA

du Mémoire lû le 30 *juin* 1803 *Vol. de* 1803, 4^e^ *Claſſe.*

P. 90 l. 1. „fait" liſez „m'a fait"
l. 11. „fait" liſez „il fait"
P. 93 l. 16. „terre" liſez „terre,"
P. 97 l. 30. „nous." Mais" liſez „nous," mais"
P. 99 l. 8. „les bras" liſez „celui"
l. 20. „foignes" liſez „beſoignes"
l. 28. „ „ainſi" liſez „par fois ainſi"
P. 100 l. 28. „merveilleuſement" liſez „*merveilleuſement*"
P. 103 l. 23. „elle étoit" liſez „étoit"
l. 27. „fois" ajoutez (II. 12.)
P. 104 l. 16. „*Prémontval.*" liſez „*Prémontval*,"

ERRATA

du Mémoire Vol. de 1804, 3^e^ *Claſſe.*

P. 53. Héraclite *liſez* Xénophanes.
P. 56. ne réunira jamais *liſez* réunira toujours.